

MALLADO PARA SIMULACIONES

ADRIANA RUIZ DIAZ C.
ALFREDO LÓPEZ F.

adrirdc.82@gmail.com
lopito.82@gmail.com



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE
INGENIERIA



Conceptos y Definiciones



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA



Conceptos y Definiciones

Modelo Matemático, Métodos Numéricos, Simulaciones Numéricas, Discretización espacial; Discretización temporal; Diferencias finitas; Elementos finitos; Volúmenes finitos; Casos de Aplicación en diversas áreas de la Ingeniería; Dominios y subdominios; Malla; Representación Geométrica; Renderizado; Condiciones iniciales; Condiciones de contorno; Convergencia; Costo computacional.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA



Modelo Matemático

Ejemplo

$$\partial T / \partial t = D \partial^2 T / \partial x^2$$

J. Fourier (1822)

Ecuación de Difusión del Calor

Donde $D = (\kappa c^{-1} \rho^{-1})$

donde T es la temperatura, t el tiempo, x la distancia, c es el calor específico del material, ρ su densidad, y κ la conductividad de calor

Representación Matemática
de un fenómeno físico

Continuo en el
espacio y el tiempo

Modelo Numérico

$$\partial T / \partial t \approx [T(x, t + \Delta t) - T(x, t)] / \Delta t$$

$$\partial^2 T / \partial x^2 \approx [T(x - \Delta x, t) - 2T(x, t) + T(x + \Delta x, t)] / \Delta x^2$$

$$\partial T / \partial t = D \partial^2 T / \partial x^2$$



$$T(x, t + \Delta t) = T(x, t) + (\Delta t D / \Delta x^2) [T(x - \Delta x, t) - 2T(x, t) + T(x + \Delta x, t)]$$

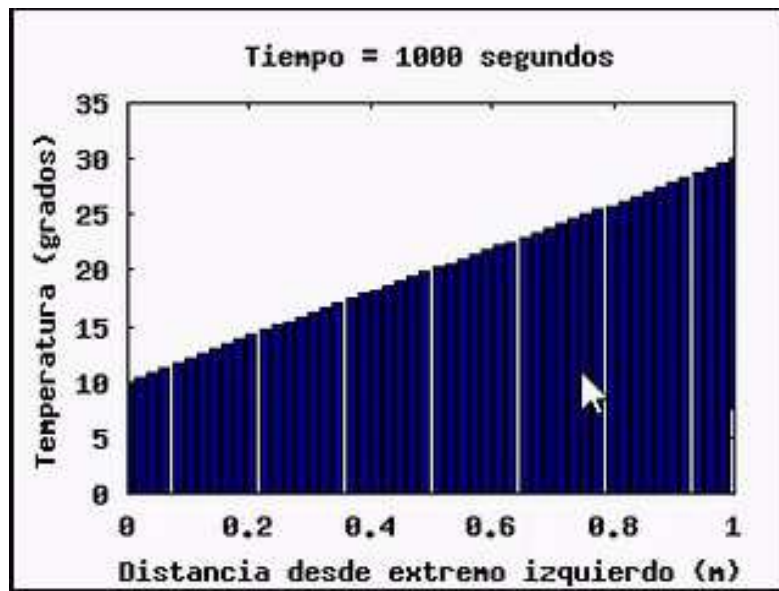
Simplificación del modelo matemático mediante un método numérico aproximado discreto de cálculo

Discreto en el espacio y el tiempo

donde Δx es la distancia entre dos puntos adyacentes en el espacio discretizado ("grilla o malla") y Δt es el intervalo de tiempo entre un valor y el siguiente



Simulación Numérica



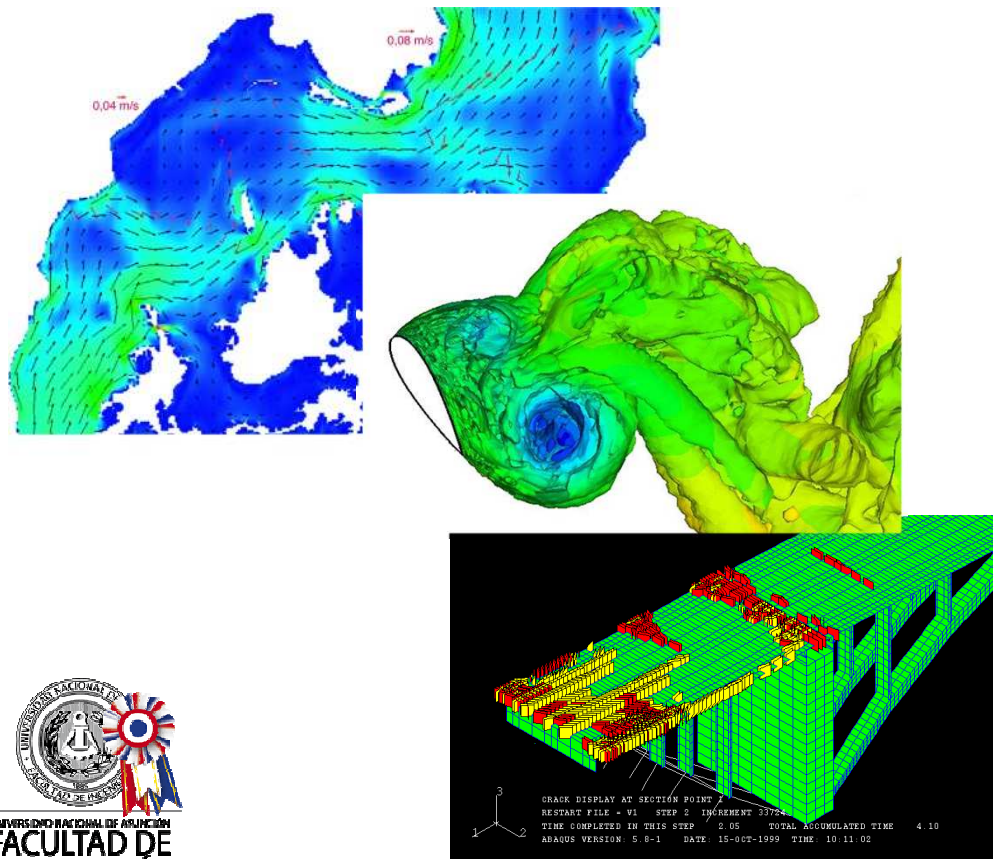
Resolución de modelos numéricos mediante computadoras → Software

Discreto en el espacio y el tiempo
→ Promediado

$$T(x,t+\Delta t) = T(x,t) + (\Delta t D / \Delta x^2) [T(x-\Delta x,t) - 2T(x,t) + T(x+\Delta x,t)]$$

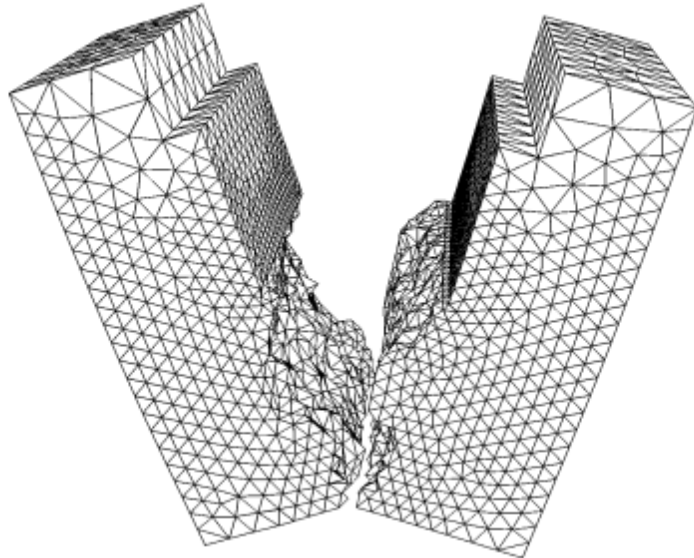
Sujeto a condiciones iniciales y de contorno y además a:
 $\Delta x=0.02$; $\Delta t=42$

Simulación Numérica



Nuevo modelo simplificado, el cual simula el comportamiento del sistema original y del cual podemos extraer información a través de la computadora

Discretización Espacial



Δx

Δy

Δz

Discreto en el espacio



MALLA, GRILLA, MESH

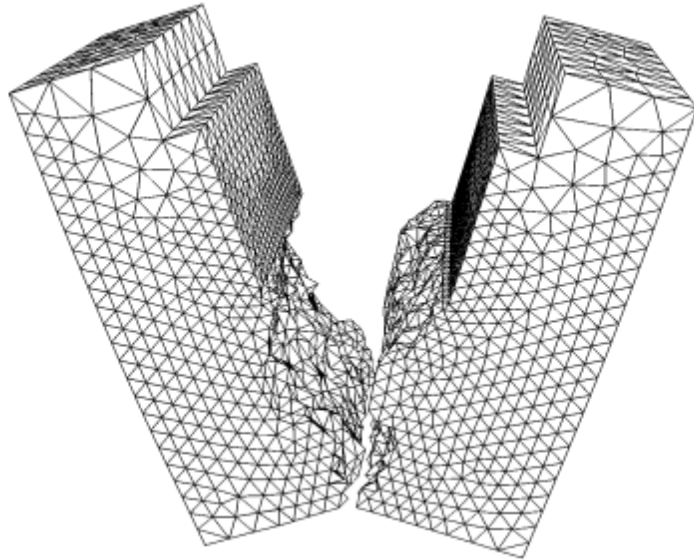


UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA



PROCIENCIA
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Discretización Espacial



Diferencias Finitas
Elementos Finitos
Volúmenes Finitos



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA



PROCIENCIA
PROGRAMA PARAGUAYO PARA EL DESARROLLO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Diferencias Finitas

Usan formulación diferencial. El dominio se cubre con puntos llamados nodos en los cuales la ecuación es aproximada reemplazando las derivadas parciales por aproximaciones en términos de los valores nodales de la función. Son sencillos y efectivos en geometrías simples con mallas estructuradas.

Diferencias Finitas

Serie de Taylor

$$f(x) = f(x_i) + \frac{(x - x_i)}{1!} \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_i} + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_i} + \dots + \frac{(x - x_i)^k}{k!} \left. \frac{d^k f}{dx^k} \right|_{x_i}$$

Aproximación de la primera derivada

$$f'(x_i) = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

$$f'(x_i) = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

$$f'(x_i) = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

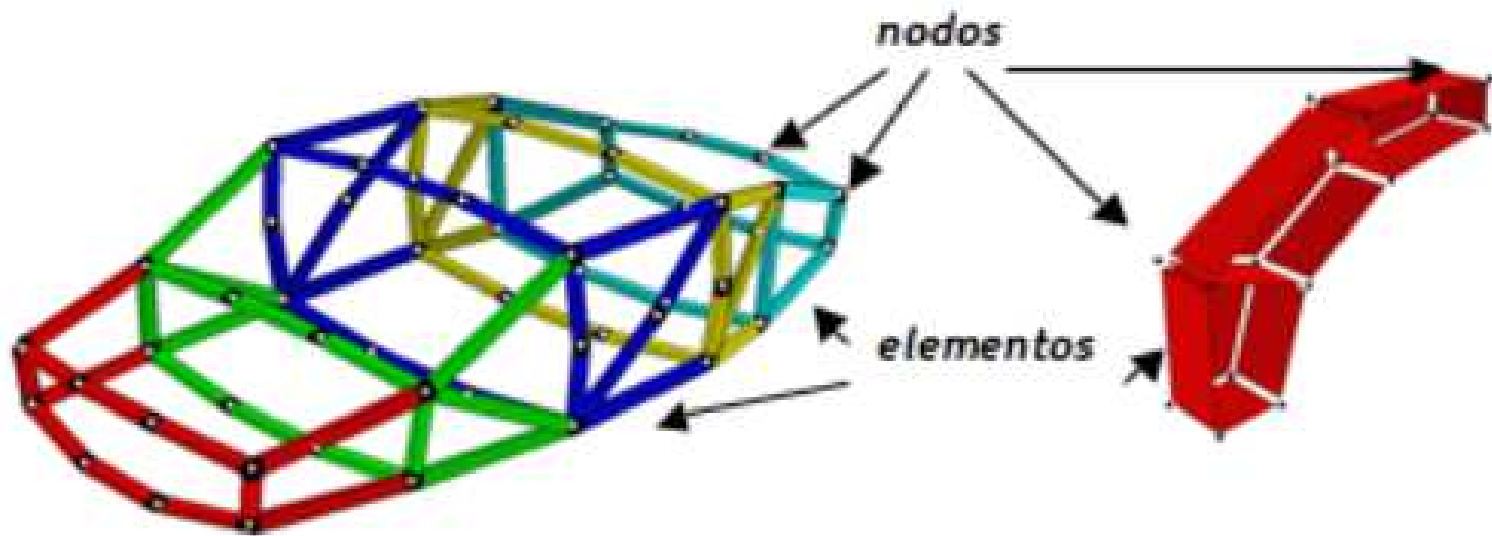
Aproximación de derivadas de órdenes mayores

Elementos Finitos (FEM)

Utilizan la formulación débil. El dominio se divide en elementos y en cada uno de ellos la solución es aproximada, generalmente de forma lineal, utilizando los valores de la función en los vértices del elemento. Esta aproximación es sustituida en la ecuación integral pesada y se impone que la derivada de dicha integral con respecto al valor en cada nodo sea cero.

Elementos Finitos (FEM)

Descompone el Dominio en Elementos

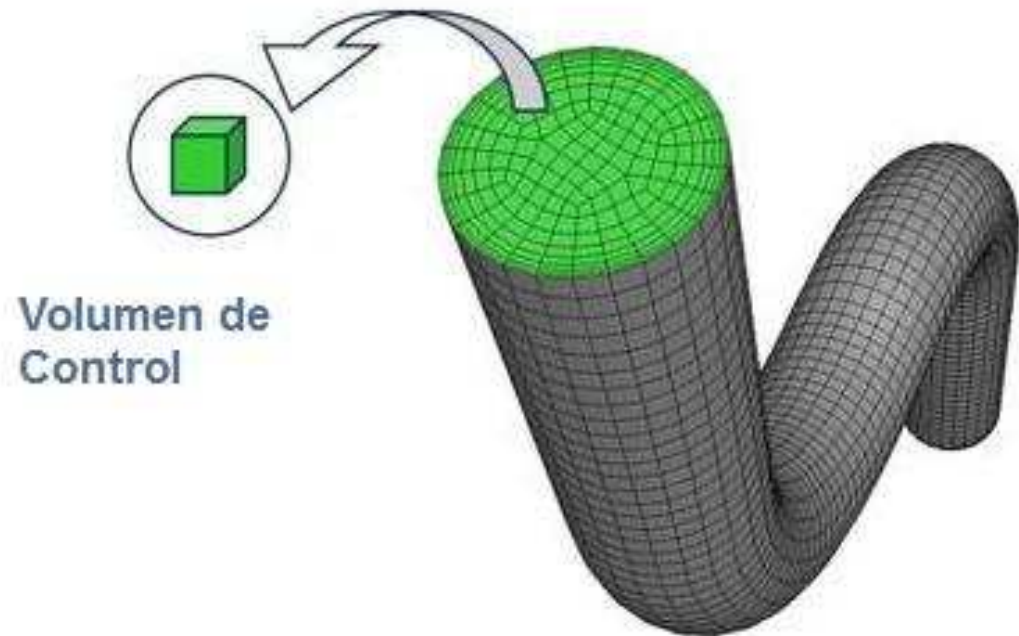
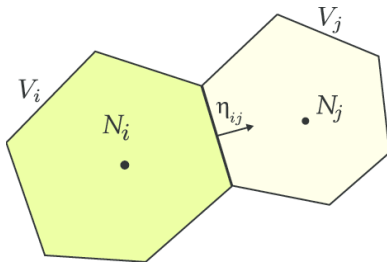


Volúmenes Finitos (FVM)

Usan formulación integral de las ecuaciones. El dominio se divide en volúmenes de control en los cuales se aplican las ecuaciones integrales que son aproximadas mediante cuadraturas. Son conservativos y aplicables a geometrías complejas. Dificultad de obtener esquemas de alto orden.

Volúmenes Finitos (FVM)

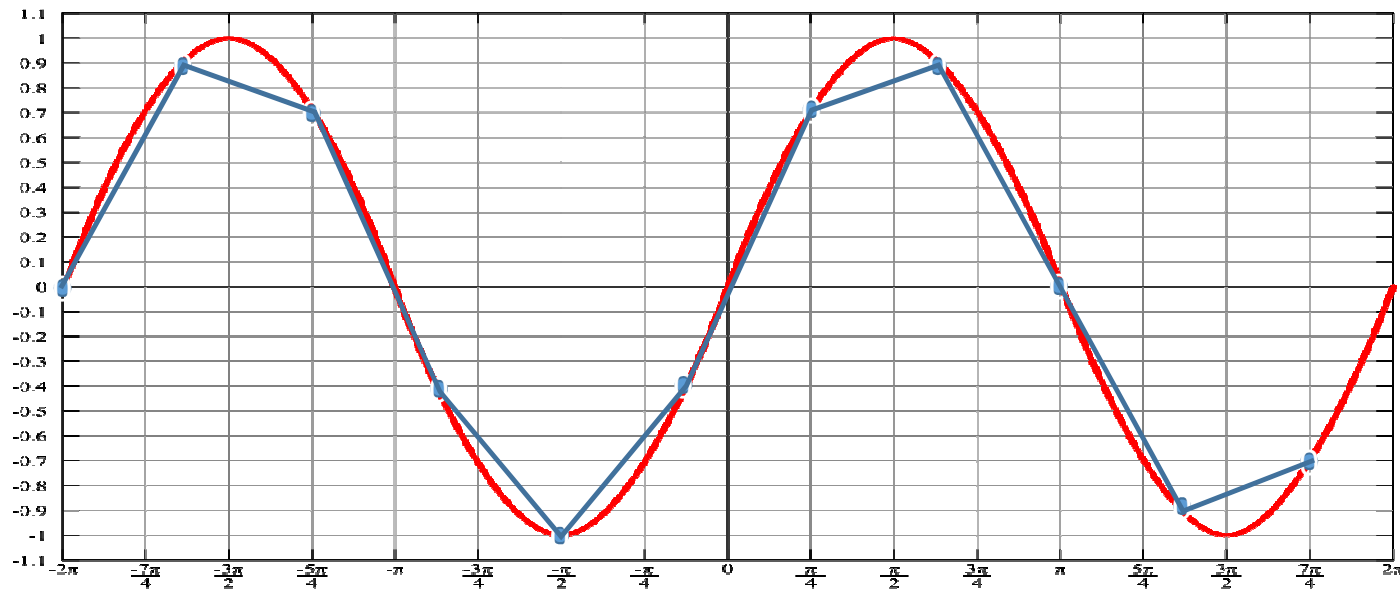
Descompone el Dominio en Volúmenes



Discretización Temporal

Δt

La solución se obtiene en puntos discretos del tiempo. El paso de tiempo debe ser el adecuado para captar los cambios de la solución.



Casos de Aplicación

Hoy en día creo que no es posible pensar en un área de la Ingeniería en la que no se utilicen simulaciones numéricas, o para ser más extensivos un área de las Ciencias en que no se utilicen.

Si bien los principios físicos que se representan difieren para cada área de la ciencia, la metodología de representación de un continuo mediante algo discreto es similar, por lo que tienen los diferentes tipos de mallados en común.

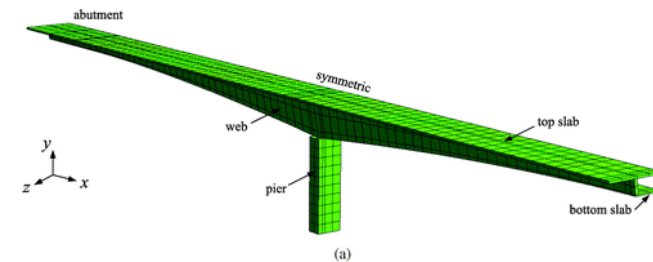
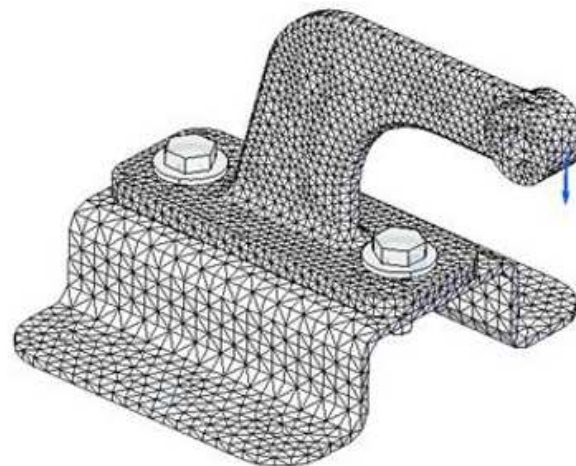
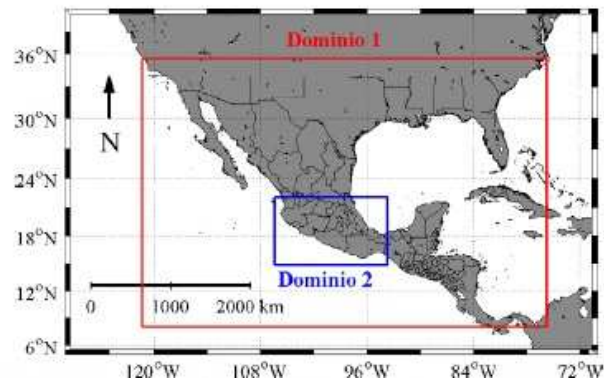
Dominio

Medio Continuo que se analiza

Fluidodinámica:
Fluidos Analizados

Mecánica:
Piezas analizadas

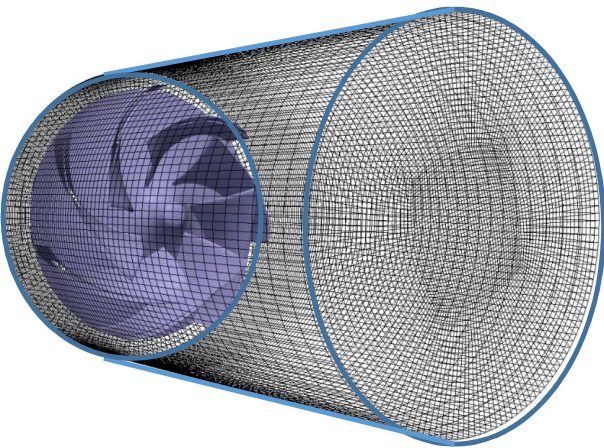
Estructuras Civiles:
Puente, Viga, Edificio,
etc; analizado



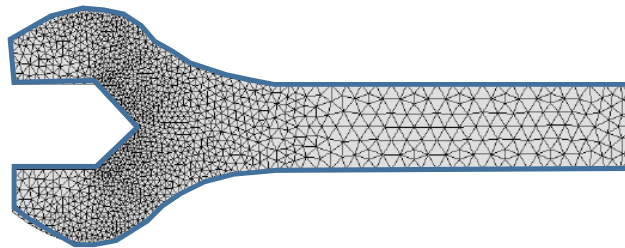
Dominio

Medio Continuo que se analiza

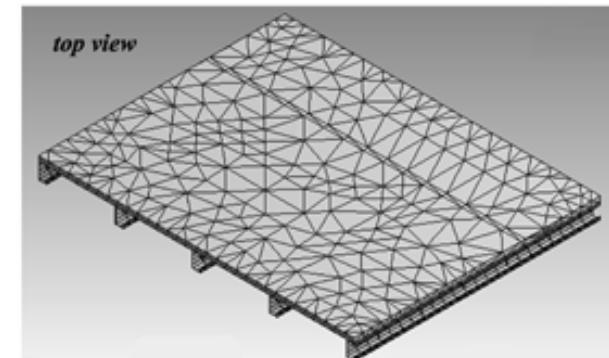
Fluidodinámica:
Fluidos Analizados



Mecánica:
Piezas analizadas



Estructuras Civiles:
Puente, Viga, Edificio, etc; analizado

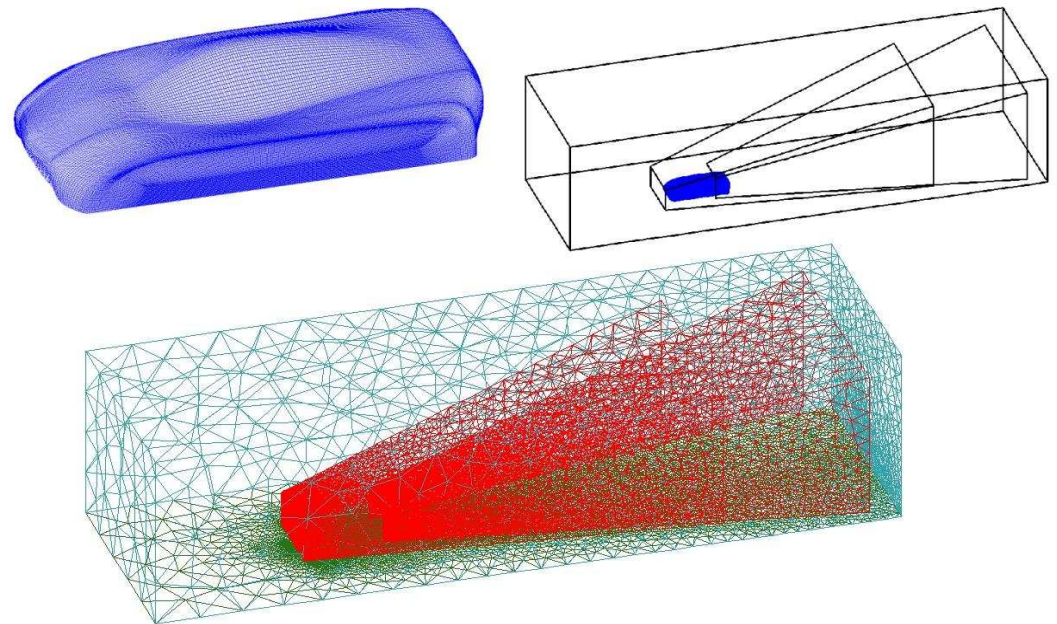


Subdominio

Sub-región del dominio.

Generalmente se delimita un subdominio por características especiales de análisis, sean estas geométricas o físicas.

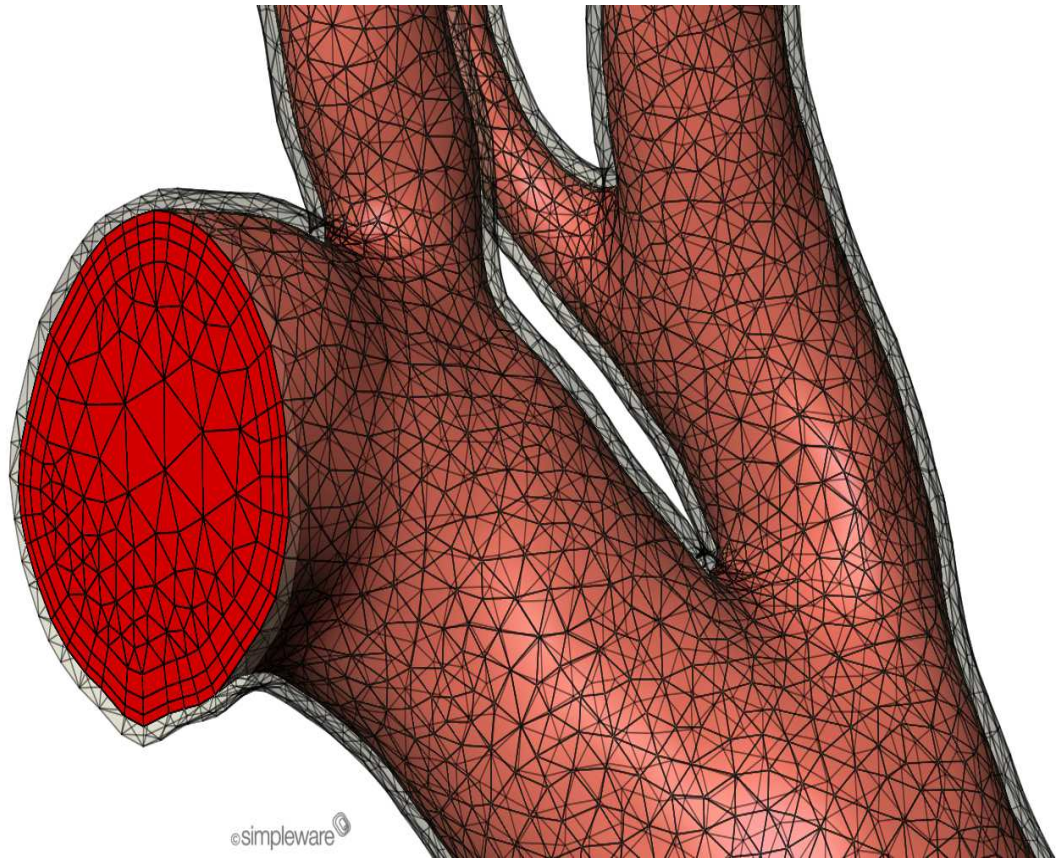
Pueden existir cuantos subdominios se quieran, siempre que mejore lo que se busca en la simulación.



Malla, Grilla, Mesh

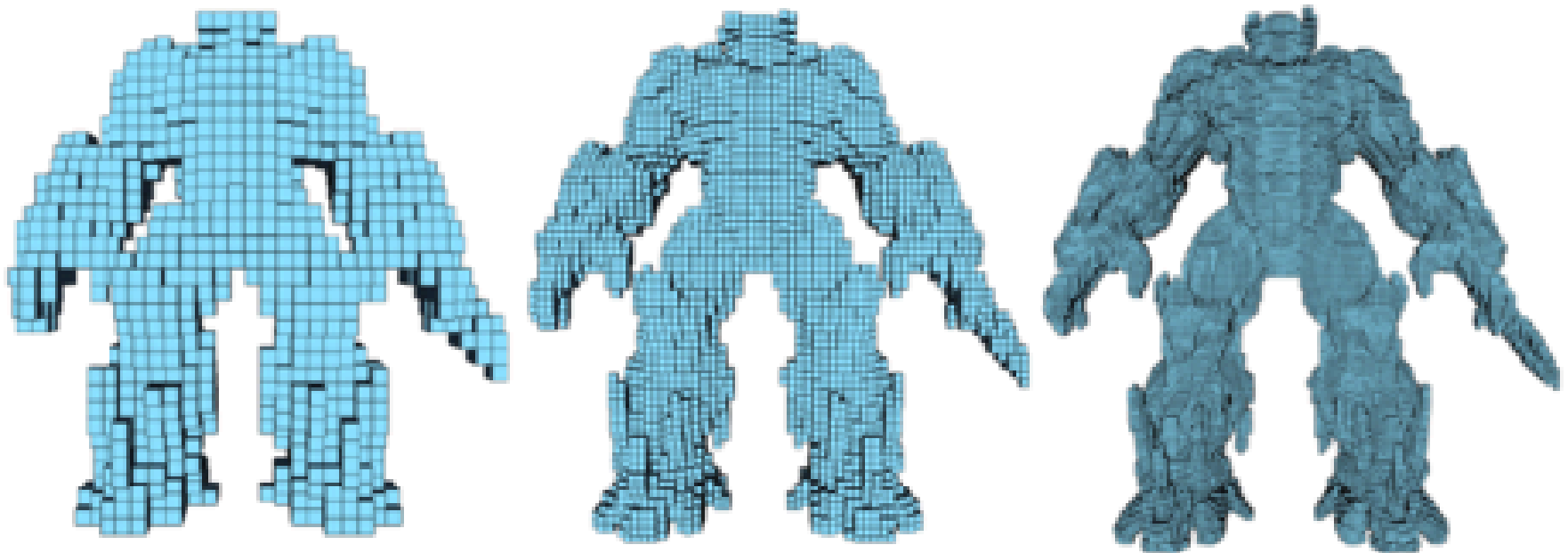
Representación discreta
espacial de un medio
continuo

Ya sea por Volúmenes o por
elementos



Renderizado

Como se represento una geometría, o el contacto con esta, a partir del mallado planteado



Condiciones Iniciales

Barra de Cobre



$$T(x,t+\Delta t) = T(x,t) + (\Delta t D / \Delta x^2) [T(x-\Delta x,t) - 2T(x,t) + T(x+\Delta x,t)]$$

Condiciones de Contorno

Barra de Cobre



$$T(x,t+\Delta t) = T(x,t) + (\Delta t D / \Delta x^2) [T(x-\Delta x,t) - 2T(x,t) + T(x+\Delta x,t)]$$

Convergencia de malla

En el modelado de elementos finitos, una malla más refinada, por lo general, da como resultado una solución más precisa. Sin embargo, a medida que la malla se vuelve más refinada, el tiempo de cálculo aumenta.

¿Cómo puede obtener una malla que equilibre de manera satisfactoria la exactitud y los recursos informáticos?

Convergencia de malla

- Cree una malla con el menor número de elementos que sea razonable y analice el modelo.
- Vuelva a crear la malla con una distribución de elementos más densa, vuelva a analizar el modelo y compare los resultados con los de la malla anterior.
- Continúe incrementando la densidad de la malla y volviendo a analizar el modelo hasta que los resultados converjan satisfactoriamente.

Costo Computacional

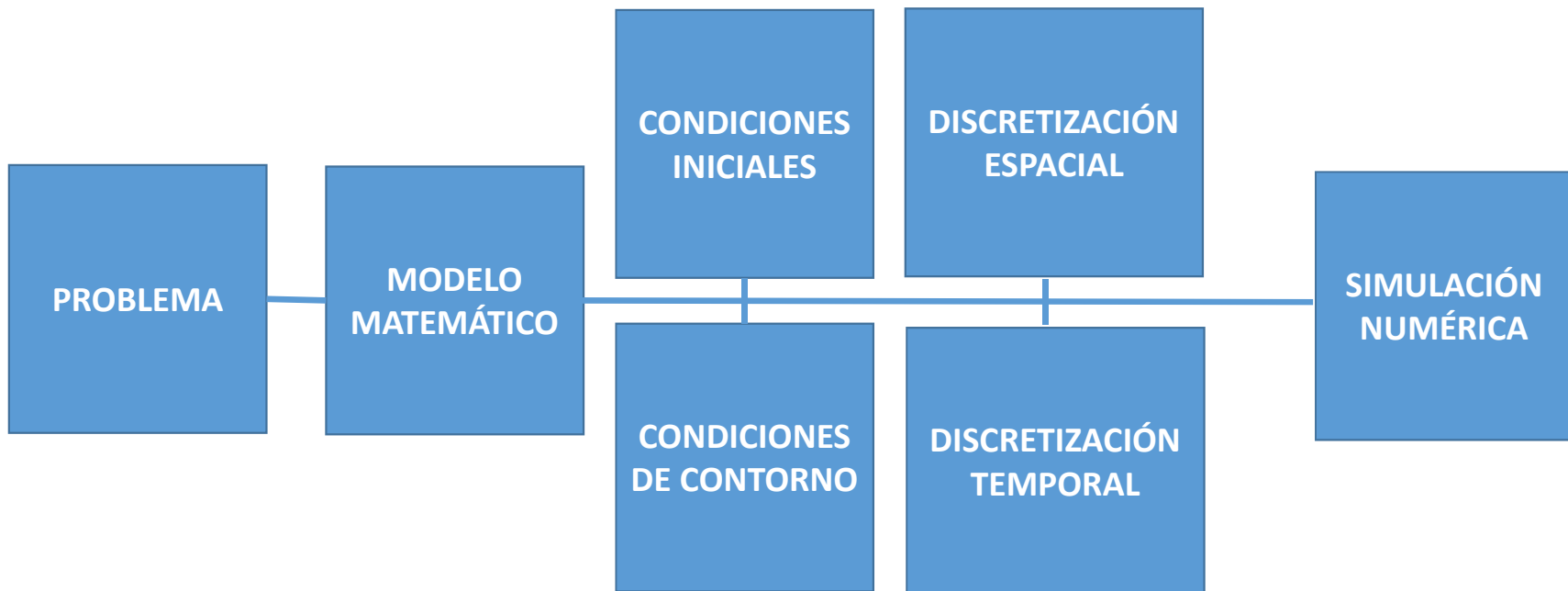
Para los fines de este curso se definirá como la relación directa entre el costo de un ordenador y el cociente entre el tiempo real de cálculo y el tiempo simulado.

Costo Computacional

Ahora bien si se comparara computadoras de iguales características con diferentes mallas, el factor costo de la maquina no entraría, y calcularíamos que tanto varia el cociente que multiplica el costo.

A lo largo de este curso se desea mostrar como disminuir este factor trabajando con los mallados.

Resumen



Bibliografía

Adrián Lozano Durán, (2014) “Dinámica de Fluidos Computacional: DFC Discretización temporal”.

Luis Cea Gómez, “Introducción al método de volúmenes finitos” Grupo de Ingeniería del Agua y del Medio Ambiente, GEAMA Universidad A Coruña.

Antonio Carrillo Ledesma y Osmar Mendoza Bernal (2015), “Introducción al Método de Diferencias Finitas y su Implementación Computacional”. Facultad de Ciencias. UNAM,

Ken Takahashi (12-08-2017), “¿Qué son los modelos numéricos?”. Ministerio del ambiente. Perú

<http://www.met.igp.gob.pe/modelos/modelos.html>

adrirdc.82@gmail.com
lopito.82@gmail.com

