

**EFFECTOS DE LA APLICACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA  
PARA LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE SEMI-PRESENCIAL DE  
LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN EL NIVEL UNIVERSITARIO.**

**AUTOR:** Carmen Antonia Lugo de Acosta

**DIRECTOR:** Dra. Yilda de Talavera

Concepción – Paraguay

2017

# **ACTA DE APROBACIÓN**

**TESIS PRESENTADA PARA CUMPLIR CON LOS REQUISITOS  
FINALES PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGISTER  
EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS: MENCIÓN MATEMÁTICA**

**AUTOR:**

**CARMEN ANTONIA LUGO DE ACOSTA**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**DRA. YILDA DE TALAVERA**

**TRIBUNAL DE EXPOSICIÓN Y DEFENSA DE LA TESIS**

**Dra. Blanca Margarita Ovelar de Duarte**\_\_\_\_\_

**Dr. Luca Carlo Cernuzzi**\_\_\_\_\_

**Dr. Marco Moschini**\_\_\_\_\_

**Resultado de la Evaluación:** \_\_\_\_\_

**Número**

**Letra**

**Mención**

\_\_\_\_\_  
**Lugar y Fecha de la Exposición y Defensa de la Tesis**

## **DEDICATORIA**

*A mi madre Eloísa, por su apoyo incondicional a lo largo de mi vida personal y profesional, por demostrarme con hechos que, a pesar de que la vida no es fácil, depende de cada uno salir adelante en busca de sus sueños.*

*A mi esposo Sabino, por estar ahí siempre apoyándome en cada decisión que he tomado, por las palabras de aliento que me ayudaron a no abandonar mis sueños, por confiar en mí y por la paciencia que me tuvo en todo momento.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*En primer lugar a Dios, por guiarme y darme la fortaleza para poder llegar a término este trabajo.*

*A mi asesora de tesis, la Dra. Yilda, por la paciencia que tuvo para guiarme durante el desarrollo de la tesis.*

*A todos mis amigos y amigas, quienes estuvieron presentes a través de sus palabras de ánimo, en especial a Dora, César y Roberto, que me brindaron su ayuda en cada momento.*

*A mis colegas y amigos Diego, Lorena, Viviana, Zunilda y Ramona, por sus aportes para que este trabajo pueda realizarse.*

## Resumen

El objetivo general de la investigación es analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza–aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, de estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción. El enfoque metodológico de la investigación es cuantitativo – cualitativo y de diseño cuasi – experimental. El tipo de muestreo es no probabilístico y la muestra es seleccionada por conveniencia o intencionada, pues se realiza la investigación con los estudiantes inscriptos en el primer periodo del año 2017 en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I. El trabajo consiste en realizar una comparación entre dos grupos de individuos con características similares a través de unos listados de ejercicios en las unidades de Vectores, Sistemas de Coordenadas, Línea Recta y Circunferencia. Ambos grupos fueron evaluados en forma individual con los mismos indicadores, con la diferencia de que los estudiantes del grupo experimental ha utilizado GeoGebra para la resolución y los del grupo control debían realizarlo a lápiz y papel. Además para conocer la experiencia de los estudiantes y los beneficios obtenidos en cuanto al uso de dicho programa en la resolución de ejercicios y los materiales elaborados con el mismo, al finalizar el experimento se llevó a cabo una encuesta al grupo experimental mediante cuestionario en línea. Se obtuvo como resultado una diferencia positiva en los indicadores logrados en las actividades en los estudiantes que han utilizado GeoGebra en la resolución de problemas con relación a quienes han trabajado sin esa herramienta, lo cual podría deberse a que dicha estrategia de enseñanza utilizada pudo ser un factor determinante y un aumento en la motivación hacia el estudio de la Geometría Analítica desde la perspectiva de los estudiantes.

## **Abstract**

The general objective of the research is to analyze the effects of the application of the GeoGebra software in blended teaching - learning of the Analytical Geometry and the Vectorial Analysis of Bachelors' Degree students in Science referring to Mathematical Statistics and Production Technology of the "Facultad de Ciencias Exactas y Naturales" of the Universidad Nacional de Asunción. The methodological approach of the research is quantitative - qualitative and of quasi - experimental design. The sampling type is not probabilistic, and the sample types are for convenience or intentional, since research is done with the students enrolled in the subject of Analytical Geometry and Vectors I course during first period of the year 2017. The work consists of making a comparison between two groups of individuals with similar characteristics through multiple lists of exercises in the units of Vectors, Coordinate Systems, Straight Line and Circumference. Both groups were evaluated individually with the same indicators in each group, with the difference that the students in the experimental group used GeoGebra for the resolution and those of the control group had do it in pencil and paper. In order to understand the experience of the students and the benefits obtained in the use of said program in the resolution of exercises and the materials developed with it, at the end of the experiment, a survey was conducted with the experimental group by means of a questionnaire on line. As a result, a positive difference was observed in the indicators achieved in the activities of the students who have used GeoGebra in the resolution of problems in relation to those who have worked without this tool, which could be due to the fact that the said teaching strategy could be a determining factor and an increase in the motivation towards the study of Analytical Geometry from the students' perspective.

## Índice

Introducción .....	1
CAPÍTULO I. Presentación de la Investigación .....	4
1.1.    Tema de la Investigación	4
1.2.    Título de la Investigación	4
1.3.    Planteamiento del Problema	4
1.3.1. Preguntas de la Investigación	5
1.3.2. Objetivos de la Investigación	6
1.3.3. Justificación o Relevancia del Estudio	6
1.3.4. Hipótesis de la Investigación	8
CAPÍTULO II. Marco Referencial .....	9
2.1.    Antecedentes	9
2.2.    Marco Conceptual	13
2.3.    Marco Teórico	15
2.3.1. El software GeoGebra	15
2.3.2. La Educación a Distancia	18
2.3.3. Comprensión de conceptos matemáticos con el programa GeoGebra	32
2.3.4. Resolución de problemas matemáticos con GeoGebra vs lápiz y papel	33
2.3.5. La motivación mediante la utilización de GeoGebra	35
2.4.    Marco Legal	39
CAPÍTULO III. Metodología.....	41
3.1.    Enfoque, diseño y alcance de la investigación	41
3.2.    Población	41
3.3.    Muestra	41
3.4.    Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos	42
3.5.    Validación del Instrumento	47
3.6.    Confiabilidad del Instrumento	49

3.7. Operacionalización de las variables	52
CAPÍTULO IV. Análisis de resultados .....	54
CAPÍTULO V. Conclusión.....	77
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA PRELIMINAR.....	81

### **Lista de Figuras**

Figura 1. Vista principal del aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I	42
Figura 2. Vista de las primeras seis unidades estudiadas en Geometría Analítica y Vectores I	43
Figura 3. Recursos disponibles en la Unidad I: Vectores	44
Figura 4. Ejercicio resuelto por un estudiante del grupo experimental de la Unidad VI	45
Figura 5. Mismo ejercicio resuelto por un estudiante del grupo control	45
Figura 6. Promedio de indicadores logrados	57
Figura 7. Resumen de frecuencias de la Dimensión I	61
Figura 8. Pregunta II.2	62
Figura 9. Pregunta II.3	63
Figura 10. Pregunta III.1	63
Figura 11. Pregunta III.2	64
Figura 12. Pregunta III.3	64
Figura 13. Pregunta III.4	65
Figura 14. Pregunta III.5	65
Figura 15. Pregunta IV.2	67
Figura 16. Pregunta IV.3	67
Figura 17. Pregunta IV.4	68
Figura 18. Pregunta IV.6	69

## Lista de Tablas

Tabla 1: Etapas y elementos de una modalidad a Distancia .....	20
Tabla 2. Teoría que apoyan la modalidad a distancia (Cabral – 2008, p. 69).....	22
Tabla 3. Análisis de los modelos de enseñanza, de acuerdo con Baath (Stojanovic – 1994, p. 35).....	24
Tabla 4. Categoría de Suficiencia.....	48
Tabla 5. Resultados de categorías de Coherencia, Relevancia y Claridad .....	49
Tabla 6. Indicadores logrados en la Unidad I – Grupo Experimental y Grupo Control .....	54
Tabla 7. Indicadores logrados en la Unidad II – Grupo Experimental y Grupo Control .....	55
Tabla 8. . Indicadores logrados en la Unidad IV – Grupo Experimental y Grupo Control.....	56
Tabla 9. Indicadores logrados en la Unidad VI – Grupo Experimental y Grupo Control.....	56
Tabla 10. Indicadores logrados– Grupo Experimental y Grupo Control.....	57
Tabla 11. Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales .....	58
Tabla 12. Distribución de frecuencias del ítem I.1 .....	59
Tabla 13. Distribución de frecuencias del ítem I.2.....	59
Tabla 14. . Distribución de frecuencias del ítem I.3.....	59
Tabla 15. Distribución de frecuencias del ítem I.4.....	60
Tabla 16. Distribución de frecuencias del ítem I.5.....	60
Tabla 17. Distribución de frecuencias del ítem I.6.....	60
Tabla 18. Estadísticos de Uso del software GeoGebra .....	61
Tabla 19. Comprensión de conceptos básicos y abstractos de Geometría Analítica en las cuatro unidades del estudio.....	62
Tabla 20. . Pregunta IV.1 .....	66
Tabla 21. Pregunta IV.5 .....	68
Tabla 22. Resultados estadísticos de Nivel de motivación .....	69
Tabla 23. Resultados de Test de Interés.....	70
Tabla 24. Resultados de Autonomía.....	71
Tabla 25. Resultados de Retroalimentación.....	71
Tabla 26. Respuestas de las preguntas abiertas.....	72
Tabla 27. Pregunta abierta N°1 .....	74

Tabla 28. Pregunta abierta N°2 .....	74
Tabla 29. Pregunta abierta N°2 – Parte I .....	75
Tabla 30. Pregunta abierta N° 3 .....	75
Tabla 31. Pregunta abierta N°4 .....	76

### **Lista de Apéndices**

Apéndice 1. Materiales de Apoyo .....	88
Apéndice 2. Indicadores de Evaluación .....	119
Apéndice 3. Encuesta sobre la experiencia con GeoGebra en la enseñanza – aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I.....	120

### **Lista de Anexos**

Anexo A: Planillas de exámenes parciales.....	125
Anexo B. Juicio de Expertos .....	127

## Introducción

Este trabajo de investigación se basa en el uso del software GeoGebra como herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I. Desde la creación del programa, varias investigaciones se han llevado a cabo en distintas áreas de la Matemática, en distintos niveles educativos. Entre estos, Coronado y otros (2014) mencionan que el uso de GeoGebra aporta al proceso de enseñanza y aprendizaje en la comprensión de los conceptos matemáticos en estudiantes del nivel universitario. De igual manera, Cotic (2014) manifiesta que el uso de GeoGebra con las metodologías adecuadas propicia al aprendizaje de la Geometría.

De igual manera, Gamboa (2007) señala que el uso de las tecnologías en la enseñanza de las Matemáticas sirve de apoyo siempre que sea acompañado por el docente. Por su parte, Camargo (2014) presenta como resultado de su trabajo con relación al uso de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría Analítica que la buena elección de recursos y actividades con el acompañamiento del docente como mediador del aprendizaje, es posible la comprensión de nuevos conceptos de la Geometría analítica y la retroalimentación de propiedades ya estudiadas en la Geometría plana.

La enseñanza de las asignaturas en la modalidad semipresencial se desarrolla a través de plataformas virtuales, que cuentan con recursos, ya sean los materiales didácticos, los foros, como los mensajes internos, etcétera, que a veces no son suficientes para el logro de los objetivos, lo que puede sobrevenir a un posterior fracaso, que conlleva a la desmotivación y, finalmente, el abandono de la asignatura. En vista de que la asignatura Geometría Analítica y Vectores I se encuentra entre las asignaturas desarrolladas en los primeros niveles, tal desmotivación podría influenciar en el abandono de la carrera y, para evitar eso, surge la necesidad de implementar una posible solución al problema de comprensión de la asignatura.

Se evidencia la necesidad del empleo de otras herramientas que complementen al aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I, es de aquí donde nace la idea del empleo de GeoGebra en la elaboración de los materiales didácticos y en la resolución de situaciones problemáticas a fin de buscar el mejoramiento del aprendizaje y el aumento de la motivación de los estudiantes. De igual manera, se pretende analizar los beneficios que se podría obtener del empleo de estas herramientas en las demás asignaturas de Matemática, y si sería factible su empleo en otras áreas de las ciencias exactas y naturales para el logro del aprendizaje de los estudiantes.

En esta investigación, el problema que se plantea es identificar la dificultad que tienen los estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I y tiene como objetivo general de la investigación analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza–aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial de los estudiantes y la naturaleza del estudio de dicha investigación es de tipo descriptivo, pues se limita a realizar una descripción de los fenómenos observados a fin de recoger información de las variables involucradas en el estudio sin necesidad de buscar relación entre ellas.

El enfoque metodológico de la investigación es cuantitativo–cualitativo y de diseño cuasi–experimental, es decir, parte de la idea de realizar una comparación entre dos grupos de individuos con características similares, pero de los cuales a un grupo se le aplica la metodología de estudio y al otro grupo no. El tipo de muestro es no probabilístico y el tipo de muestra es por conveniencia o intencionada, pues se realiza la investigación con los estudiantes inscriptos en el primer periodo del año 2017 en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I, en la modalidad semipresencial de la Licenciatura en Ciencias Mención Matemática Estadística y la Licenciatura en Tecnología de Producción.

Los experimentos afectan a los estudiantes matriculados en la sección A (grupo experimental), el cual corresponde a la sección de las licenciaturas mencionadas con tamaño de muestra igual a 33 estudiantes y sus resultados se comparan con los obtenidos por los estudiantes matriculados en la sección B (grupo de control) de la misma asignatura, el cual cuenta con 22 estudiantes. Dichos experimentos consisten en presentar listados de ejercicios en ambos grupos, en las unidades de Vectores, Sistemas de Coordenadas, Línea Recta y Circunferencia, evaluados con los mismos indicadores en cada grupo, con la diferencia de que el grupo experimental ha utilizado GeoGebra para la resolución y los del grupo control lo debían realizar a lápiz y papel. Ambos grupos en forma individual.

Al finalizar el experimento en las cuatro unidades, con el objeto de conocer la experiencia de los estudiantes y los beneficios obtenidos en cuanto al uso de dicho programa en la resolución de ejercicios y los materiales elaborados con el mismo, se lleva a cabo una encuesta al grupo experimental (sección A) mediante un formulario de Cuestionario en Google Drive , el cual contiene ítems de estructura de escala de Lickert,

que se encuentra estructurado por dimensiones y cuenta con preguntas abiertas cuyas respuestas se han categorizado para su análisis.

Este trabajo está conformado por cinco capítulos, detallados a continuación:

- **Capítulo I. Presentación de la investigación:** en el mismo se describen el tema y el título de investigación, se plantea el problema de investigación mediante las preguntas de investigación, los objetivos generales y específicos, la justificación o relevancia del estudio y las hipótesis.
- **Capítulo II. Marco Referencial:** se describen los antecedentes de la investigación, en el marco conceptual se desarrollan el marco teórico y el marco legal.
- **Capítulo III. Metodología:** se presentan el enfoque, diseño y alcance de la investigación, la población y la muestra con el tipo de muestreo utilizado y el método para determinar el tamaño de la muestra, los procedimientos e instrumentos para la recolección y la tabla de operacionalización de variables.
- **Capítulo IV. Análisis de resultados:** se desarrolla el análisis de los datos cualitativos y cuantitativos obtenidos por medio de los instrumentos de recolección.
- **Capítulo V. Conclusión:** se describen detalladamente los resultados obtenidos en la investigación en base a las hipótesis planteadas.

## **CAPÍTULO I. Presentación de la Investigación**

### **1.1. Tema de la Investigación**

El uso del programa GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial.

### **1.2. Título de la Investigación**

Efectos de la aplicación del software GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica en el nivel universitario.

### **1.3. Planteamiento del Problema**

Los estudiantes inscriptos en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I, de las carreras de Licenciatura en Educación Matemática y Ciencias Básicas en la modalidad semipresencial, registraron un alto grado de inhabilitación para acceder a los exámenes finales durante el segundo periodo del 2015 y el primer periodo del 2016, cuyos porcentajes son del 54% y 48%, respectivamente<sup>1</sup>. Este alto grado podría deberse en parte a que los estudiantes no logran comprender los contenidos abordados, lo cual conlleva a no realizar las actividades planteadas o, con las actividades desarrolladas, no logran acumular los puntajes mínimos requeridos.

Como esta asignatura corresponde a los primeros niveles, corresponde a los conocimientos previos requeridos para las de nivel superior, por lo que la no aprobación de la misma conllevaría a la desmotivación y posterior abandono de la carrera. Si esta situación se vuelve constante, el docente podría verse afectado en su nivel de motivación extrínseca, el cual depende de los resultados esperados.

De igual manera, si este nivel de inhabilitados se mantiene y, por ese motivo, aumenta la deserción podría afectar al departamento de Educación a Distancia a través del cierre de las carreras en dicha modalidad o influir en el presupuesto por medio de recortes por ineficiencia.

Por todo lo expuesto se sugiere una alternativa de solución que ha arrojado resultados positivos en otros trabajos y en diversas áreas de la Matemática de la modalidad de enseñanza presencial en varios niveles educativos (primario, secundario y universitario), en cuanto al mejoramiento del nivel de motivación de los estudiantes, la capacidad de resolución de problemas y comprensión de conceptos, en base al empleo de herramientas tecnológicas (videos, softwares, etc.) como apoyo al proceso de enseñanza – aprendizaje. Considerando estos resultados, la propuesta didáctica que se plantea

---

<sup>1</sup> Anexo A: Planillas de exámenes parciales

como alternativa de solución a las dificultades mencionadas anteriormente en la modalidad semipresencial, consiste en complementar las estrategias aplicadas en la plataforma virtual durante el desarrollo de la asignatura, mediante el uso de herramientas tecnológicas, específicamente del programa GeoGebra, a modo de dar un enfoque interactivo a los contenidos y facilitar la comprensión de conceptos matemáticos abstractos, dar a conocer de manera sistemática las aplicaciones y fórmulas empleadas en mismo. Asimismo, se pretende construir actividades didácticas con las que los estudiantes sean capaces de practicar la autoevaluación y la solución de problemas de manera analítica y gráfica con la aplicación de este programa a fin de adoptar su utilidad a otras asignaturas.

### **1.3.1. Preguntas de la Investigación**

#### **Pregunta Principal**

¿Cuáles son los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, de estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de Producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción?

#### **Preguntas Específicas**

1. ¿Cuáles son las utilidades del software GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I?
2. ¿Cuáles son las teorías que sustentan a la Educación a Distancia con relación al empleo de las herramientas tecnológicas en la plataforma?
3. ¿Qué diferencias presentan los estudiantes que utilizan GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje en los niveles de comprensión de los conceptos de Geometría Analítica y Análisis Vectorial de aquellos que no lo utilizan?
4. ¿Qué diferencias se observan en las capacidades de resolución de problemas de Geometría Analítica y Análisis Vectorial, entre los estudiantes que utilizan el software GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje y aquellos que no lo utilizan?
5. ¿Cuáles son los niveles de motivación hacia el estudio de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial en los estudiantes que emplean GeoGebra, de acuerdo a su percepción?

### **1.3.2. Objetivos de la Investigación**

#### **Objetivo General**

Analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza–aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, de estudiantes de las Licenciaturas en Ciencias Mención Matemática Estadística y Tecnología de producción de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción.

#### **Objetivos Específicos**

1. Identificar las utilidades del software GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I.
2. Comprender las teorías que sustentan a la Educación a Distancia con relación al empleo de las herramientas tecnológicas en la plataforma.
3. Establecer diferencias en los niveles de comprensión de los conceptos de Geometría Analítica y Análisis Vectorial, entre los estudiantes que utilizan GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje de aquellos que no lo utilizan.
4. Determinar las diferencias en las capacidades de resolución de problemas de Geometría Analítica y Análisis Vectorial, entre los alumnos que utilizan el software GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje de aquellos que no lo utilizan.
5. Identificar los niveles de motivación hacia el estudio de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial, en los estudiantes que utilizan el software GeoGebra para apoyar sus procesos de aprendizaje, de acuerdo a su percepción.

### **1.3.3. Justificación o Relevancia del Estudio**

La Educación a Distancia llevada a cabo a través de las denominadas plataformas virtuales, al igual que otras modalidades, presenta fortalezas y debilidades. Entre sus principales fortalezas se pueden mencionar la gran variedad de materiales didácticos disponibles en diversos formatos digitales, los foros, los mensajes instantáneos, las teleconferencias, entre otros, que favorecen el autoaprendizaje guiado. No obstante, se evidencia en muchos casos un porcentaje bajo de objetivos logrados, con lo cual se presume que a pesar de las facilidades que otorgan los medios tecnológicos disponibles en las plataformas, éstos no son suficientes para generar una mayor comprensión de los conceptos abordados en las disciplinas impartidas con esta modalidad. Las dificultades en el logro de resultados de aprendizaje conllevan frecuentemente la desmotivación y el consecuente abandono de las asignaturas por parte de los estudiantes.

De igual manera, como la asignatura corresponde a una de los primeros niveles, constituye una base para las de nivel superior, por lo que la desmotivación sería capaz de arrastrar el posterior abandono de la carrera. Pero no sólo afecta a los estudiantes, el docente también podría verse afectado por dicha situación, pues uno de los factores de motivación depende de los resultados positivos y, como se sabe que el mejoramiento de la calidad educativa depende en parte de la motivación del docente, surge la necesidad de implementar una posible solución al problema de comprensión de la asignatura.

Esta problemática, que afecta a la calidad de la educación superior, requiere ser abordada a partir de un análisis de las posibilidades y limitaciones que presentan las plataformas virtuales en general y la de la FACEN en particular, para ofrecer estrategias metodológicas que permitan adaptar los procesos de enseñanza-aprendizaje a las necesidades y características individuales de cada estudiante. Sobre esta base, se evidencia la necesidad de emplear otras herramientas que complementen las utilizadas actualmente en la plataforma de la FACEN, específicamente en el aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I, con la finalidad de facilitar la comprensión de conceptos matemáticos que resultan abstractos para los estudiantes y resolver situaciones problemáticas de manera gráfica y analítica, promoviendo, de este modo, el mejoramiento de las condiciones de aprendizaje en la modalidad semipresencial.

De todo esto nace la idea del empleo de GeoGebra en la elaboración de los materiales didácticos y en la resolución de situaciones problemáticas, a fin de buscar el mejoramiento del aprendizaje y el aumento de la motivación de los estudiantes, pues a través de esta herramienta pueden ser capaces de construir sus conocimientos por medio de la experimentación y manipulación en las actividades dinámicas y mediante la investigación y observación directa, deducir las propiedades y resolver problemas; asimismo, ayudará a mejorar la capacidad y el rendimiento académico de los estudiantes. Además, se espera la formación de la capacidad tecnológica del estudiante, pues en su futuro ejercicio docente será capaz de emplear dicha estrategia con sus estudiantes.

Así también se pretende con la investigación analizar los beneficios que se podría obtener del empleo de estas herramientas en las demás asignaturas de Matemática, y si sería factible su empleo en otras áreas de las ciencias exactas y naturales para el logro del aprendizaje de los estudiantes. Es por esta razón que los beneficiarios principales de esta investigación son los estudiantes matriculados en la asignatura.

Varios estudios previos sobre la utilidad de este software en la enseñanza de la matemática y la física, en los niveles secundario y universitario, obtuvieron resultados positivos en el aprendizaje de los estudiantes y de la mano de GeoGebra, combinado con un aprendizaje colaborativo, sirve de motivación en la construcción del aprendizaje. Se pretende analizar si los mismos resultados se obtienen con los estudiantes de la modalidad semipresencial, mediante la plataforma virtual y tutorías presenciales.

Si bien existen investigaciones realizadas en otros ámbitos y niveles educativos sobre la utilización de la herramienta GeoGebra, la peculiaridad de la educación a distancia a través de la plataforma virtual, como una modalidad que representa toda una innovación en nuestro medio, que apunta hacia la educación del futuro, el presente trabajo constituye, por tanto, un aporte muy importante que puede ayudar a fortalecer la enseñanza de la matemática en esta modalidad, sobre la base de los resultados obtenidos, lo cual le confiere novedad y originalidad a la investigación.

#### **1.3.4. Hipótesis de la Investigación**

H1: El uso del software GeoGebra mejora el nivel de comprensión de conceptos fundamentales de la Geometría Analítica y Análisis Vectorial mediante la resolución de problemas.

H2: El uso de software GeoGebra aumenta la motivación de los estudiantes hacia el estudio de la Geometría Analítica y Análisis Vectorial, desde la perspectiva del estudiante.

## **CAPÍTULO II. Marco Referencial**

### **2.1. Antecedentes**

Como resultado de la revisión bibliográfica, se mencionan algunos artículos de autores que se encargaron de realizar un trabajo sobre la aplicación del programa GeoGebra. Si bien, la mayoría de los trabajos que se presentan la han realizado en la enseñanza presencial, dicha experiencia sustenta la aplicabilidad del programa en la enseñanza de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial.

El aporte de Coronado y otros (2014), en el artículo “GeoGebra para el Aprendizaje de la Matemática Inicial Universitaria”, menciona la experiencia del uso de la herramienta GeoGebra en el desarrollo de las actividades prácticas en la asignatura Matemática II de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad Lisandro Alvarado de Venezuela, cuya idea nace de la necesidad de paliar las deficiencias conceptuales con las que el estudiante ingresa a la universidad y la de incentivarlo hacia el uso de las TIC para efecto de hacer más eficiente su aprendizaje. En cuanto a la metodología empleada en el estudio, se puede mencionar que se utilizó un enfoque cuantitativo con una investigación descriptiva de campo de tipo transversal, con una muestra de 43 estudiantes que cursaban la asignatura Matemática II con la finalidad de conocer sus opiniones sobre el uso de las TIC y de la herramienta GeoGebra. Los resultados obtenidos en este estudio se basan en que el uso del programa da un aporte beneficioso en la enseñanza y aprendizaje, específicamente en la comprensión de los conceptos matemáticos acompañada de la mediación docente, se plantea alternativa didáctica para el análisis de situaciones problemáticas y los estudiantes manifiestan un cambio en su aprendizaje, pues alegan comprender conceptos y aplicarlos, lo cual no se logró en cursos anteriores. Por lo tanto, los resultados obtenidos sirven de fundamento para la aplicación de esa alternativa didáctica en la enseñanza de la Geometría Analítica y Vectores, ya que la misma requiere la comprensión de los diversos conceptos para la resolución de problemas y, como la enseñanza es netamente a distancia, con el empleo del programa las clases resultan más dinámicas, pues no es simplemente resolver de manera mecánica los problemas por medio de fórmulas, sino que también a partir de conceptos matemáticos asimilados, es posible obtener la solución a los problemas planteados.

Así también, Cotic (2014) en su artículo “GeoGebra como puente para aprender matemática” expone los resultados obtenidos luego de la aplicación del proyecto Tic y

Matemática destinado a la capacitación de docentes del nivel primario de la Región VI de la Provincia de Buenos Aires, que se llevó a cabo mediante talleres con actividades de construcciones con propiedades geométricas, resolución de situaciones problemáticas en forma colaborativa y, a través de esta experiencia, los docentes han podido verificar que el uso de las TIC, junto con metodologías adecuadas, propicia el aprendizaje de la Geometría. De igual manera, pone en manifiesto el entusiasmo con que los alumnos resuelven las actividades propuestas y verificar las soluciones por diversos caminos. Finalmente, menciona que la integración de las TIC en el aula de matemática “dependerá del interés y la capacidad de los docentes para generar un ambiente de aprendizaje que favorezca la producción de conocimientos con clases dinámicas, estimulando el aprendizaje continuo y el trabajo colaborativo”. Como esto se refiere a que el docente debe estar comprometido con el aprendizaje de los estudiantes, los mismos deben sentirse acompañados en el aula virtual mediante la constante motivación y la elección adecuada de las actividades propicias para el logro de las objetivos planteados, por lo tanto, el trabajo se realiza con el apoyo continuo del docente mediante la intervención en los foros del aula, la elaboración de materiales guías, etc.

A su vez, Iturbe (2013) en su artículo “Uso del GeoGebra en la enseñanza de la Geometría en carreras de Diseño” presenta el análisis didáctico de la aplicación de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría en la asignatura de Matemática de primer año de las carreras de Diseño de la Universidad Nacional de Río Negro (Argentina). Plantea que mediante el empleo de esta herramienta da la posibilidad de que el estudiante “...explore en forma autónoma, durante el proceso de solución, permite que aparezca la búsqueda y exploración de relaciones matemáticas, así como visualizar y explorar el significado de esas relaciones”, siempre y cuando el docente lo acompañe durante ese proceso. Finalmente, concluye que la incorporación de herramientas tecnológicas si no van acompañadas de situaciones problemáticas y sin la intervención continua del docente en el proceso, son de poco valor. Una vez más se enfatiza el compromiso del docente para el logro del aprendizaje, ya sea mediante la intervención continua como la elaboración de situaciones de aprendizaje donde los estudiantes sean capaces de identificar, de forma autónoma, los diversos conceptos matemáticos mediante la exploración de ejemplos resueltos con el programa, lo cual resulta de ayuda para resolver otras situaciones problemáticas y los mismos sean capaces de identificar las relaciones matemáticas a utilizar para llegar a la solución.

De acuerdo con los resultados de Gamboa (2007), en su artículo “Uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas”, el mismo plantea la importancia del empleo de la tecnología como apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, siempre que sea acompañado por el docente. A su vez, señala que el uso correcto de las tecnologías en la resolución de problemas, “permite a los estudiantes desarrollar conductas como: búsqueda de relaciones entre los elementos de las representaciones, con el propósito de identificar la solución de los problemas...”. De igual manera, presenta algunas recomendaciones para el uso de la tecnología en el salón de clases entre las cuales menciona que el docente debe planificar las actividades que se trabajarán y que los estudiantes deben ser capaces de refutar los resultados obtenidos con la tecnología mediante la utilización de sus conocimientos matemáticos. Este autor propone que, mediante el desarrollo de las actividades, el estudiante debe ser capaz de analizar los resultados obtenidos en la resolución de los problemas con el empleo del programa lo cual hubiera resultado un poco más complicado y tedioso si lo hace con ayuda del lápiz y papel, además se enfatiza que el docente debe crear las actividades acordes que lleven a la comprensión de los conceptos por descubrimiento y reflexión.

De la experiencia de Camargo (2014) con estudiantes del tercer año de la Enseñanza media, menciona en su artículo “Aplicação do software GeoGebra ao ensino da geometria analítica” que en vista a la problemática que observó en la mayoría de los alumnos que no recordaban propiedades de la geometría plana y tenían muchas dificultades de realizar analogías en el plano cartesiano y con el objetivo de mejorar esos aprendizajes plantea la propuesta a fin de lograr que los alumnos trabajen de manera agradable ese contenido específico, mediante el uso del computador y del programa GeoGebra por medio de clases prácticas en forma dual e individual para que los mismos estudiantes sean capaces de revisar y profundizar los principales conceptos de la Geometría Analítica plana. El trabajo se planeó con preguntas de modo a que el alumno “identifique ciertas propiedades, analice los resultados obtenidos y a partir de algunas indagaciones, elabore argumentos que comprobasen las observaciones obtenidas y describa, de forma clara y concisa, las relaciones y condiciones para explicar los conceptos y propiedades estudiadas”. Con relación a las clases anteriores donde no se aplicó el empleo del programa, Camargo (2014) menciona, además, que, tras el empleo del mismo, el trabajo con los estudiantes resultó más fácil y agradable, se observó mayor fijación de las propiedades de la geometría plana que son elementales

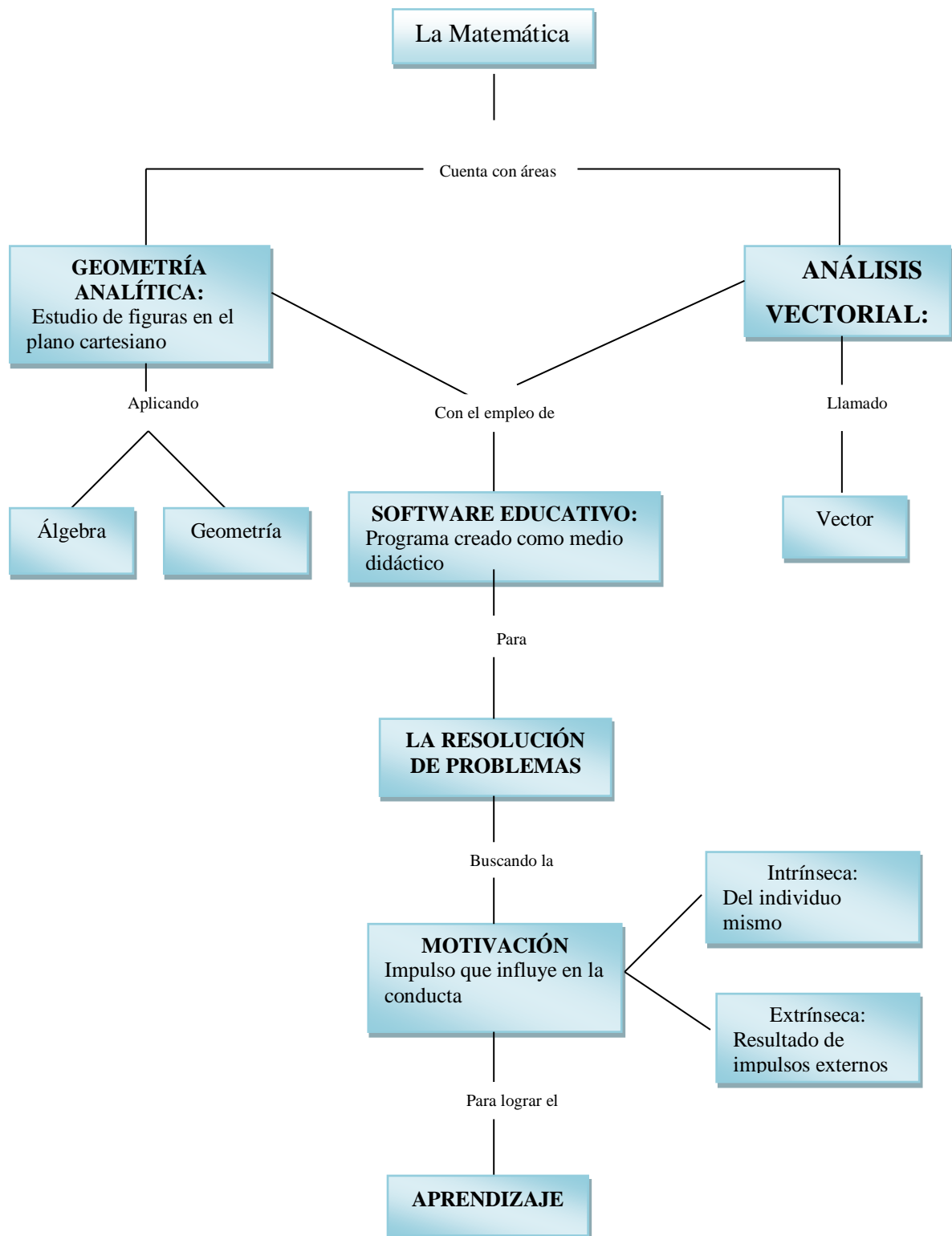
para el aprendizaje de la Geometría analítica. De igual manera, “las actividades provocaron en los estudiantes el interés de buscar otras propiedades, bien como la disputa sana de conseguir ver más propiedades en las actividades desarrolladas. Fueron muchos los alumnos que trataron de usar el software para recordar algunas propiedades de la Geometría Plana anteriormente estudiadas...”. Con esta experiencia, se puede concluir que la buena elección de recursos y actividades con el acompañamiento del docente como mediador del aprendizaje, es posible la comprensión de nuevos conceptos de la Geometría analítica y la retroalimentación de propiedades ya estudiadas en la Geometría plana.

Considerado cada uno de los resultados obtenidos de otras investigaciones expuestas anteriormente, pues pese a las diferencias que se presenta en cuanto a asignatura, los niveles educativos y la modalidad de enseñanza (los expuestos se plantean en la enseñanza presencial), todos pretenden emplear una estrategia para mejorar el aprendizaje del estudiante, siendo el papel del docente fundamental asumiendo un rol como mediador y facilitador de modo a ir construyendo de manera conjunta el logro de los objetivos de la asignatura.

Como la enseñanza de la Geometría Analítica y Vectores I se lleva a cabo mediante la utilización de la plataforma Moodle y como el uso del computador es el día a día para los estudiantes del departamento de Educación a Distancia de la FACEN, resulta ser una oportunidad para dar a conocer otras utilidades y herramientas que serían de apoyo para el aprendizaje de los estudiantes (ya que la enseñanza en su mayor porcentaje es a distancia), el trabajo previo del docente resulta importante pues requiere la elaboración de recursos que complementan a los materiales de lectura, entre las que se mencionan: las presentaciones en power point, problemas resueltos con GeoGebra, las Guías Rápidas de cada unidad; los videos tutoriales de la web ayudan a afianzar las prácticas con el programa. Pero el trabajo del docente debe ser continuo, pues su constante acompañamiento a través del foro de Novedades y la aclaración de dudas a través del foro de Consultas, mensajería interna de la plataforma y correo electrónico motivan a la participación de los estudiantes en las actividades propuestas en el aula.

## 2.2. Marco Conceptual

A continuación, se presentan algunos conceptos de las variables que involucran el estudio.



**Geometría Analítica:** según Leithold (1998), la Geometría analítica es la creación de René Descartes (1596 - 1650), matemático y filósofo francés en cuyo libro Geometría, publicado en el año 1637, “estableció la unión del álgebra y la geometría mediante un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares (llamada así en su honor)” (p. 1150)

**Análisis Vectorial:** Leithold (1998) menciona que el análisis vectorial es el estudio de los vectores, ya sea en forma geométrica o analítica.

**Software:** son los programas utilizados para indicar al computador lo que tiene que hacer.

**Software Educativo:** Según Ferrés (1996) “un software educativo es un programa para ordenador creado con el fin de ser utilizados como medio didáctico...”

**Resolución de problemas:** D’Zorrilla (2007) es “un proceso cognitivo-afectivo-conductual mediante el cual una persona intenta identificar o descubrir una solución o respuesta de afrontamiento eficaz para un problema particular”.

**Motivación:** es el impulso que influye en la conducta del individuo, a fin de lograr la meta o el objetivo que se desea alcanzar.

Rócenas (2010) menciona que los factores que pueden influir en la calidad de los procesos educativos son:

- **Motivación intrínseca:** es aquella que surge del individuo mismo. En otras palabras, es cuando el sujeto realiza alguna actividad por iniciativa propia, sin ningún incentivo externo.
- **Motivación extrínseca:** es la que surge como resultados de impulsos externos, es decir, aquella que viene de afuera del sujeto.

**Aprendizaje:** Según Piaget “...es el resultado de una construcción de estructuras intelectuales con materiales tomados de la cultura circundante, a partir de actividades que tienen sentido y significado para el individuo” (Citado en Cabral – 2008, p. 59)

## **2.3. Marco Teórico**

### **2.3.1. El software GeoGebra**

GeoGebra corresponde a un programa gratuito de matemáticas dinámicas que puede ser empleado en todos los niveles educativos, que reúne las áreas de Geometría, Álgebra, Cálculo y Estadística. Por ser una herramienta completa y fácil de usar, es la más popular y cuenta con comunidades para compartir y descargar los materiales interactivos.

Lo interesante de este software es que se puede conectar la Geometría, el Álgebra por medio de la hoja de cálculo de manera dinámica y, como se encuentra disponible en varios idiomas, facilita su distribución a millones de usuarios del mundo. Este programa está dirigido a profesores y estudiantes de Matemáticas y Ciencias, con la finalidad de fomentar el uso de las tecnologías en la educación secundaria y universitaria.

El creador de dicho programa fue Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Maestría, presentada en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo, Austria, y a partir de ahí fue complementada con otras funciones y programado en diversos idiomas. Todo esto, según Abánades y otros (2009) mencionan, trajo como consecuencia el premio recibido en el 2002 de la academia europea de software (EASA) y en el 2003 el premio como mejor software académico austriaco en la categoría de Matemáticas "... se vio entonces obligado a continuar con el proyecto que se convirtió en el tema central de su tesis doctoral en la misma universidad. Desde entonces, la herramienta, que se sirvió del boca a boca e Internet para distribuirse rápidamente por todo el mundo" (p. 13). Relata, además, que, en vista al éxito a nivel mundial (se cuenta con usuarios en 190 países y versiones en 44 idiomas), el creador del programa, con la finalidad de ampliar el potencial educativo de GeoGebra, habilita Institutos de GeoGebra Internacionales (IGI), los cuales tienen como objetivo promover la docencia de las matemáticas, con recursos disponibles (para estudiantes y docentes) en una plataforma, como así también "desde los IGI, se pretende apoyar y coordinar actividades entre las que destacan el desarrollo de: Materiales docentes para talleres (por supuesto de libre disposición), Talleres formativos para profesores y futuros formadores de GeoGebra, Mejoras y nuevas funcionalidades para GeoGebra, Un sistema online de apoyo a profesores, Proyectos de investigación sobre GeoGebra, Presentaciones en congresos nacionales e internacionales."(p. 13).

Hohenwarter, M. (2009) sostiene que "Este software es básicamente un procesador geométrico algebraico, es decir, un compendio de Matemática con software interactivo

que reúne geometría, álgebra y cálculo, que puede ser usado también en Física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Este software permite abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación facilitando la realización de construcciones, modificaciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa” (p. 9).

Entre sus características principales se pueden mencionar que es una herramienta de fácil acceso y bastante creativa. Por medio de esta, se puede practicar la experimentación y la manipulación de los elementos, ya sean de la Geometría u otras áreas de la Matemática y Estadística. Se pueden realizar construcciones para obtener resultados y deducir propiedades, practicando la observación directa. También, cuenta con una wiki para compartir los documentos realizados con los demás miembros de la comunidad.

De acuerdo con lo expuesto, Mañas (2013) menciona que este programa resulta sencillo para trabajar Geometría, se pueden representar varios objetos, fijarlos y calcular otros en función de los fijados y así aumentar el interés y la curiosidad de los alumnos mediante la manipulación. Es interactivo, por lo que fomenta la atención de los estudiantes, mejora la capacidad de realizar conjeturas. Se pueden realizar cálculos de derivadas o integrales mediante al uso de la Hoja de Cálculo con que cuenta el programa.

Por su parte, Saldaña (2017) agrega que el empleo de este programa en la enseñanza de la Matemática sirve de apoyo, pues es posible resolver problemas complejos mediante la asociación de los objetos geométricos y algebraicos, como también, sirve de motivación a los estudiantes puesto que es posible llegar a la solución de diversos problemas matemáticos de forma creativa y original.

Los autores mencionados concuerdan con que, por medio de esta herramienta, el docente es capaz de crear materiales didácticos, ya sean imágenes como también demostraciones dinámicas que sirven de recursos de apoyo para las explicaciones de la asignatura. De igual manera, se pueden crear actividades para que los estudiantes manipulen las construcciones y sean capaces de deducir resultados.

### **El uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática**

Como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, esta herramienta es empleada por algunos docentes en el nivel secundario. García (2011) menciona los resultados que obtuvo en su investigación consistente en el empleo de GeoGebra a estudiantes de secundaria, que sirve de ayuda para mejorar el rendimiento académico,

además de potenciar en mayor grado de actitudes relacionadas con las matemáticas y en el desarrollo de competencias matemáticas.

Con relación al uso de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría Analítica Plana, Bonilla (2013) fundamenta que el empleo de un programa educativo en el aula es un cambio transcendental en la planificación de las actividades del aula. Hace referencia a lo propuesto por Cataldi (2000), que para una correcta planificación de la clase, considerando el empleo del programa, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos: “La inserción del programa en el currículum, los objetivos que se persiguen, las características de los destinatarios, metodologías y actividades a desarrollar, recursos necesarios y tiempo de interacción, evaluación de los aprendizajes” (p. 26).

Así también, Bello (2013) enfatiza que el uso del programa GeoGebra en la enseñanza de la Programación lineal ha favorecido en el aprendizaje de sus estudiantes del quinto año de secundaria, pues les ayudó a familiarizarse con los nuevos términos matemáticos de la asignatura y “Los conceptos que formaban eran más duraderos, porque los resultados en las actividades de enlace y en la solución de la actividad final, mostraron que los alumnos resolvieron sin ninguna dificultad los ejercicios y problemas propuestos” (p.114).

Con el paso del tiempo, desde su creación, el empleo de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática se fue expandiendo a los niveles educativos, llegando hasta el nivel universitario, donde Iturbe y otros (2013) señalan que el uso de dicha herramienta en estudiantes universitarios del nivel inicial de la carrera de Diseño constituyó una gran ayuda para la comprensión de ciertos conceptos de la Geometría para facilitar las construcciones geométricas y da énfasis a la importancia del uso de herramientas tecnológicas, pero considera que:

La incorporación de herramientas tecnológicas es de poco valor si no se acompaña de situaciones problemáticas que hagan más significativo su uso, y no tendría sentido sin la implementación por parte de un docente que proponga preguntas apropiadas en los momentos apropiados, que anime a los estudiantes a tomar postura sobre un problema, a tratar con resultados inesperados, a solicitar justificaciones, a tratar con intuiciones o conocimientos que puedan ser sustentados en una predicción

incorrecta, que guíe la discusión, que promueva la coordinación entre diferentes representaciones.

Por su parte, Del Pino (2013) menciona las virtudes con que cuenta GeoGebra tras su experiencia como un medio para el aprendizaje de las Medidas de Dispersión, enfatizando que el mismo posee “una serie de herramientas que lo convierten en un software ideal para enseñar estadística...” (p. 247).

De igual manera, Hernández (2013), en base al trabajo que ha realizado con estudiantes de la carrera de Matemática – Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Frank París García” en la enseñanza de Ecuaciones e Inecuaciones, Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones”, manifiesta que el uso correcto del software GeoGebra “permite integrar, comprender y utilizar, con facilidad y rapidez, contenidos de distintas áreas para justificar procedimientos y resultados.” (p. 115). A su vez, concuerda con otros autores ya mencionados, que el uso de GeoGebra ayuda al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje, pues, mediante esta herramienta, es posible integrar contenidos que se desarrollan de manera independiente; “el trazado de gráficos y construcciones auxiliares para facilitar el análisis de propiedades y la generación de nuevas vías de solución; la transformación de ejercicios atendiendo a la diferenciación de la enseñanza acorde a los conocimientos previos de los escolares, los objetivos, los medios y las condiciones objetivas en determinados momentos. También la estimulación de la creatividad en los docentes”. (p. 129)

Con estos resultados propuestos por cada uno de los autores en diversas áreas de la Matemática, se emplea GeoGebra como un complemento de la enseñanza para la elaboración de recursos que faciliten la comprensión de los contenidos de Geometría Analítica y Vectores I en la modalidad semipresencial, así también se realizan actividades individuales y colaborativas para la solución de situaciones problemáticas aplicando dicho programa.

### **2.3.2. La Educación a Distancia**

La definición de Educación a Distancia, propuesta en la resolución del CONES N° 63/2016, hace mención al reglamento de educación superior a distancia y semipresencial en el artículo 5, corresponde a un “diálogo didáctico mediado entre docentes de una institución y los estudiantes que, ubicados en espacio diferente al de aquellos, aprende de forma independiente o grupal” (García Aretio, 2014).

En otras palabras, la educación a distancia es el proceso de enseñanza–aprendizaje dirigido por el docente como tutor, facilitador y guía del aprendizaje del estudiante a través de materiales o una plataforma virtual, a fin de promover la autogestión. Con respecto a esto, Rodríguez (2011) menciona que:

En Educación a Distancia es indispensable que el profesor tutor oriente y brinde información, utilizando estrategias apropiadas para motivar a los estudiantes a generar conocimientos prácticos que requieren desarrollar y aplicar en el campo. De esta manera se adquieren destrezas y habilidades que complementan con lo adquirido teóricamente, para lograr lo propuesto, el modelo de educación a distancia requiere el uso de las tecnologías por que facilitan la comunicación asertiva. Uno de los propósitos de este modelo es vencer los problemas que se presentan, reduciendo tiempo y recursos que se utilizan, para que los estudiantes logren aprender a aprender. (p. 87)

Así también, se plantea que la educación a distancia se basa en la teoría constructivista social, la cual considera que el aprendizaje se logra tras la participación activa del estudiante y a través del relacionamiento con sus demás compañeros y el tutor (aprendizaje interpersonal) para luego lograrlo en forma individual (aprendizaje intrapersonal). Raichman (2012) considera que tiene como base la “combinación de tecnologías para la información, interacción y desarrollo de actividades planeadas didácticamente para lograr los aprendizaje mediante un diálogo didáctico multimedial, de gran flexibilidad, apoyado en gran medida en estrategias que permitan un aprendizaje autónomo”. (p.30). Por otro lado, Fallas (2004) ubica al estudiante como protagonista y responsable de “...ejecutar su propio estudio, organizar su estructura mental y ampliar su habilidad para usar el contenido aprendido” (párr. 6), es decir, él mismo debe ser capaz de analizar, discutir, argumentar e interpretar su nuevo conocimiento con el propósito de comprender de manera significativa a fin de aplicarlos a situaciones del contexto.

Por su parte Ortigoza (2012) concluye que el aprendizaje en la educación a distancia se concibe “como un proceso socialmente mediado, basado en el conocimiento, que

exige compromiso activo, motivación, esfuerzo, por parte de la totalidad de los actores del proceso educativo” (p. 120). Afirma, además, que, para el logro del éxito educativo, tanto docente como estudiantes deben cambiar los roles tradicionales, es decir, el docente debe pasar de ser transmisor de conocimientos a facilitador, orientador, motivador del trabajo autónomo y el estudiante de receptor a constructor activo de su propio aprendizaje.

Es evidente que cada uno de estos autores coincide en que la educación a distancia constituye un proceso en donde el estudiante debe estar comprometido con la construcción de su propio aprendizaje, ya sea de manera individual y/o con sus pares, mediante el acompañamiento del docente a través de ciertos elementos que sirven de nexo entre ellos.

### **Elementos necesarios de una modalidad a distancia y semipresencial**

En cuanto a los elementos que se consideran necesarios para el desarrollo de una modalidad a Distancia, Cabral (2008) los presenta en tres etapas: Planeación, Implementación y consolidación.

A continuación, se presenta una tabla resumen de dichas etapas con sus elementos correspondientes a cada uno de ellos:

**Tabla 1: Etapas y elementos de una modalidad a Distancia**

<b>ETAPAS</b>	<b>ELEMENTOS</b>
<p><b>PLANEACIÓN</b></p> <p>Consiste en planificar el modelo educativo en base a la misión y visión, los objetivos, el perfil de docentes, estudiantes y egresados de la institución educativa.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Teorías del aprendizaje basados en la modalidad a distancia.</li> <li>- Ambientes y espacios de aprendizajes: espacios de gestión, de prácticas, de conocimiento, de colaboración, de asesoría.</li> </ul>

<p><b>IMPLEMENTACIÓN</b></p> <p>Consiste en ejecutar lo propuesto en la planeación y supervisar la funcionalidad del mismo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelo educativo</li> <li>- Recursos tecnológicos</li> <li>- Contenidos educativos</li> <li>- Materiales didácticos</li> <li>- Docentes con el perfil requerido desde la planeación</li> <li>- Instrumentos de evaluación</li> <li>- Centros de asesorías ubicados en diferentes puntos geográficos.</li> </ul>
<p><b>CONSOLIDACIÓN</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Plantel docente: cuerpos académicos (tienen intereses y objetivos académicos coincidentes, objetivos de investigación comunes, formación y transmisión del conocimientos compartidas)</li> <li>- La investigación: generación de publicaciones y actualización de materiales</li> <li>- La calidad educativa: debe ser considerada desde la Planeación. Se mide a través de indicadores (cualitativos y cuantitativos)</li> </ul>

Como se pudo observar, en la etapa inicial de Planeación se analizan las teorías de aprendizajes que aportan a la modalidad a distancia y en base a esas teorías se constituyen las estrategias metodológicas y de aprendizaje, el plan curricular y los demás elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

**Teorías de aprendizajes que apoyan la modalidad a distancia**

Dentro del elemento Modelo educativo, se centra en el estudio de las teorías de aprendizajes que sirven de fundamento a la educación a distancia.

Para describir de manera detallada, cómo se lleva a cabo el proceso educativo en la modalidad a distancia, Cabral (2008) lo presenta en la tabla siguiente:

**Tabla 2. Teoría que apoyan la modalidad a distancia (Cabral – 2008, p. 69)**

<b>Teoría</b>	<b>Autor</b>	<b>Como apoya a la Educ. a distancia</b>
<b>Aprendizaje Independiente</b>	Piaget	El aprendizaje es el resultado de una construcción de estructuras intelectuales a partir de materiales tomados de la cultura, y en donde el estudiante adopta y genera las destrezas y actitudes requeridas para su formación.
<b>Teoría de la Comunicación</b>	Barbero, Prieto, Gutiérrez y Vigotsky	Para estos autores la conducta de los seres humanos, así como el conocimiento, están mediados por la sociedad y la cultura.
<b>Neoconductismo</b>	Skinner	Fomenta la habilidad en el manejo y manipulación de máquinas (computadoras, faxes, lectores, etcétera.); y promueve la memoria por rutina para el aprendizaje de ciertas habilidades motrices.
<b>Psicología humanista</b>	Bates	Para él, el conocimiento es construido por cada individuo mediante la interpretación y comprobación del significado de sucesos externos; es decir, las experiencias pasadas de cada individuo.
<b>Cognoscitivista</b>	Hernández Rojas.	Aquí el procesamiento de la información consistió en crear estudiantes críticos, reflexivos y que sepan solucionar problemas.
	Bruner	Para él, el aprendizaje se descubre y el currículo sirve para pensar.
	Ausubel	El aprendizaje debe ser significativo y por asimilación.

Por otra parte, de acuerdo a lo que menciona Keegan (citado en Sánchez – 2010), las teorías de la educación a distancia se clasifican en tres grandes bloques: las teorías basadas en la autonomía y la independencia del estudiante, teorías basadas en el proceso de industrialización de la educación y teorías basadas en la interacción y la

comunicación, cuyos representantes y características de cada una se mencionan a continuación.

### **Teorías basadas en la autonomía y la independencia del estudiante**

Los representantes de esta teoría son Delling, Wedemeyer y Moore. Con respecto a esto, Stojanovic (1994) cita la definición de Delling sobre educación a distancia “como un sistema multi-dimensional de aprendizaje y procesos” (p. 13), considera importante la retroalimentación y la comunicación y además “enfatisa la autonomía e independencia del que aprende” (p. 14). Este autor tiende a considerar el rol del docente en lo más mínimo y coloca al estudiante como único responsable de su aprendizaje “como un ser excepcional que no necesita interactuar con otros, ya sean sus pares o docentes” (p.14)

Por su parte, Wedemeyer (citado por Sánchez – 2010) señala que “La esencia de la educación a distancia es la independencia del estudiante” (p. 2), hace referencia a un estudio independiente que lo define como (citado por Stojanovic – 1994 ) “formas de enseñanza en las cuales estudiantes y docentes llevan a cabo sus tareas esenciales separados unos de otros, y comunicándose de múltiples maneras” (p. 16). Considera que el éxito del estudiante depende del docente, quien, a través de la tutoría continua a distancia, se encarga de supervisar y motivar al estudiante.

Así también, Moore enfatiza que, según Stojanovic (1994) “la autonomía de quien aprende es un componente necesario en la ED, se justifica en su análisis de la separación entre docente y estudiante” (p. 24), esto hace referencia a que el estudiante debe asumir el compromiso y la responsabilidad de lograr su aprendizaje donde el rol que el docente asumirá “será más respondiente que directivo”. Finalmente, Moore considera al estudio independiente como:

Cualquier programa educacional en el que el programa de aprendizaje se da separado en tiempo y espacio del programa de enseñanza, y en el cual el que aprende posee una influencia igual a la del docente en la determinación de objetivos, recursos y decisiones de evaluación (Stojanovic – 1994, p. 28)

### **Teorías basadas en el proceso de industrialización de la educación**

Por otro lado, el representante que apoya esta teoría es Otto Peters, que, según Sánchez (2010), considera a la educación a distancia “como forma industrializada de la enseñanza y el aprendizaje” (p. 2), compara la educación a distancia con los bienes de la producción industrial. De igual manera, propone una variación en el proceso de enseñanza convencional asumiendo que el éxito de la enseñanza depende de la planificación y organización teniendo en cuenta que “el trabajo preparatorio es tan importante como la producción” (p. 4).

### **Teorías basadas en la interacción y la comunicación**

Esta teoría se fundamenta con los aportes de Baath, Holmberg y Daniel, donde cada uno de ellos se limitó a analizar distintos puntos.

De acuerdo con lo que sostiene Stojanovic (1994), Baath concibe la educación a distancia como una comunicación de dos vías y ha realizado un análisis de los modelos de enseñanza de Skinner, Rothkopf, Ausubel, Egan, Bruner, Rogers y Gagné con respecto a la aplicación de los mismos en la educación a distancia.

**Tabla 3. Análisis de los modelos de enseñanza, de acuerdo con Baath (Stojanovic – 1994, p. 35)**

<b>Modelo</b>	<b>Comunicación en dos vías</b>
Control de conducta (Skinner)	Revisa el logro de los estudiantes, individualiza funciones evalúa el nivel de entrada de los estudiantes, considera patrones de refuerzo.
Modelo de Rothkopf para instrucción escrita	Ayuda a los estudiantes a iniciar sus estudios.
Organizadores Avanzados (Ausubel).	Determina el conocimiento previo de cada estudiante y su estructura cognoscitiva, promueve la transferencia positiva a partes subsecuentes del curso.
Modelo de Egan para la comunicación estructural	Planea la discusión individual, comentarios sobre las tareas.
Modelo de descubrimiento de Bruner	Provee ayuda individual, estimula al estudiante a descubrir conocimientos.
Modelo de Rogers para la facilitación estudiante del aprendizaje	Controla tareas, dialoga en forma individual con cada estudiante
Modelo general de Gagné	Activa la motivación, estimula el recuerdo, provee enseñanza orientación y retroalimentación.

Menciona, además, que Baath, luego de llevar a la práctica su análisis teórico, concluye que existe una relación entre la frecuencia de entrega de tareas y la comunicación, el cambio de tareas corregidas por el tutor por las autoevaluaciones y la corrección de tareas por el computador. Designa un nuevo rol al tutor:

... quien no sólo debe corregir errores y evaluar los trabajos del estudiante, sino que debe vincular los materiales con el aprendizaje de éste, al tratar de relacionar este material con sus patrones de refuerzo previo (Skinner); con sus actividades (Rothkopf); con sus conocimientos y estructuras cognoscitivas previas (Ausubel); con su comprensión previa de los conceptos básicos y principios del curriculum (Bruner); y establecer una buena relación personal con el que aprende (Rogers).  
(Stojanovic – 1994, p. 36)

Sánchez (2010), por su parte, menciona como autor a esta teoría a Holmberg, quien la denomina a la teoría de comunicación como “conversación didáctica guiada”. Dicho autor determina las siguientes características de esta teoría:

1. La interacción entre quien enseña y quien aprende es fundamental para el logro del aprendizaje.
2. El buen relacionamiento influye en el placer de aprender
3. La motivación del estudiante está apoyado en su placer de aprender.
4. Influye en su motivación la toma de decisiones
5. El aprendizaje se facilita cuando el estudiante se encuentra motivado.
6. La forma cordial y personal de transmitir el conocimiento contribuyen al placer de aprender.
7. El aprendizaje del estudiante demuestra la efectividad de la enseñanza.

Finalmente, Sánchez (2010) concluye que “La enseñanza y el aprendizaje se basan en la comunicación mediada, normalmente basada en cursos preproducidos”. (p. 5)

Haciendo un análisis de los autores, se puede evidenciar que sus enfoques, en cuanto a las teorías del aprendizaje que sustentan a la educación a distancia, tienen como finalidad el logro del aprendizaje y que este sea significativo para el estudiante, que es lo que se espera con la educación, sin importar la modalidad. En la educación a

distancia, el trabajo resulta ser más comprometedor para el docente con relación a la educación presencial, pues debe buscar estrategias metodológicas acorde a la modalidad, debe asumir el verdadero rol de facilitador y mediador del aprendizaje mediante la comunicación con el propósito de motivar al estudiante a practicar la autonomía, la independencia como autor principal de su propio aprendizaje con el apoyo del docente y sus pares, basándose en la teoría del constructivismo social.

Como se ha mencionado, en base a estas teorías de aprendizajes es posible constituir las estrategias metodológicas que estarían acordes a la modalidad a distancia y semipresencial.

### **Las estrategias metodológicas en educación a distancia y semipresencial**

Cuando se habla de estrategias metodológicas, se hace referencia al camino que debe tomar el docente para el logro del aprendizaje de los estudiantes, es decir, sirven de vías para el logro de los objetivos propuestos.

En vista de que en la educación de modalidad presencial, tanto el docente como los estudiantes se encuentran en un mismo lugar y al mismo tiempo, la estrategia más empleada corresponde a la clase magistral y las técnicas metodológicas son la expositiva, demostrativa e interrogativa, donde el docente se encarga de impartir los conocimientos a los estudiantes buscando siempre la asimilación de dichos saberes y otros métodos como el trabajo individual y el trabajo en grupo.

Puesto que en la educación a distancia ese encuentro en el mismo tiempo y espacio del docente y los estudiantes es inexistente o escaso (en el caso de la modalidad semipresencial) se requiere realizar una selección correcta de estrategias metodológicas, ya que las mismas sirven de nexo entre ellos en todo el proceso educativo, ya que en esta modalidad es el estudiante quien se encarga de construir sus conocimientos de manera independiente, siendo él el encargado de organizar su tiempo y forma de aprendizaje donde el docente cumple con su rol de facilitador y guía para aumentar sus conocimientos a través de dichas estrategias, las cuales corresponden a los métodos, técnicas y medios a través del cual se pretende el logro de los objetivos de aprendizaje.

En la educación a distancia, Pérez (2003) plantea las siguientes técnicas didácticas:

- La **individualización** de los procesos de enseñanza: se basa en el trabajo autónomo del estudiante a partir de la propuesta de trabajo propuesto por el docente.

- La **exposición y participación** en grupos: se centran en las técnicas que impliquen aplicar el trabajo en equipo (entre docente y estudiantes).
- El **trabajo en grupo**, donde se aplican las técnicas que requieran la participación activa de los demás compañeros en la construcción del conocimiento.

Asimismo, Requena (2012) afirma que la educación a distancia se basa en la “construcción en conjunto, desde la construcción, la interacción y la conexión de individuos sociales, el problema es repensar la forma de enseñar desde la virtualidad” (p. 2). De ahí surge, la importancia del empleo de estrategias metodológicas que serían más acordes a la modalidad a distancia, pues se obtienen resultados más provechosos cuando el estudiante se sienta acompañado en el proceso y en relación a este punto, Requena (2012) recomienda que el tutor elabore recursos y actividades de manera estratégica para despertar el interés por realizar dicha actividad, promover la lectura, estimular a la participación, exponer los contenidos y materiales, formar parte de la concreción del aprendizaje del estudiante y evaluar; el tutor acompaña a los estudiantes en todo el proceso educativo.

Vale destacar que en el aula virtual de la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I se emplean como técnicas para el desarrollo del proceso de enseñanza–aprendizaje la lectura analítica de los recursos básicos (elaborados por el docente) y complementarios (textos de la web, videos, audios, etc.); como medios de comunicación entre docente y demás estudiantes los foros de Consulta de cada unidad y de Novedades donde el docente da la bienvenida o informaciones varias, el chat, la mensajería interna de la plataforma y el correo electrónico y para la evaluación de los contenidos se llevan a cabo actividades individuales (resolución de ejercicios propuestos), que se suben a la plataforma, y cuestionarios, como así también las actividades colaborativas (trabajos grupales) por medio de foros, wikis, glosario, etc. Cada una de estas técnicas debe ir acompañada de herramientas, ya sean propias de la plataforma u otras tecnológicas que pueden ser incorporadas dentro del aula virtual o bien empleadas en las actividades de aprendizaje.

### **Las herramientas tecnológicas en la Educación a distancia y semipresencial**

Como concepto de herramientas tecnológicas, la universidad Javeriana de Bogotá – Colombia (citado en Rodríguez, 2011) hace referencia a “herramientas que se aplican a un modelo de aprendizaje para apoyar el proceso de adquirir conocimientos y a la vez compartir información que permita moldear el contenido de un curso de diferentes

formas” (p. 92). En otras palabras, constituyen aquellos instrumentos de apoyo que el docente emplea para el desarrollo de sus clases. Así también, Rodríguez (2011) menciona la importancia de que los docentes de educación a distancia universitaria utilicen las herramientas tecnológicas “ya que estas brindan un gran apoyo en los métodos o técnicas de enseñanza–aprendizaje, además de esta forma se logra mejorar las competencias pedagógicas y por otra parte obtienen éxito en la calidad del proceso académico...”(p. 92) y a su vez enfatiza que el docente debe poseer una formación continua en cuanto a los avances en esta materia de enseñanza.

Puesto que en la educación a distancia, el docente y los estudiantes no comparten un espacio físico (en la caso de la modalidad semipresencial, los encuentros ocurren con poca frecuencia), es importante valerse de estrategias y herramientas que faciliten la transmisión de los conocimientos y fomenten la motivación de los estudiantes para que se sientan con el deseo de aprender. Como sugiere Bates (citado en Rodríguez, 2011) las herramientas tecnológicas que pueden ser utilizadas son: computadoras portátiles, equipos de proyección, videos y videoconferencias, plataformas virtuales, diferentes software, correo electrónico, entre otros.

En la actualidad, específicamente en la educación a distancia, una de las herramientas tecnológicas más aplicadas son las plataformas virtuales a través de la cual se imparten clases en un aula virtual.

Según Duran (2015) hace referencia a que “...el aula virtual bien estructurada y pensada, basada en estrategias educativas innovadoras el estudiante aprende haciendo a través de sus vivencias y propias experiencias y también de las experiencias de sus compañeros de clase, logrando al final un aprendizaje significativo” (p. 3).

Esto implica que las aulas virtuales constituyen un espacio donde se lleva a cabo la enseñanza, con el empleo de estrategias para el logro del aprendizaje, las cuales deben estar relacionadas con los contenidos planteados en el programa de la asignatura en apoyo de herramientas tecnológicas que proporciona la plataforma virtual y otros recursos como archivos, videos, enlaces de internet, libros, softwares educativos, entre otros.

Entre las herramientas tecnológicas para educar en línea, además de la plataforma virtual, Duran (2015) menciona: las presentaciones electrónicas, blog, videoconferencias, documentos en línea, revista digital, diseño gráfico, grupos colaborativos (redes sociales), entre otras, que “...se pueden incrustar al diseño del aula virtual para mejorarla y hacerla atractiva a la vista del usuario o definitivamente se

pueden usar como estrategia para evaluar los contenidos del curso, logrando la innovación en tecnología educativa.” (p. 8)

Por su parte, Casado (2001) propone tres tipos de tecnologías aplicadas en la educación virtual:

- **Transmisivas:** sirven para transferir información para el aprendizaje. Se centran en el docente, es decir, ejerce una función de emisor de manera habitual y el alumno es un sujeto pasivo. Algunos recursos que se emplean en estas tecnologías se encuentran las presentaciones multimedia y los documentos digitales.
- **Interactivas:** sirven para el aprendizaje de competencias y habilidades, se centran en el alumno. Entre los recursos de este tipo se encuentran los *web quest*, los tutoriales, las simulaciones interactivas, foros de consultas, espacios de retroalimentación, entre otros.
- **Colaborativas:** sirven para realizar trabajos colaborativos, es decir, están centradas en el grupo, con el objeto del logro del aprendizaje a través de la interacción y el intercambio de ideas tanto entre el profesor y los alumnos como de los alumnos entre sí. Los recursos que se adecuan a estas tecnologías se encuentran los foros, las wikis, weblogs, espacios de retroalimentación grupal.

La plataforma virtual utilizada en la enseñanza de la asignatura Geometría Analítica y Vectores I es la plataforma Moodle. Con relación a esto, Villalón (2012) afirma que constituye una aplicación web empleada como apoyo o complemento al ejercicio docente, es decir, sirven “para ofrecer cursos en línea a determinados usuarios por medio de publicaciones de contenido educativo como exámenes, tareas, foros, chats, videos, archivos, links, etc. de una manera inmediata y retroactiva” (p.98). Con todo esto, la plataforma Moodle cuenta con las tecnologías mencionadas por Casado (2001) y el empleo correcto de los mismos con el acompañamiento del docente en el proceso y el buen uso de estas herramientas tecnológicas combinadas con algún software educativo, sería de gran ayuda para la elaboración de recursos que ayudarían a la comprensión de los contenidos y darle un toque dinámico a la transmisión de saberes, específicamente en el área de Matemática.

Como es sabido, la enseñanza de las asignaturas del área de Matemática resulta bastante abstracta para un estudiante en la modalidad presencial, por lo que para los estudiantes de la modalidad semipresencial o a distancia resultaría más complejo, pues el aprendizaje de las mismas depende de los materiales didácticos proporcionados por el docente en la plataforma, las tutorías virtuales a través del chat o foros de consulta y las tutorías presenciales. Así también, los softwares educativos aplicados a la Matemática constituyen un recurso para el desarrollo de la propuesta educativa y la construcción de estrategias docentes a partir de la utilización de dichas herramientas Raichman (2011) propone que “...la habilidad del docente para articularlos y combinarlos apropiadamente, a los efectos que los mismos impacten positivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, dando lugar a propuestas educativas innovadoras y creativas” (p. 27).

De ahí nace la importancia de innovar ciertos recursos, con la finalidad de facilitar y mejorar la comprensión para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

Con relación a los softwares educativos relacionados a la Matemática que son compatibles con la plataforma Moodle se encuentran:

- **MATHEMATICA**, que es un programa utilizado por lo general por ingenieros, matemáticos e informáticos, que emplea un lenguaje de programación y se lo conoce como un sistema de álgebra computacional. La versión libre es “Wolfram Alpha” y tiene la misma funcionalidad que MATHEMATICA y la complejidad del empleo de lenguajes de programación resulta una desventaja para el empleo del mismo en la enseñanza de la Geometría Analítica.
- **WIRIS** es un programa que tiene mucha similitud a una calculadora científica, se emplea gratuitamente a través de la página <http://www.wiris.net/educa.madrid.org/wiris/es/index.html> y si se desea instalar al computador, se requiere de la compra de una licencia. Una de las desventajas de este programa es que es necesario contar con conexión a internet todo el tiempo de uso. Entre las ventajas, Mañas (2013) menciona que para realizar algún cálculo solo se requiere dar clic en la opción que se desea aplicar, resulta sencillo el cálculo de límites, derivadas e integrales, así también la representación gráfica de funciones en 2D y 3D y la realización de cualquier cálculo con matrices. Otra desventaja que el autor señala es que cuenta con opciones más reducidas en Geometría en comparación a GeoGebra.

- **GEOGEBRA**, según Abánades y otros (2009), “es un sistema de geometría dinámica, cuyo motor de cálculo es software libre, que añade capacidades algebraicas, estableciéndose una relación directa entre los objetos de la ventana algebraica y los de la ventana geométrica.” (p. 11)

En cuanto a la aplicación de los programas que se pueden utilizar con Moodle, se puede rescatar los resultados obtenidos por Galdo y Cociña (citado en Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez – 2007) en base a sus experiencias con el software MATHEMATICA que el uso de dicho software “favorece los procesos inductivos y la visualización de conceptos complejos. Permite comparar, verificar o refutar hipótesis, cambiar postulados y someterlos a prueba y conjeturar, apoyándose en la construcción de modelos” (p. 10). Así también Bayón, Grau, Otero, Ruiz y Suárez (2011) respecto a la aplicación de Wolfram Demonstrations Project (que como ya se mencionó constituye un recurso disponible en MATHEMATICA), dicha herramienta, empleada en la enseñanza de la asignatura de Cálculo para los distintos grados de Ingeniería, manifiestan que “Con el uso de estas aplicaciones manifiestan que consiguen muy fácilmente visualizar los conceptos que se presentan en clase” (p. 11). Por su parte Mañas (2013) sostiene que, pese a que el programa MATHEMATICA es la herramienta informática de mayor demanda, la dificultad se centra en “que para realizar cualquier cálculo matemático es necesario introducir una serie de comandos, unos símbolos especiales y unas reglas muy difícil y estrictas” (p. 30) como también el idioma, pues todos los comandos deben introducirse en inglés.

De igual manera, con relación al programa WIRIS, Mañas (2013) concluye que esta herramienta es fácil de usar, pues todo se encuentra en un solo clic pero “es importante señalar que es labor de profesor asegurarse que los alumnos aprendan por ellos mismos a realizar estos cálculos, esta herramienta es para asegurarse que lo han realizado bien” (p.30).

Por su parte, GeoGebra es la herramienta más empleada por los docentes para la enseñanza de la Matemática, pues haciendo un análisis de los resultados obtenidos en las investigaciones anteriores, el mismo cuenta con la disponibilidad del software en forma gratuita sin la necesidad de utilizar internet todo el tiempo, la utilización de comandos sencillos para representar gráficamente funciones y realizar cálculos matemáticos, entre otras ventajas ya mencionadas anteriormente. Se analiza a continuación, en base a otras investigaciones, si GeoGebra sería provechoso para la comprensión de conceptos matemáticos.

### **2.3.3. Comprensión de conceptos matemáticos con el programa GeoGebra**

Entre las virtudes con que cuenta el programa GeoGebra, Losada (2007) fundamenta que la visualización simultánea de la representación gráfica y simbólica es una “potencia didáctica” (p. 5). Afirma, además, que cuenta con grandes posibilidades pedagógicas, pues “es un programa pensado para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, intuitivo, fácil de usar, de estética cuidada.” (p.13)

Teniendo en cuenta lo planteado anteriormente, Ruiz y Córdoba (2014) presentan una propuesta didáctica para la comprensión del concepto de Derivadas con el uso del programa de GeoGebra, que mediante la aplicación de “mecanismos que involucren el tipo visual-geométrico” (p. 2) se busca la integración de los conceptos de tasa de variación media y derivada. Señalan, además, “GeoGebra nos permite la representación de imágenes dinámicas que faciliten la visualización de los conceptos, el proceso de razonamiento con el infinito y la deducción por parte de los alumnos. Este programa facilita la representación de funciones que resultan costosas de visualizar a través del lápiz y papel...” (p. 2).

A su vez, González y otros (2010) han realizado un trabajo de investigación con estudiantes universitarios de la asignatura Cálculo I en la enseñanza de Sucesiones empleando GeoGebra para la comprensión del concepto de Sucesiones sin descartar el uso del lápiz y papel para realizar cálculos y desarrollos algebraicos. Las actividades propuestas con GeoGebra han sido de tipo interactivo, de tal manera que por medio de la manipulación de las gráficas se colabora en “la interpretación de los conceptos relacionados con sucesiones numéricas: acotada, monótona, convergente, divergente, oscilante; y la relación entre ellos, la aprehensión de la noción intuitiva de límite de una sucesión numérica y la interpretación de dicho concepto a través de su definición formal” (p. 2). Dichas actividades han sido planteadas a fin de ayudar a los estudiantes a superar las dificultades que se presentan en el estudio de conceptos involucrados con el contenido de sucesiones y dichos autores proponen además que “...esta herramienta permita orientar a los estudiantes en la interpretación y comprensión de los conceptos relacionados con sucesiones numéricas...”. (p. 14)

En cuanto al área de Geometría Analítica, Berenger, Delgado y otros (2011) han empleado el GeoGebra en la enseñanza de matemáticas en la carrera de Arquitectura en el estudio de cónicas (circunferencia, elipse, parábola e hipérbola) y las propiedades que se verifican en cada una de ellas y otras áreas de la matemática, obteniendo como resultado una buena asimilación de los conceptos matemáticos tanto en la Geometría

Analítica Plana como en la de superficies. lo que les ha llevado a valorar la importancia de sus aplicaciones matemáticas concretas para su profesión. Así también enfatizan que los estudiantes han mejorado su rendimiento académico. (p. 632).

Como se ha propuesto, los autores mencionados coinciden en que GeoGebra constituye una herramienta a través de la cual es posible realizar la comprensión de conceptos y propiedades que resultarían más complicados visualizarlos en trazos realizados en lápiz y papel. Además, han empleado dicho programa para la resolución situaciones problemáticas.

#### **2.3.4. Resolución de problemas matemáticos con GeoGebra vs lápiz y papel**

En el área de Matemática, una de las estrategias más empleadas durante la enseñanza y el aprendizaje es la resolución de problemas. Perales (1993) hace referencia a la definición de resolución de problemas propuesto por Gagné (1965), como “proceso mediante el cual la situación incierta es clarificada e implica, en mayor o menor medida, la aplicación de conocimientos y procedimientos por parte del solucionador, así como la reorganización de la información almacenada en la estructura cognitiva (Novak, 1977), es decir, un aprendizaje” (p. 170), además el autor plantea que la resolución de problemas constituye una actividad, dentro del proceso de enseñanza–aprendizaje, de conceptos y habilidades cognitivas como así también adquiere una dimensión evaluadora de dichos aprendizajes y los mecanismos cognitivos aplicados por el estudiante.

Por su parte, Gaulin (2001) menciona que existe una diferencia en realizar ejercicios y resolver problemas. Este último se centra en “situaciones donde hay que reflexionar, hay que buscar, hay que investigar...” (p.51), no se limita en la aplicación de algoritmos o fórmulas, sino más bien en “pensar y definir una estrategia” para obtener la solución al problema. De igual manera, la autora enfatiza que en la perspectiva socioconstructivista la resolución de problemas toma importancia, ya que los estudiantes construyen su aprendizaje de manera conjunta, mediante el trabajo en equipo (grupos), además menciona que en la educación actual, donde la tecnología forma parte, tendrán que resolver problemas, pues “...será un instrumento magnífico para darles oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, habilidades de autonomía, de pensamiento, estrategias,... para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas, como las que tendrán en el mundo que viene.” (p. 54).

Con relación al uso de tecnologías en la educación actual, Sandoval (2009) propone que el uso de la geometría dinámica (GD) “ofrece un campo de exploración que no es

factible en las representaciones con lápiz y papel.” (p.8) Esto implica que, por medio de la GD, es posible realizar una mejor exploración mediante el arrastre, los estudiantes son capaces de realizar razonamientos por medio de las conjeturas que se presentan. Sostiene, además, que, “En la educación, en particular, Rabardel (1999) considera que los instrumentos cumplen una función muy importante para el estudiante, no son únicamente auxiliares o neutros dentro de la enseñanza, son parte activa en la construcción del conocimiento mediante sus acciones”. (p. 9) En base a esto, propone que la GD sirve como una herramienta cuya finalidad es mediar entre el conocimiento perceptivo y geométrico, pero es el estudiante quien debe tomar la decisión de qué estrategia aplicar para la resolución de los problemas planteados, qué herramientas emplear para la resolución y de qué manera interpretar los resultados.

Considerando lo anterior, Iranzo (2008) analiza la influencia que SGD (sistema de geometría dinámica) en la resolución de problemas de Geometría Analítica comparado con la resolución mediante el lápiz y papel. El software seleccionado para su estudio ha sido GeoGebra que, como menciona la autora, es un programa intuitivo y que no requiere de estrategias muy avanzadas para su uso, así también, mediante el uso de las herramientas algebraicas y de medición con que cuenta GeoGebra concluye que los estudiantes son capaces de “...visualizar el problema y evitar obstáculos algebraicos” (p. 9). A su vez, “promueve un pensamiento más geométrico y facilita un soporte visual, algebraico y conceptual...” (p. 9).

Por su parte, Castellanos (2010) concluye en su trabajo de investigación sobre la visualización y razonamiento en las construcciones geométricas mediante el uso de GeoGebra con estudiantes de educación magisterial, que el uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría ha favorecido en la comprensión e interpretación de las representaciones visuales, las cuales sirvieron para “...transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otra clase de información...” (p. 124). Así también, considera que la resolución de problemas ha sido efectiva y adecuada para el desarrollo de las habilidades propuestas en cada actividad y que con ayuda de GeoGebra el aprendizaje ha sido más dinámico y ha favorecido el proceso de enseñanza aprendizaje, pues los estudiantes han sido capaces de realizar construcciones geométricas empleando el mismo lenguaje y muy similar a las que se realizan en lápiz y papel. (p.124) Y la misma autora recomienda que el trabajo en aula con la tecnología debe ir acompañada con lápiz y papel “haciendo uso de los instrumentos de dibujo y

medidas habituales (reglas y compás) para el trazado y medida de elementos geométricos y así poder evitar una dependencia del computador” (p. 126)

En cuanto a esto, Godoy (2011) plantea que mediante el uso de GeoGebra en la resolución de problemas, los estudiantes han logrado una asimilación (Ausubel, 1983) del concepto de mediatriz y sus propiedades (su estudio se basa en esta unidad temática) y concluye que el uso de GeoGebra y el lápiz y papel de manera conjunta ayuda a los estudiantes en su aprendizaje. Pues “han logrado internalizar el aprendizaje de manera significativa...” (p. 59), ya que la combinación de ambos “le permitió a los alumnos concretar sus aprendizajes por dos vías diferentes, pero que estaban estratégicamente ligadas” (p. 59).

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, cada autor coincide con que GeoGebra ha sido un apoyo en la resolución de problemas mediante la exploración y manipulación de los elementos matemáticos y a su vez hace un contraste con su expresión algebraica, lo cual resulta más sencillo que hacerlo con lápiz y papel, pero esto no conlleva a que se debe descartar el cálculo analítico (con ayuda del lápiz y papel), sino más bien complementarlo para fijar los conocimientos.

### **2.3.5. La motivación mediante la utilización de GeoGebra**

Como ya se ha mencionado anteriormente, la motivación es el impulso que influye en la conducta del individuo, a fin de lograr la meta o el objetivo que se desea alcanzar. En cuanto a la motivación en la educación, Martínez – Salanova (s. f) la define como:

El interés que tiene el alumno por su propio aprendizaje o por las actividades que le conducen a él. El interés se puede adquirir, mantener o aumentar en función de elementos intrínsecos y extrínsecos. Hay que distinguirlo de lo que tradicionalmente se ha venido llamando en las aulas motivación, que no es más que lo que el profesor hace para que los alumnos se motiven. (párr. 3).

Además, afirma que entre los factores que promueven el interés del alumno están “el entusiasmo del profesor, el clima que reina en la clase, las buenas relaciones entre los miembros (alumnos y profesor o entre los mismos alumnos)” (párr..14), así también, la metodología didáctica y las nuevas tecnologías resultan provechosas para que el profesor, mediante el uso de su creatividad, sea capaz de “variar los estímulos, las actividades y las situaciones de aprendizaje con la frecuencia que cada alumno o grupo

necesite” (párr.. 14) , este tipo de situaciones ayudan a mejorar la atención o captar el interés de los estudiantes.

De acuerdo con esto, De las Llanderas (2012) plantea que la motivación en la enseñanza de las matemáticas está comprendida en dos fases, la primera se motiva el contenido a desarrollar en la clase y la segunda, la vía de solución del problema. Para lograr la primera fase destaca dos vías: la motivación intramatemática y la motivación práctica o extramatemática sugerido por Ballester (1992).

Además, De las Llanderas (2012) define a la motivación intramatemática como

El planteamiento de situaciones problemáticas en las cuales los alumnos puedan poner a prueba sus facultades, es decir, ejercicios o tareas que los alumnos no puedan resolver con los medios matemáticos de que disponen hasta el momento o que si los resuelven es aplicando procedimientos que resultan trabajosos para el caso en cuestión o con muy pocas posibilidades de generalización. (p. 13).

Menciona, además, que el docente debe cumplir el papel de guía para que los estudiantes sean capaces de lograr el reconocimiento y la necesidad de adquirir el nuevo objeto de estudio, como también que cada desarrollo del contenido debe ser motivado de manera distinta a fin de evitar desarrollo de clases rutinarias y esto, según el autor, “...puede favorecer en los alumnos la capacidad de apreciar aspectos análogos, diversos, perfectibles, necesarios, útiles, interesantes o curiosos de los contenidos de enseñanza.” (p. 15). En cuanto a la motivación extramatemática, De las Llanderas explica que “Su concepción didáctica requiere la creatividad del maestro a partir de la reflexión sistemática acerca de la aplicación práctica que tienen los contenidos de enseñanza.” (p.15), pero recalca que es posible fortalecer los intereses para el aprendizaje de la matemática mediante la combinación acertada de ambas con la finalidad de lograr que los estudiantes aprendan los conocimientos matemáticos (desde la comprensión hasta su aplicabilidad) y se mantengan interesados por los mismos. Además, menciona que el uso de las herramientas tecnológicas ayuda a que los estudiantes estén motivados a lograr el conocimiento matemático.

Además con respecto a lo anterior, según Rizzo y Volta (2014), la desmotivación y el desánimo, por parte de los estudiantes, “les produce la primera dificultad que encuentran al enfrentarse con un problema que no pueden resolver, es una constante

generalizada tanto en la escuela secundaria como en los ingresos o las primeras materias de la universidad” (p. 3). Esta problemática los llevó a buscar la manera de sobrellevar esta situación con la ayuda de la tecnología mediante el empleo de GeoGebra para la resolución de situaciones problemáticas relacionados a la vida cotidiana a través de la modelización, teniendo en cuenta los resultados de la investigación de García y Romero Albaladejo (2009) (citado en Rizzo y Volta – 2014) que reflejan que los estudiantes han cambiado su actitud hacia la matemática al trabajar con herramientas tecnológicas, “en relación a la perseverancia, precisión, espíritu crítico, creatividad, y flexibilidad de pensamiento en el estudio de la validez de resultados obtenidos y estudio de errores en base a casos reales y cotidianos” y ha influenciado, además, en el aumento de la motivación de los mismos.

Como bien afirma Giménez (2016) GeoGebra es una herramienta tecnológica indispensable en la clase de Matemática tanto para el docente como para los estudiantes, la considera una correcta elección, ya que sostiene que ofrece posibilidades “de vivir una experiencia diferente, con especial incidencia en la motivación y en su capacidad para recuperar la esencia misma de las matemáticas” (p. 26). Enfatiza que dicho programa puede ser utilizado de diversas maneras, entre las cuales menciona dos de ellas: actividades dinámicas a partir de construcciones más o menos complejas donde el docente es quien lo manipula. (“GeoGebra como juguete del profesorado”) y actividades donde los estudiantes indagaran alguna propiedad o principio a partir de construcciones mínimas y mediante la manipulación realizadas por ellos mismos. (“GeoGebra como una herramienta para alumnos y alumnas”) (p. 30). Considera que está en manos del docente decidir qué actividad emplear pero sin olvidar que “si no damos ningún espacio a los estudiantes para que descubran por ellos mismos, y todas las actividades son guiadas en exceso, estaremos perdiendo una de las virtudes que hacen tan especial a GeoGebra como herramienta de motivación” (p. 30). De igual manera, el docente debe ser quien transmita las ventajas del uso de GeoGebra como herramienta para “mejorar su rendimiento académico y abordar un aspecto clave para aumentar su motivación y que, de alguna manera, suele estarles vedado: la posibilidad de conjeturar, descubrir, comprobar propiedades, en definitiva, de pensar matemáticamente.” (p. 31)

De igual manera, Margaria, Bravino y Ceballos (2015) consideran que el uso de GeoGebra en la enseñanza de Matemática y Estadística en las carreras de ciencias económicas, “posibilita mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, a través de

incorporar su uso en el aula, logrando clases más atractivas e interesantes, aumentar la motivación y la participación activa de los estudiantes... ” (p. 2).

En cuanto a los niveles de motivación se pueden medir por del interés que demuestra el estudiante, la autonomía y la retroalimentación de las actividades propuestas. Según Pérez y Gardey (2009) el interés “hace referencia a la afinidad o tendencia de una persona hacia otro sujeto, cosa o situación”, en el ámbito educativo sería el acontecimiento que proporciona al estudiante, un beneficio o aprendizaje. En cuanto a la Autonomía, según la Real Academia Española, se la define como “Condición de quien, para ciertas cosas, no depende de nadie”, esto es, la capacidad del individuo de hacer algo por sí mismo. Por último, Ávila (2009) define a la retroalimentación como “un proceso que ayuda a proporcionar información sobre las competencias de las personas, sobre lo que sabe, sobre lo que hace y sobre la manera en cómo actúa” (p. 5).

Haciendo un recuento de las experiencias de los autores presentados, cada uno de ellos enfatizan que el uso de GeoGebra como herramienta tecnológica para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ayuda en la motivación de los estudiantes siempre que el docente sea capaz de crear la estrategia didáctica a través del cual se logre dicho fin. Además, que el uso de las tecnologías en el aula no debe sustituir la pedagogía del docente, por lo que la forma de utilizar dichas herramientas en el aula debe ser analizado cuidadosamente para el logro del objetivo de la clase.

## 2.4. Marco Legal

Las normativas que rigen la investigación son:

Se parte de la Ley Madre; la **Constitución Nacional del Paraguay**. CAPÍTULO VII. Art. 79 “De las universidades e institutos superiores”

En la **Ley N° 4995/2013** “De Educación Superior” en el capítulo III, en los artículos 22, 23 y 24 se menciona sobre la definición de Universidad, sus fines y funciones de la universidad.

En la misma ley, en la sección IV: De la Educación Superior a distancia o no presencial, específicamente en el artículo 69 se versa la Definición de Educación a Distancia o no presencial, la cual es considerada una “metodología educativa que se caracteriza por utilizar ambientes de aprendizajes en las cuales se hacen uso intensivo de diversos medios de información y comunicación y de mediaciones pedagógicas que permiten crear una dinámica de interacciones orientada al aprendizaje autónomo...”

En el artículo 70, de la sección mencionada en el párrafo anterior, refiere que dichos programas de educación a distancia o no presencial puede ofrecer cualquier institución legalmente habilitada, que cuente con los recursos humanos y materiales necesarios para esta metodología educativa, bajo la reglamentación del Consejo Nacional de Educación Superior (CONES).

De igual manera, considerando lo expuesto en la Ley de Educación superior, se sanciona la **Resolución N° 04-00-2014** “Estatuto de la Universidad Nacional de Asunción” y se consideran los artículos 2 y 3, que hacen referencia a Fines de la UNA y Para el cumplimiento de los fines de la UNA, respectivamente.

En el **Reglamento Académico** de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (FACEN) de la Universidad Nacional de Asunción resolución N° 421 – 2011, el artículo 37 reglamenta la escala de calificación de la asignatura, el cual servirá de referencia para considerar el valor real de las variables de estudio.

Finalmente, de la ley N 4995/2016 “De Educación Superior”, de la sección IV “De la Educación Superior a Distancia o no presencial” y teniendo en cuenta los artículos 73 y 74 de la Constitución Nacional. que garantiza el acceso a la educación a cualquier ciudadano de la república, se aprueba la **Resolución del CONES N° 63/2016**. “Reglamento de educación a distancia y semipresencial”, el cual establece “las

disposiciones que regulan las instituciones y programas de Educación Superior desarrolladas en la modalidad de Educación a Distancia (EaD)” (Art. 1) y en el artículo 4, se encuentra el propósito de este reglamento que parte desde regular el funcionamiento de la EaD hasta promover y consolidar las ofertas educativas en dicha modalidad.

En el capítulo II: De la Definición de la Educación a Distancia del presente Reglamento en los artículos 5, 6 y 7 hace mención a la definición de Educación a Distancia, así también, en el capítulo V: De las Características de la Educación a Distancia en el artículo 11 menciona cómo debe ser el proceso educativo en el cual afirma que debe estar centrado en el estudiante y su aprendizaje, con apoyo de docentes y tutores que serán guías y mediadores para el logro del aprendizaje, que se utilicen diversos recursos de aprendizaje integrando con las metodologías que fomenten la interacción de todos los responsables educativos (estudiantes – estudiantes, docente – estudiantes, estudiantes – realidad) y, por último, define un sistema de Evaluación que debe ser continuo e integral.

En el capítulo VI: De los alumnos y la docencia en Educación a Distancia, en el artículo 16 sostiene que el alumno debe cumplir con sus actividades de manera autónoma y en el artículo 17 versa que el docente o tutor servirá de guía y facilitador de las experiencias de aprendizaje de los estudiantes “promoviendo el desarrollo de las capacidades para el estudio independiente y la autogestión...”

En el capítulo VII: De las capacidades, competencias, materiales didácticos, y evaluación de la Educación a Distancia, en base al artículo 22, que reglamenta los tipos de materiales a ser utilizados en el proceso de aprendizaje de la educación a distancia, los cuales deben estar diseñados de acuerdo al modelo educativo y a las necesidades de los estudiantes a fin de propiciar el aprendizaje significativo.

## **CAPÍTULO III. Metodología**

### **3.1. Enfoque, diseño y alcance de la investigación**

El enfoque metodológico de la investigación es cuantitativo – cualitativo; la misma es de tipo descriptivo y de diseño cuasi-experimental, es decir, según Hernández (2010) en el estudio de tipo descriptivo el investigador tiene como objetivo “describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos, esto es, detallar cómo son y se manifiestan” (p. 80), esto es, realizar una descripción de los fenómenos observados a fin de recoger información de las variables involucradas en el estudio sin necesidad de buscar relación entre ellas. En cuanto al tipo de diseño de la investigación de tipo cuasi – experimental, el mismo autor lo define como un diseño experimental donde sus variables no se selecciona de manera aleatoria, esto significa que “se refiere a un estudio en el que se manipulan intencional al menos una variable independiente para observar su efecto y relacionar con una o más variables dependientes...” (p. 148), esto significa que parte de la idea de realizar una comparación entre dos grupos de individuos con características similares pero al cuál a uno de ellos se las aplica la metodología de estudio y al otro grupo no.

### **3.2. Población**

La población corresponde a los estudiantes de las carreras de Licenciaturas del Departamento de Educación a Distancia de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Asunción.

### **3.3. Muestra**

El tipo de muestro es no probabilístico y el tipo de muestra es por conveniencia o intencionada, ya que se realiza la investigación con los estudiantes inscriptos en el primer periodo del año 2017 en la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I, en la modalidad semipresencial de la Licenciatura en Ciencias Mención Matemática Estadística y la Licenciatura de Tecnología de Producción. Los experimentos afectan a los estudiantes matriculados en la sección A (grupo experimental), el cual corresponde a la sección de las licenciaturas mencionadas con tamaño de muestra igual a 33 estudiantes y sus resultados se comparan con los obtenidos por los estudiantes matriculados en la sección B (grupo de control) de la misma asignatura, el cual cuenta con 22 estudiantes.

### 3.4. Técnicas, procedimientos e instrumentos de recolección de datos

El análisis se centra en las siguientes dimensiones específicas del proceso de enseñanza-aprendizaje: a) el nivel de comprensión de los conceptos; b) la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica; y c) los niveles de motivación de los estudiantes.

La modalidad de las carreras involucradas en el estudio es semipresencial. por lo que las clases de llevan a cabo por medio de la plataforma Moodle. De acuerdo a los que ha mencionado Raichmann (2012), desarrollado en el marco teórico, el logro del aprendizaje en la educación a distancia es posible mediante la combinación de las tecnologías informáticas y las actividades planeadas didácticamente, así también, como lo menciona Cabral (2008) en la etapa de Implementación es importante la selección de los recursos tecnológicos, los materiales didácticos, instrumentos evaluativos, entre otros, todo esto en base a la teoría de aprendizaje y a las estrategias metodológicas y de aprendizaje seleccionadas a partir de esta.

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, el desarrollo de las clases de Geometría Analítica y Vectores I en la plataforma Moodle se ha llevado a cabo mediante el empleo de los materiales de lecturas elaboradas por el docente tutor en cada unidad desarrollada, acompañados con las herramientas propias del aula virtual que son, las de uso más frecuente, los foros (de consultas y novedades), subida de archivos y cuestionarios.



Figura 1. Vista principal del aula virtual de Geometría Analítica y Vectores I

Se realiza el estudio durante el desarrollo de las cuatro unidades temáticas: Vectores, Sistemas de Coordenadas, Línea Recta y Circunferencia. Esto se debe a la complejidad de los conceptos que se presentan en dichas unidades.

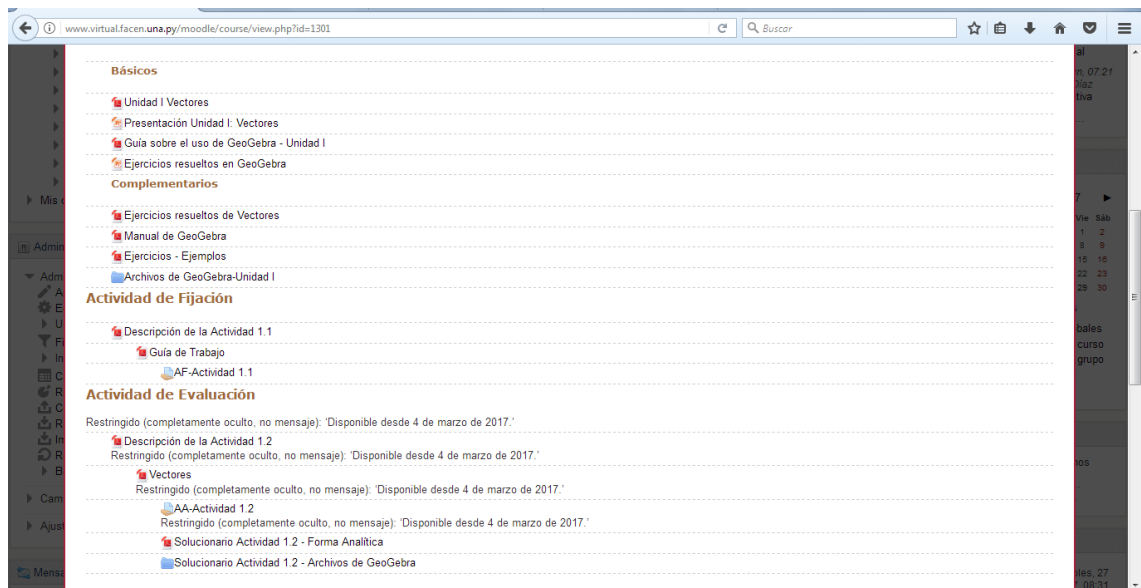


**Figura 2. Vista de las primeras seis unidades estudiadas en Geometría Analítica y Vectores I**

Así como lo sustenta Mañas (2013), GeoGebra constituye una herramienta que sirve de apoyo para la comprensión de conceptos geométricos a través de la visualización y la manipulación, de igual manera Saldaña (2017) enfatiza que por dicha característica, resulta provechoso para el apoyo en la enseñanza y la resolución de problemas.

De acuerdo a lo expuesto por estos autores, la enseñanza por medio de la plataforma virtual y sus herramientas se complementa con materiales de apoyo<sup>2</sup>, entre ellas, guías rápidas de empleo del programa GeoGebra, donde se plasman las diversas herramientas con que cuenta el programa y algunos comandos a ser utilizados en cada unidad. Además, se presentan algunos problemas resueltos con GeoGebra, a modo de ejemplos, siguiendo paso a paso la construcción a través de presentación de diapositivas con los archivos en formato “.ggb” que corresponden a archivos de GeoGebra. Así también, se emplean videos tutoriales de la web, específicamente, en el desarrollo de las unidades de Línea recta y Circunferencia.

<sup>2</sup> Apéndice 1: Materiales de apoyo



**Figura 3. Recursos disponibles en la Unidad I: Vectores**

El desarrollo de cada unidad está distribuido de la manera siguiente:

- Tiempo de lectura y análisis de los materiales proporcionados
- Desarrollo de “Actividades de fijación”, las cuales son aquellas de carácter formativo y sirve como entrenamiento para las actividades de evaluación.
- Finalizado el análisis de los materiales de lecturas y las actividades de fijación en cada una unidad se presentan las de evaluación cuya estrategia didáctica utilizada es la resolución de problemas y se evalúan a través de instrumentos elaborados por el docente. El instrumento seleccionado es la lista de cotejo<sup>3</sup> con los indicadores de cada una de las unidades de estudio.

Se solicita a ambos grupos (experimental y de control) trabajar en forma individual. Al grupo de estudiantes de la sección A (grupo experimental) se le plantea resolver las situaciones problemáticas con la ayuda de GeoGebra y que verifiquen la solución obtenida con el programa mediante el cálculo analítico (mediante el uso de lápiz y papel) buscando la comprensión de los conceptos que se desea fijar y al grupo de estudiantes de la sección B que resuelvan las mismas situaciones problemáticas sin el empleo del programa.

<sup>3</sup> Apéndice: Indicadores de Evaluación

## Actividad 6.1 — Geometría Analítica I

**Tema 1.** Hallar la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos  $(-1, -4)$  y  $(2, -1)$  y cuyo centro está sobre la recta  $4x + 7y + 5 = 0$

1. → Teniendo como modelo el ejercicio 5, abrí el archivo y puse los valores para los puntos  $A(-1, -4)$  y  $B(2, -1)$
2. → Moví los aerodeslizadores para los valores  $h$  y  $k$  de tal forma que el trazo de la circunferencia pase sobre esos dos puntos
3. → Modifiqué la ecuación  $f: 4x + 7y + 5 = 0$
4. → Fui moviendo nuevamente los deslizadores para que el centro de la circunferencia  $C$ , caiga sobre la recta  $f$ , que al mismo tiempo, esa circunferencia pase sobre los puntos  $A$  y  $B$
5. → Obteniendo finalmente los valores para  $h$  y  $k$ ,  $-3$  y  $-1$ , respectivamente

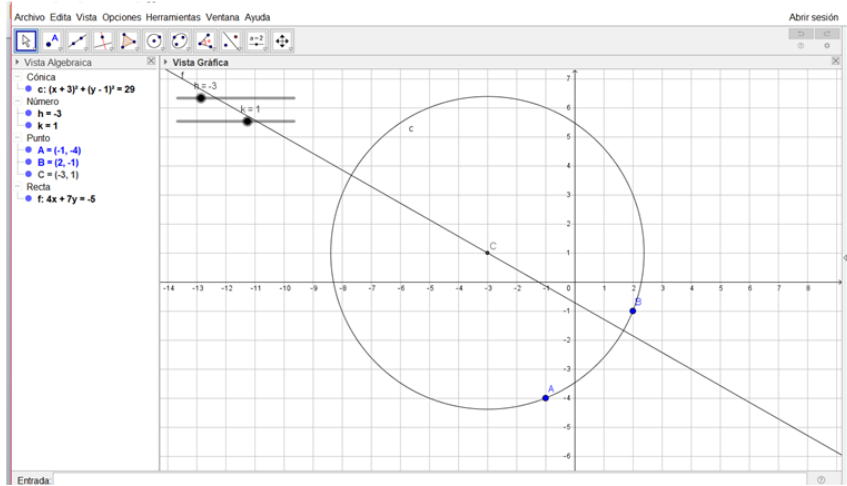


Figura 4. Ejercicio resuelto por un estudiante del grupo experimental de la Unidad VI

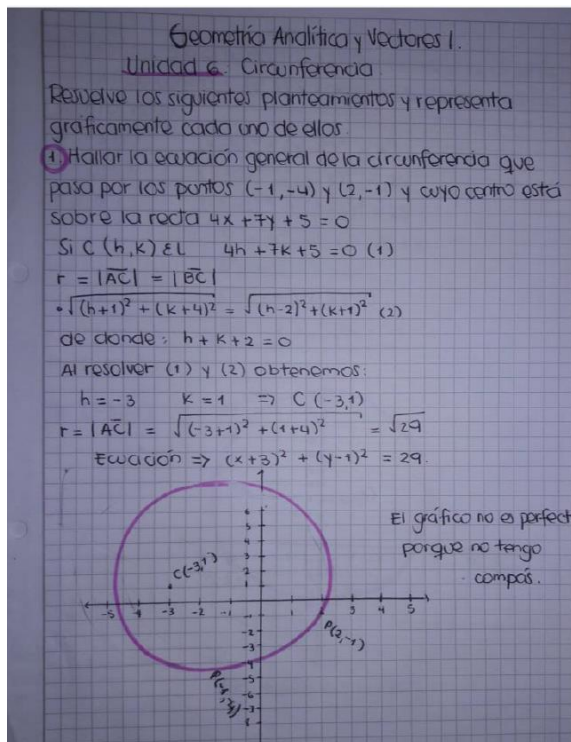


Figura 5. Mismo ejercicio resuelto por un estudiante del grupo control

Seguidamente, se tabulan los porcentajes obtenidos por ambos grupos y se hace una comparación con la finalidad de identificar si existe diferencia entre ambos grupos con relación a la comprensión de los conceptos mediante la aplicación en la resolución de problemas. En cada unidad se hace un seguimiento en ambos grupos mediante la observación a fin de verificar el porcentaje de participación en cada una de las actividades planteadas para el estudio.

Para recabar más datos, al finalizar el experimento en las cuatro unidades con el objeto de conocer la experiencia de los estudiantes y los beneficios obtenidos en cuanto al uso de dicho programa en la resolución de ejercicios y los materiales elaborados con el mismo, se lleva a cabo una encuesta al grupo experimental (sección A) mediante un formulario de Cuestionario en Google Drive que se comparte con los estudiantes vía correo electrónico (disponible en <https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdtVaIQrBJilwLMVyIJmtKHWc2eA3AJxgS1igmLTCrIrEhGag/viewform>) el cual contiene ítems de estructura de escala de Lickert, es decir, deben calificar del 1 al 5 teniendo en cuenta que 1 es “totalmente en desacuerdo”, 2 es “en desacuerdo”, 3 es “Indeciso”, 4 es “de acuerdo”, 5 es “totalmente de acuerdo”. Dicho cuestionario se encuentra estructurado por dimensiones:

#### **Dimensión 1: Con relación al uso de GeoGebra**

Se pretende analizar la experiencia de los estudiantes con relación al empleo de GeoGebra en el desarrollo de las clases de Geometría Analítica y Vectores.

#### **Dimensión 2: Con relación a la comprensión de conceptos**

Se espera identificar los niveles de comprensión de los principales conceptos desarrollados en las unidades de Vectores, Sistema de coordenadas, Línea recta y la Circunferencia y hacer una comparación con los resultados de la lista de cotejo elaborada para cada actividad. Así también, analizar los niveles de comprensión de los problemas planteados.

#### **Dimensión 3: Con respecto a la capacidad de resolver problemas**

Se espera observar que el uso de GeoGebra facilita la comprensión e interpretación de los conceptos necesarios para la resolución de problemas, la aplicación de dichos conceptos y estrategias de solución a la situación planteada y la verificación de la misma.

#### **Dimensión 4: Con relación a los niveles de motivación**

Mediante esta dimensión se pretende analizar, por medio de la percepción de los estudiantes, los niveles de motivación en la asignatura de Geometría Analítica y

Vectores teniendo en cuenta los ítems relacionados al interés, la autonomía y la retroalimentación.

Además dicho cuestionario cuenta con tres preguntas abiertas para conocer la utilidad de los materiales elaborados, si el uso de GeoGebra ha resultado provechoso para la comprensión de los conceptos y si el empleo del tiempo con GeoGebra ha sido mayor o menor en comparación al lápiz y papel y una pregunta abierta para recabar datos sobre sugerencias con respecto a la experiencia de los estudiantes con relación a la metodología empleada.

La técnica para el análisis de las respuestas a dichas preguntas abiertas es la categorización que según Hernández (2010) es “En la codificación cualitativa, las categorías son conceptos, experiencias, ideas, hechos relevantes y con significado” (p.452).

### **3.5. Validación del Instrumento**

La validez de este instrumento se ha llevado a cabo mediante la técnica de juicio de expertos donde Escobar (2008) lo define como “una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en este, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones.” (p. 29). Para la validación por juicio de expertos se presenta el instrumento de recolección de datos a seis docentes de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNA, con experiencia en la enseñanza de diversas asignaturas de Matemática Estadística en el Departamento de Educación a Distancia, con formación académica de licenciatura y maestría.

La planilla de revisión del instrumento está organizada en una tabla, separados por dimensiones y cada dimensión con sus ítems correspondientes, que han sido evaluadas teniendo en cuenta los criterios de Suficiencia, Claridad, Coherencia y Relevancia, con las opciones de respuestas siguientes:

#### **a) Suficiencia.**

- 1- Los ítems no son suficientes para medir la dimensión.
- 2- Los ítems miden algún aspecto de la dimensión.
- 3- Se debe incrementar algunos ítems para poder evaluar la dimensión completamente.
- 4- Los ítems son suficientes

#### **b) Claridad**

- 1- El ítem no es claro
- 2- El ítem requiere bastantes modificaciones

- 3- Se requiere una modificación muy específica de algunos términos del ítem.
- 4- El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.

**c) Coherencia**

- 1- El ítem no tiene relación lógica con la dimensión
- 2- El ítem tiene una relación tangencial con la dimensión.
- 3- El ítem tiene una relación moderada con la dimensión que está midiendo.
- 4- El ítem se encuentra completamente relacionado con la dimensión que se está midiendo.

**d) Relevancia**

- 1- El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada por la medición de la dimensión.
- 2- El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste.
- 3- El ítem es relativamente importante.
- 4- El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

Luego de la selección de los expertos, se ha entregado una nota de solicitud de colaboración para determinar la validez de contenido del instrumento de recolección de datos con una copia del Protocolo de Investigación aprobado por la Comisión Académica y el instrumento a ser validado.

Con las evaluaciones obtenidas de los jueces<sup>4</sup>, se procedió a realizar un análisis cuantitativo de cada criterio, por cada uno de los ítems del instrumento, con la posibilidad de determinar el grado de fiabilidad del aporte de los expertos. La suficiencia fue calificada por las dimensiones que se presentan en el instrumento y el promedio de los resultados son los siguientes:

**Tabla 4. Categoría de Suficiencia**

Suficiencia	Suficiencia
Dimensión 1: Uso del Software GeoGebra	4
Dimensión 2: Comprensión de conceptos	4
Dimensión 3: Resolución de problemas	4
Dimensión 4: Nivel de Motivación	4

De aquí se puede concluir que los jueces concordaron que en cada dimensión del estudio, los ítems son suficientes para obtener la medición de la misma.

---

<sup>4</sup> Anexo B: Juicio de expertos

En cuanto a las categorías de Coherencia, Relevancia y Claridad, los promedios se presentan en la tabla siguiente:

**Tabla 5. Resultados de categorías de Coherencia, Relevancia y Claridad**

Ítems	Coherencia	Relevancia	Claridad
I.1	4	4	4
I.2	4	4	4
I.3	4	4	3,83
I.4	4	4	4
I.5	4	4	3,83
I.6	3,83	3,83	3,83
II.1	4	4	4
II.2	3,83	4	4
II.3	3,83	4	4
III.1	4	4	3,67
III.2	4	4	4
III.3	3,83	4	3,83
III.4	3,83	3,83	3,83
III.5	3,83	3,83	3,67
IV.1	3,83	3,83	3,83
IV.2	3,83	3,83	3,83
IV.3	4	4	4
IV.4	4	3,83	4
IV.5	4	4	4
IV.6	4	4	4

En cuanto a las categorías de Coherencia y Relevancia se puede decir que el promedio general de puntuación es buena, ya que oscilan entre 3,83 y 4. En cambio, en la categoría de Relevancia, en los ítems III.1 y III.5 el promedio de calificación es de 3.6 que, en comparación a los resultados anteriores, es menor por lo que se procedió a analizar y realizar las modificaciones específicas en los términos de esos ítems.

### **3.6.Confiabilidad del Instrumento**

Así como lo mencionan Oviedo y Campo – Arias (2005), la confiabilidad es el “grado en que un instrumento de varios ítems mide consistentemente una muestra de la población. (Gliner, 2001)” (p. 574) y que una medición sea consistente es aquella cuya medida está libre de errores. Una de las formas de analizar la confiabilidad del instrumento es por medio de la Consistencia interna, dichos autores lo definen como “la

relación que muestran los ítems que componen la escala...” (p. 574) y mencionan que la fórmula más utilizada es el coeficiente de Alfa de Cronbach.

Dichos autores mencionan, asimismo, que cuando se cuenta con ítems que analizan dos o más dimensiones se debe calcular el Alfa de Cronbach para cada grupo de ítems de cada una de las dimensiones.

Para el análisis de la confiabilidad del instrumento se realizó una prueba piloto a estudiantes que han participado en un curso extracurricular de GeoGebra en la FACEN – UNA, con una muestra de 30 estudiantes, con características similares a la población de estudio. Se considera los criterios de George y Mallery (2003, p. 231), quienes sugieren las recomendaciones siguientes para evaluar los coeficientes de alfa de Cronbach:

- ✓ Coeficiente alfa > 0.9 es excelente
- ✓ Coeficiente alfa > 0.8 es bueno
- ✓ Coeficiente alfa > 0.7 es aceptable
- ✓ Coeficiente alfa > 0.6 es cuestionable
- ✓ Coeficiente alfa > 0.5 es pobre
- ✓ Coeficiente alfa < 0.5 es inaceptable

Nunnally (1978): dentro de un análisis exploratorio estándar, el valor de fiabilidad en torno a 0.7 es adecuado y es el nivel mínimo aceptable. (Citado en Frias – 2014)

Los resultados de la prueba piloto fueron procesados, de manera conjunta, por los cuatro jueces especialistas en Estadística con ayuda del programa SPSS 11.0.

El análisis de los ítems se realizaron por dimensiones, de manera independiente se ha obtenido el valor del coeficiente de Alfa de Cronbach para medir la consistencia interna del instrumento.

Los resultados obtenidos se describen a continuación:

**Dimensión I: Uso del software GeoGebra**

**Cantidad de ítems analizados: 5**

**Tamaño de muestra: 30**

**Estadísticos de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,901	6

El valor del coeficiente de Cronbach es  $0,901 > 0,9$ ; por lo tanto, el coeficiente es Excelente.

## **Dimensión II: Comprensión de conceptos**

**Cantidad de ítems analizados: 6**

**Tamaño de muestra: 30**

### **Estadísticos de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,932	6

El valor del coeficiente de Cronbach es  $0,932 > 0,9$  por lo tanto, el coeficiente es Excelente.

## **Dimensión III: Capacidad de resolución de problemas**

**Cantidad de ítems analizados: 5**

**Tamaño de muestra: 30**

### **Estadísticos de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,891	5

El valor del coeficiente de Alfa de Cronbach es  $0,891 > 0,8$ , por lo tanto, el coeficiente es Bueno.

## **Dimensión IV: Nivel de motivación**

**Cantidad de ítems analizados: 6**

**Tamaño de muestra: 30**

### **Estadísticos de fiabilidad**

Alfa de Cronbach	N de elementos
,882	6

El valor del coeficiente de Alfa de Cronbach es  $0,882 > 0,8$ , por lo tanto, el coeficiente es Bueno.

En cada dimensión, el valor del coeficiente de Alfa de Cronbach se encuentra alrededor de 0,8 a 0,9 por lo que se puede deducir una consistencia interna de los ítems.

### 3.7.Operacionalización de las variables

Variables	Categoría	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Unidad de Medida	Escala	Valor Real
<b>Uso del Software GeoGebra para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica</b>	Variable Independiente	Uso de las herramientas disponibles en GeoGebra para facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica	Diferentes maneras en que se utilizan cada una de las herramientas disponibles en Geogebra para facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Analítica	Uso de la herramienta "Recta"	Porcentaje de rectas correctamente construidas	N° de rectas	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Uso de la herramienta "Vector"	Porcentaje de vectores correctamente construidos	N° de vectores	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Uso de la herramienta "Razón"	Porcentaje de razones correctamente calculadas	N° de razones	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Uso de la herramienta "Distancia entre puntos"	Porcentaje de distancia entre puntos correctamente calculada	N° de distancias entre puntos	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Uso de la herramienta "Área de un polígono"	Porcentaje de áreas de polígonos correctamente calculados	N° de áreas de polígonos	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Uso de la herramienta "Circunferencia"	Porcentaje de circunferencia correctamente construidas	N° de circunferencias	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)

<b>Comprensión de conceptos</b>	Variable Dependiente	Habilidad intelectual para captar de manera correcta los significados de las unidades desarrolladas en el proceso de enseñanza – aprendizaje	Forma en que se capta de manera correcta el significados de las unidades desarrolladas en el proceso de enseñanza- aprendizaje	Literal	Porcentaje de conceptos respondidos con rigurosidad	N° de conceptos respondidos	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Inferencial	Porcentaje de conocimientos inferidos a partir de la información dada	N° de conocimientos inferidos		
					Porcentaje de conceptos interpretados correctamente	N° de conceptos interpretados		
<b>Capacidad de Resolución de problemas</b>	Variable Dependiente	La capacidad de resolver problemas es la eficacia y agilidad para dar soluciones a problemas detectados.	Forma en que se interpreta y se obtiene soluciones a los problemas detectados.	Interpretación	Porcentaje de problemas interpretados	N° de problemas comprendidos	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Planificación	Porcentaje de estrategias planeadas correctamente	N° de estrategias planeadas		
				Aplicación	Porcentaje de planes aplicados correctamente	N° de planes aplicados		
				Verificación	Porcentaje de soluciones verificadas correctamente	N° de soluciones verificadas		
<b>Niveles de Motivación</b>	Variable Dependiente	La motivación es el impulso que influye en la conducta del individuo, a fin de lograr la meta o el objetivo que se desea alcanzar.	Entusiasmo y disposición en el desempeño del estudiante en las actividades del aula.	Interés	Cantidad de puntos en test de intereses	Puntaje	Nominal	Bueno: más de 13 puntos (**)
				Autonomía	Porcentaje de respuestas en test de autonomía	N° de respuestas	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)
				Retroalimentación	Porcentaje de respuestas en test de autoaprendizaje	N° de respuestas	De razón o proporción	Bueno: 80% o más Satisfactorio: 60% a 79% Deficiente: Menos de 60% (*)

### Referencia.

Valor real: (\*) en base a la escala fijada por el reglamento académico de la FACEN – UNA

(\*\*) 50% o más del puntaje total.

## CAPÍTULO IV. Análisis de resultados

Para la realización del análisis y la interpretación de los resultados obtenidos se ha tenido en cuenta los datos recabados con los instrumentos elaborados para la investigación.

### Análisis de resultados obtenidos en las listas de cotejo

En las unidades de Vectores, Sistemas de coordenadas, La línea recta y la circunferencia se ha llevado a cabo el experimento. El mismo se ha planteado mediante la utilización de GeoGebra para la elaboración de materiales de apoyo en el desarrollo de dichas unidades y la resolución de problemas con dicho programa. Se han presentado las mismas actividades en cada grupo (experimental y de control) con los mismos indicadores de evaluación con la finalidad de hacer una comparación entre ellos.

En primer lugar, mediante la lista de cotejo utilizado en la evaluación de las actividades de cada unidad de estudio, se analizan los indicadores logrados con el propósito de medir la comprensión de los conceptos y la capacidad de la resolución de problemas, mediante los porcentajes de logros obtenidos en cada grupo.

El análisis se hace en base a los estudiantes que han participado en las actividades de las unidades I, II, IV y VI, donde se hizo un conteo de los indicadores logrados en cada grupo de estudio (experimental y de control). Para ellos, se procede a enumerar los indicadores observados en cada unidad, totalizando 19<sup>5</sup>.

Los resultados obtenidos se describen en las tablas siguientes:

**Tabla 6. Indicadores logrados en la Unidad I – Grupo Experimental y Grupo Control**

Indicadores	Grupo Experimental: Indicadores Logrados Total de participantes: 14		Grupo Control: Indicadores Logrados Total de Participantes: 14	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
1	13	93	14	100
2	13	93	14	100
3	14	100	14	100
4	12	86	8	57
5	12	86	8	57
6	10	71	9	64
7	9	64	11	79

<sup>5</sup> Apéndice: Indicadores de Evaluación

En ambos grupos, un total de 14 estudiantes han participado en la entrega de la actividad de la unidad de Vectores y el promedio de los porcentajes obtenidos en ambos grupos es: en el Experimental se ha obtenido un 84% que con relación a la comprensión de conceptos y resolución de problemas mediante la construcción de vectores en la escala de valor real corresponde a Bueno y en el Control un 79% que representa a un nivel satisfactorio.

**Tabla 7. Indicadores logrados en la Unidad II – Grupo Experimental y Grupo Control**

Indicadores	Grupo Experimental: Indicadores Logrados Total de participantes: 14		Grupo Control: Indicadores Logrados Total de Participantes: 11	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
<b>8</b>	11	79	8	73
<b>9</b>	14	100	11	100
<b>10</b>	13	93	11	100
<b>11</b>	11	79	10	91

En la actividad de Sistema de coordenadas, en el grupo experimental participaron 14 y en cambio, en el grupo control la participación disminuyó con relación a éste siendo 11 los estudiantes participantes.

Cada indicador de la actividad está relacionado con la comprensión de los conceptos y su aplicación en la resolución de problemas.

El indicador 8 mide aplicación de la distancia entre dos puntos y tanto en el grupo control como en el experimental la valoración es Satisfactorio.

El indicador 9 mide la aplicación del punto medio y en ambos grupos la valoración es Bueno.

El indicador 10 mide la aplicación de Razón de un segmento y pese a que el porcentaje de logros en el grupo que ha utilizado GeoGebra para obtener la solución es menor, la valoración es Buena.

El indicador 11 mide la aplicación de área del polígono y se puede notar una diferencia significativa con relación al grupo que ha utilizado GeoGebra y a los que no, siendo la valoración del grupo experimental de Satisfactorio y el grupo control Bueno.

**Tabla 8. . Indicadores logrados en la Unidad IV – Grupo Experimental y Grupo Control**

Indicadores	Grupo Experimental: Indicadores Logrados Total de participantes: 15		Grupo Control: Indicadores Logrados Total de Participantes: 11	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
<b>12</b>	14	93	10	91
<b>13</b>	14	93	10	91
<b>14</b>	15	100	9	82
<b>15</b>	10	67	6	55

En la actividad de la Unidad de Línea Recta la participación del grupo experimental ha sido mayor en comparación al grupo control. En la misma los cuatro indicadores han medido el nivel de comprensión de los conceptos y su aplicación en la resolución de problemas de Línea recta siendo el promedio de porcentajes logrados en el grupo experimental igual a 88% y en el grupo control siendo en ambos su valor real Bueno.\

Lo que se puede resaltar en esta unidad es que en ambos grupos, el indicador 15, que mide la aplicación del concepto de distancia de un punto a una recta, fue menor con relación a los demás temas desarrollados, pero de igual manera los estudiantes que han utilizado GeoGebra en la resolución de los problemas han obtenido mejor resultado.

**Tabla 9. Indicadores logrados en la Unidad VI – Grupo Experimental y Grupo Control**

Indicadores	Grupo Experimental: Indicadores Logrados Total de participantes: 12		Grupo Control: Indicadores Logrados Total de Participantes: 10	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
<b>16</b>	11	92	5	50
<b>17</b>	11	92	2	20
<b>18</b>	11	92	9	90
<b>19</b>	12	100	7	70

En la actividad de la Unidad de Circunferencia haciendo una visión general, se puede notar que los estudiantes que han empleado GeoGebra en la comprensión de conceptos y su aplicación en la resolución de problemas han logrado la mayor cantidad de indicadores con relación a los estudiantes que no lo han utilizado. Además, pese a que el número de participantes con relación a las otras actividades ha sido menor, en el grupo experimental ese número supera al grupo control.

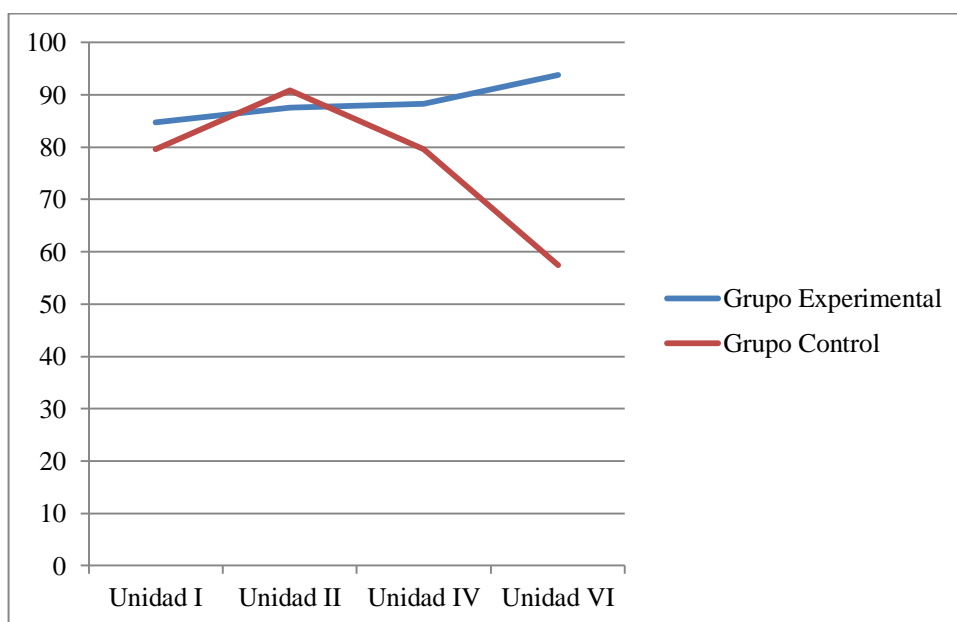
Con base a esto, el indicador 17 que mide las condiciones que debe cumplir una recta para que sea tangente a la circunferencia muestra una diferencia muy llamativa a favor del grupo experimental.

Haciendo un recuento de los datos mencionados, se determina el promedio del porcentaje de los indicadores logrados en cada unidad, lo cual se puede resumir en la tabla siguiente:

**Tabla 10. Indicadores logrados– Grupo Experimental y Grupo Control**

Unidades	Grupo Experimental	Grupo Control
Unidad I	85%	80%
Unidad II	88%	91%
Unidad IV	88%	80%
Unidad VI	94%	58%

En el gráfico que se presenta a continuación, se puede observar un incremento favorable en cuanto al promedio de indicadores logrados en el grupo donde se ha empleado la resolución de problemas con GeoGebra.



**Figura 6. Promedio de indicadores logrados**

Con estos datos se procede a realizar la Prueba T de Student, con ayuda de Excel, para determinar si existe diferencia significativa entre estos promedios de los grupos de estudio, cuyos resultados se presentan en la tabla, a continuación.

**Tabla 11. Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales**

	<i>Grupo Experimental</i>	<i>Grupo Control</i>
<b>Media</b>	87,95739348	77,3137389
<b>Varianza</b>	123,5721579	495,440589
<b>Observaciones</b>	19	19
<b>Varianza agrupada</b>	309,5063734	
<b>Diferencia hipotética de las medias</b>	0	
<b>Grados de libertad</b>	36	
<b>Estadístico t</b>	1,86473781	
<b>P(T&lt;=t) una cola</b>	0,035193433	
<b>Valor crítico de t (una cola)</b>	1,688297714	
<b>P(T&lt;=t) dos colas</b>	0,070386865	
<b>Valor crítico de t (dos colas)</b>	2,028094001	

De la tabla de resultados se distingue que la prueba no es significativa al 95% de confianza porque el p – valor es 0,07; esto significa que no hay diferencia entre los promedios de ambos grupos.

Sin embargo, para un 90% de confianza se puede concluir que la estrategia de enseñanza y aprendizaje utilizada pudo ser un factor determinante.

#### **Análisis de los resultados obtenidos en la encuesta<sup>6</sup>**

A los estudiantes del grupo experimental se ha aplicado una encuesta con preguntas de estructura de Lickert, esto es, la puntuación de los ítems se han realizado de acuerdo a la escala siguiente: del 1 al 5 donde 1 es “totalmente en desacuerdo”, 2 es “en desacuerdo”, 3 es “Indeciso”, 4 es “de acuerdo” y 5 es “totalmente de acuerdo”. La misma ha sido respondida por 30 estudiantes del total de 33, siendo esto el 91% de la población.

Los resultados obtenidos en cada dimensión, de acuerdo con la percepción de cada estudiante, se presentan a continuación:

#### **Dimensión I: Con respecto al uso del Software GeoGebra**

Los ítems de esta dimensión han sido elaborados para realizar un análisis de la experiencia de los estudiantes que han trabajado con GeoGebra en la comprensión de conceptos y en la resolución de problemas.

---

<sup>6</sup> Encuesta sobre la experiencia con GeoGebra en la enseñanza - aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores 1

**Tabla 12. Distribución de frecuencias del ítem I.1**

<b>I.1: GeoGebra resulta ser un programa de fácil acceso y empleo</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	2	4	9,8	13,3	13,3
	3	5	12,2	16,7	30,0
	4	11	26,8	36,7	66,7
	5	10	24,4	33,3	100,0
	Total	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

**Tabla 13. Distribución de frecuencias del ítem I.2**

<b>I.2: GeoGebra me permite resolver problemas</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	2	3	7,3	10,0	10,0
	3	2	4,9	6,7	16,7
	4	18	43,9	60,0	76,7
	5	7	17,1	23,3	100,0
	Total	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

**Tabla 14. . Distribución de frecuencias del ítem I.3**

<b>I.3: GeoGebra me ayuda a entenderlos mejor los conceptos abstractos</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	2	2	4,9	6,7	6,7
	3	4	9,8	13,3	20,0
	4	17	41,5	56,7	76,7
	5	7	17,1	23,3	100,0
	Total	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

**Tabla 15. Distribución de frecuencias del ítem I.4**

<b>I.4: GeoGebra resulta una herramienta adecuada para la asignatura.</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	2	2	4,9	6,7	6,7
	3	2	4,9	6,7	13,3
	4	14	34,1	46,7	60,0
	5	12	29,3	40,0	100,0
	<b>Total</b>	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

**Tabla 16. Distribución de frecuencias del ítem I.5**

<b>I.5: El uso de GeoGebra facilita el aprendizaje de las unidades en donde se aplicó el programa</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	2	2	4,9	6,7	6,7
	3	4	9,8	13,3	20,0
	4	15	36,6	50,0	70,0
	5	9	22,0	30,0	100,0
	<b>Total</b>	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

**Tabla 17. Distribución de frecuencias del ítem I.6**

<b>I.6: Los comandos empleados en GeoGebra me han sido útiles</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	1	1	2,4	3,3	3,3
	2	4	9,8	13,3	16,7
	3	10	24,4	33,3	50,0
	4	11	26,8	36,7	86,7
	5	4	9,8	13,3	100,0
	<b>Total</b>	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

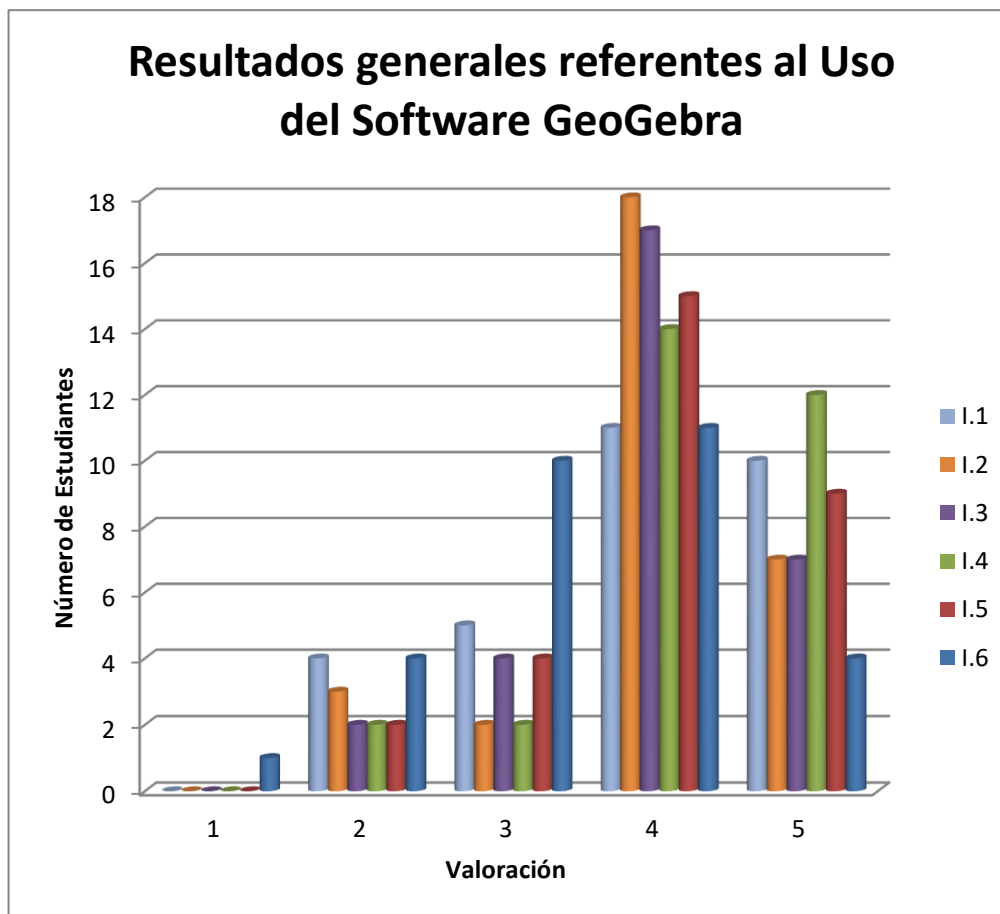


Figura 7. Resumen de frecuencias de la Dimensión I

Tabla 18. Estadísticos de Uso del software GeoGebra

		Estadísticos					
Ítems		I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.6
N	Válidos	30	30	30	30	30	30
	Perdidos	11	11	11	11	11	11
Media		3,900	3,967	3,967	4,200	4,033	3,433
Mediana		4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	3,500
Moda		4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
Desv. típ.		1,0289	,8503	,8087	,8469	,8503	1,0063
Varianza		1,059	,723	,654	,717	,723	1,013
Asimetría		-,602	-1,016	-,776	-1,139	-,787	-,349
Error típ. de asimetría		,427	,427	,427	,427	,427	,427
Curtosis		-,686	1,094	,768	1,275	,445	-,130
Error típ. de curtosis		,833	,833	,833	,833	,833	,833
Mínimo		2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,0
Máximo		5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Percentiles	25	3,000	4,000	4,000	4,000	4,000	3,000
	50	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	3,500
	75	5,000	4,250	4,250	5,000	5,000	4,000

Tanto en la Gráfica 2 como en la Tabla 18, se puede observar que la mayor cantidad de encuestados está de acuerdo con que GeoGebra es una programa accesible que

facilita la resolución y verificación de los problemas planteados y que constituye una herramienta que ayuda a la comprensión de los conceptos de las unidades involucradas en el estudio.

**Dimensión II:** Con relación a la comprensión de conceptos

**Tabla 19. Comprensión de conceptos básicos y abstractos de Geometría Analítica en las cuatro unidades del estudio.**

Comprensión de conceptos básicos y abstractos con ayuda de GeoGebra							
Ítems	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.	Varianza	Asimetría	Curtosis
II.1A	2	5	4,13	,860	,740	-,966	,734
II.1B	2	5	4,10	,803	,645	-1,045	1,532
II.1C	2	5	4,07	,785	,616	-,579	,188
II.1D	2	5	4,03	,964	,930	-,812	-,127

Con relación a los resultados que se exponen en la tabla, se puede concluir que los estudiantes que han utilizado GeoGebra durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I están de acuerdo con que les ha favorecido en la comprensión de los conceptos básicos de las unidades de Vectores, Sistemas de coordenadas, Línea recta y Circunferencia.

En base al ítem II.2, que hace referencia a la capacidad de resolución de situaciones problemáticas con ayuda de GeoGebra, se ha obtenido el siguiente resultado:

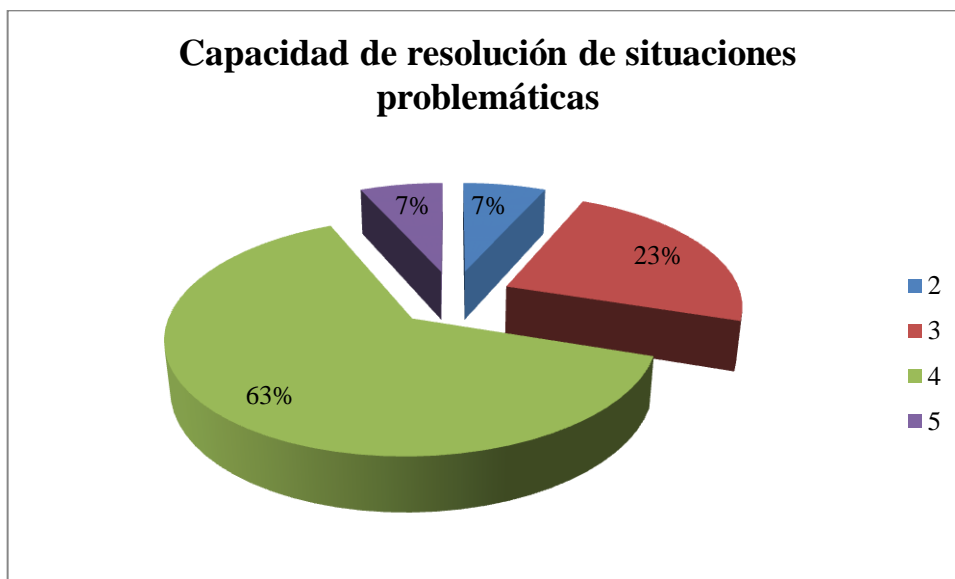


Figura 8. Pregunta II.2

La mayoría de los encuestados están de acuerdo con que son capaces de llegar a la solución del problema con los datos proporcionados.

En el ítem II.3, los resultados obtenidos en cuanto a la capacidad de identificar los datos e incógnitas en situaciones problemáticas, se ha obtenido lo siguiente:

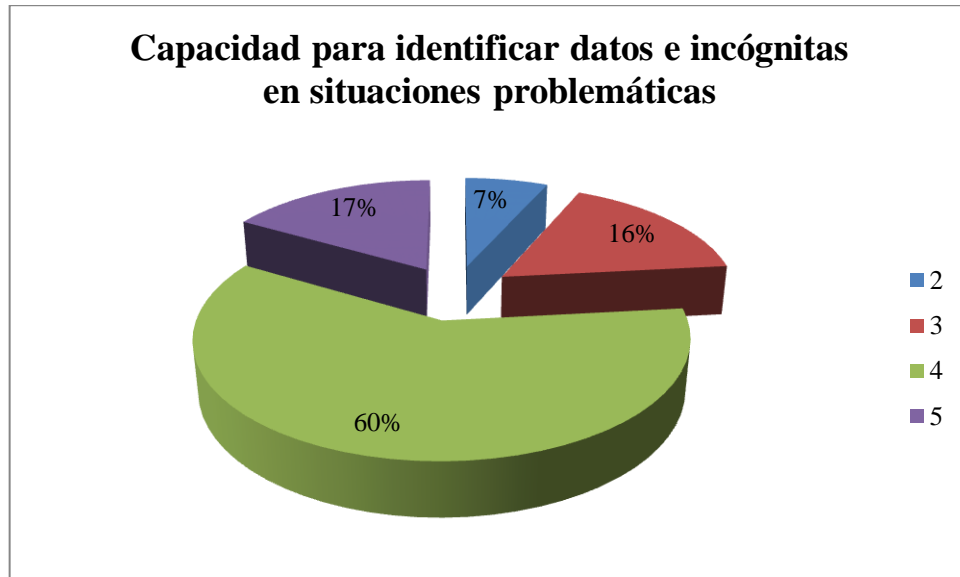


Figura 9. Pregunta II.3

El número de estudiantes que están de acuerdo con no presentan inconvenientes para identificar los datos y las incógnitas del problema es mayor.

**Dimensión III:** Con respecto a la capacidad de resolución de problemas.

En el ítem III.1, los resultados con relación a la comprensión de conceptos necesarios para la resolución de problemas se describen en el Figura 10.

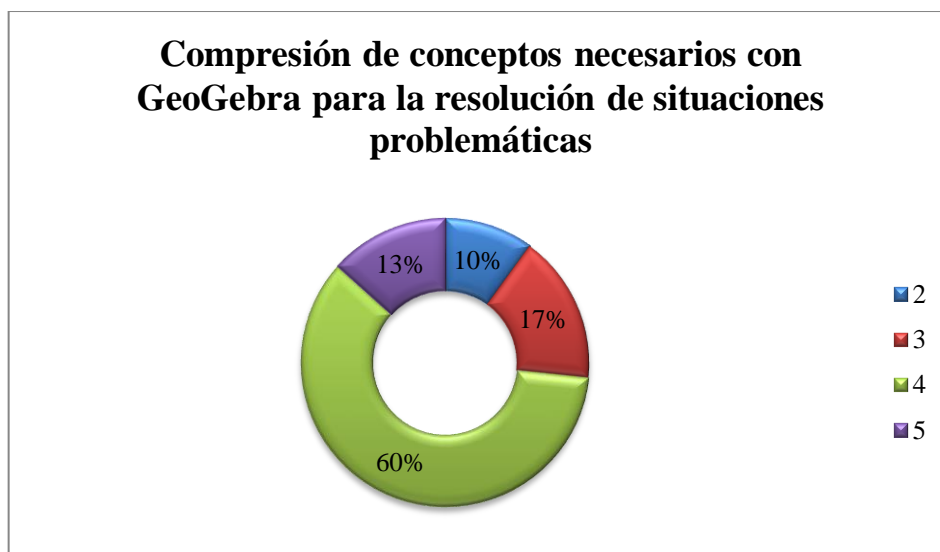


Figura 10. Pregunta III.1

Se presenta un mayor número de estudiantes que están de acuerdo con que GeoGebra le sirve de herramienta para comprender ciertos conceptos que son fundamentales para la resolución de problemas.

En el ítem III.2 se analiza la interpretación de los problemas con ayuda de GeoGebra obteniéndose los resultados siguientes:

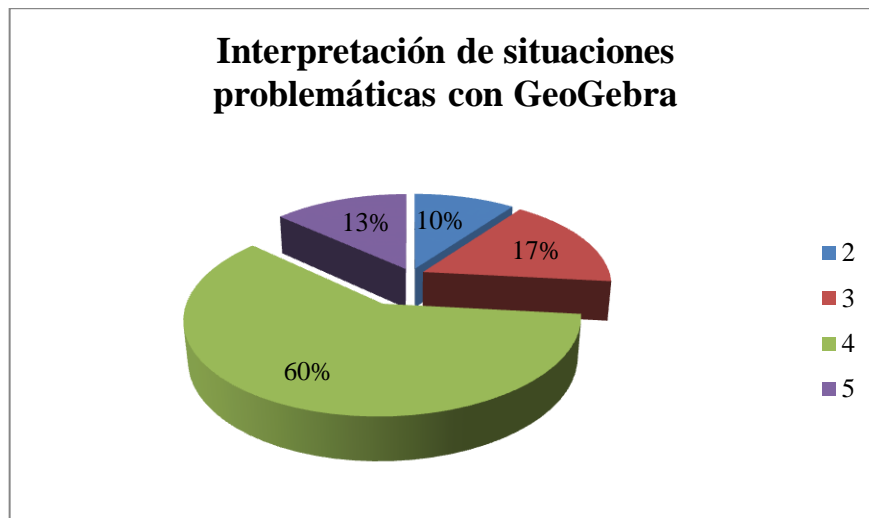


Figura 11. Pregunta III.2

El mayor número de estudiantes encuestados está de acuerdo con que GeoGebra facilita a la comprensión de ciertos conceptos de la Geometría Analítica y, por lo tanto, ayuda a interpretar los problemas.

Los resultados del ítem III.3 con relación a la facilidad de verificación de las soluciones de las situaciones problemáticas resueltas en lápiz y papel, con ayuda de GeoGebra, se presentan en el Figura 12.

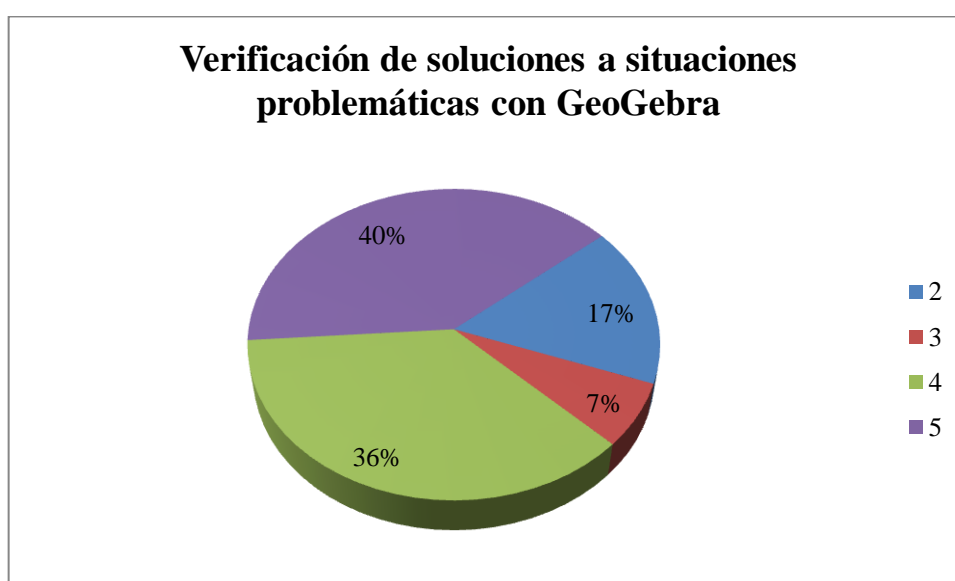


Figura 12. Pregunta III.3

La mayor cantidad de estudiantes encuestados está totalmente de acuerdo con que con ayuda de GeoGebra resulta más fácil verificar las soluciones de los problemas de Geometría Analítica y Vectores.

Con relación al ítem III.4, los resultados obtenidos se describen a continuación:

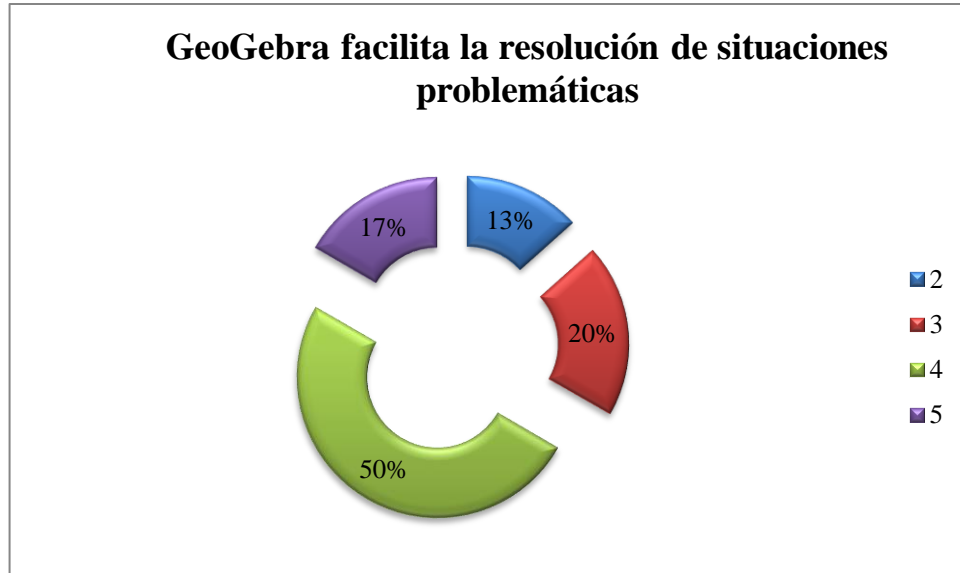


Figura 13. Pregunta III.4

Se presenta un mayor número de estudiantes que consideran que con ayuda de GeoGebra es más fácil resolver situaciones problemáticas.

Finalmente, en el ítem III.5 los resultados obtenidos en la encuesta se presentan a continuación:

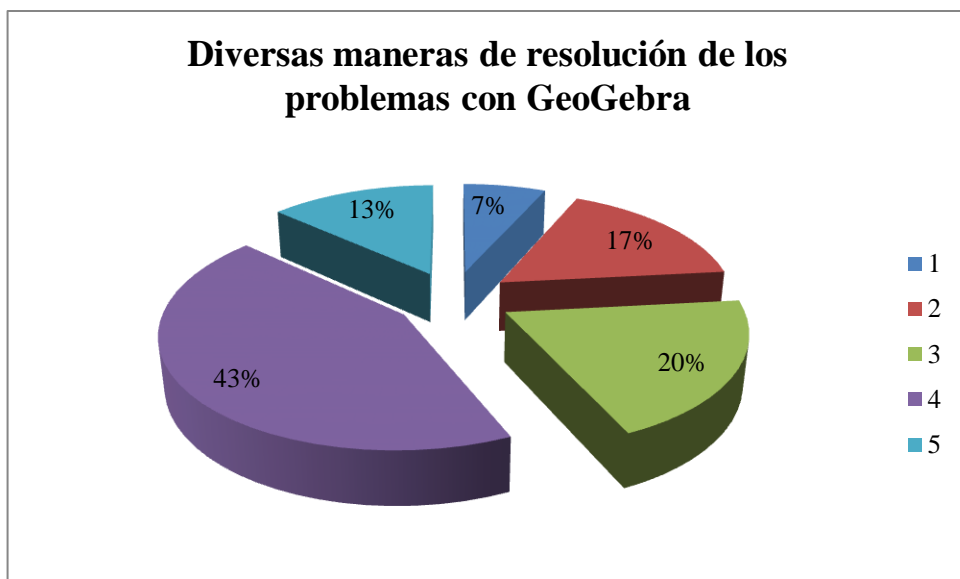


Figura 14. Pregunta III.5

De acuerdo con este ítem, la mayor cantidad de estudiantes considera estar de acuerdo con que GeoGebra ha sido de ayuda para llegar a la solución de los problemas de distintas maneras.

Con relación a las dimensiones de comprensión de conceptos y capacidad de resolución de problemas, los resultados de la encuesta se complementan con los indicadores logrados por cada estudiante del grupo experimental que ha participado en las actividades de las unidades de estudio. Los promedios de porcentajes obtenidos son los siguientes:

- Unidad I: 85%
- Unidad II: 88%
- Unidad IV: 88%
- Unidad VI: 94%

De estos resultados se podría decir que, en cuanto al análisis de las variables de comprensión de conceptos y capacidad de resolución de situaciones problemáticas, el nivel es categorizado como Bueno, ya que los promedios de los porcentajes superan 80%.

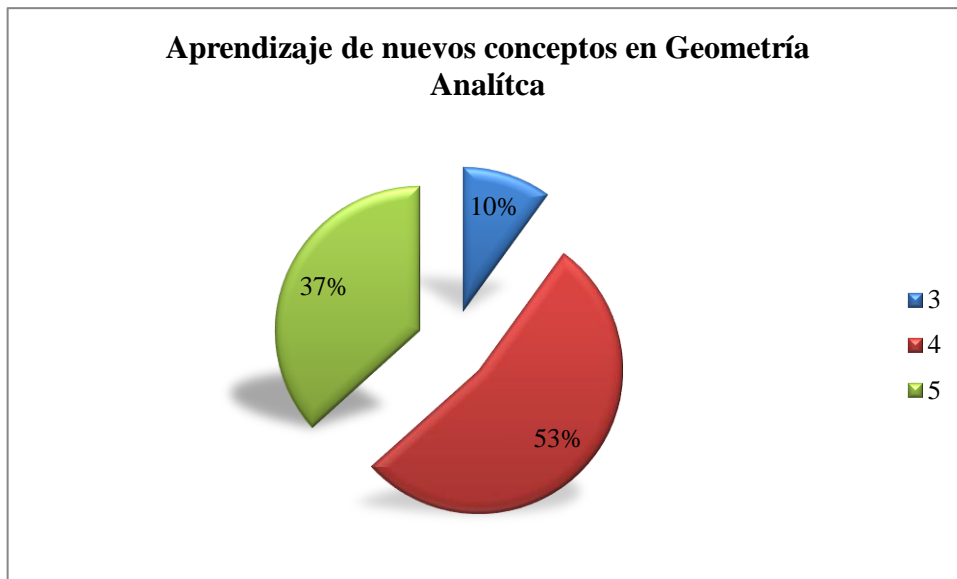
**Dimensión IV:** Con respecto a la motivación

**Tabla 20. . Pregunta IV.1**

<b>IV.1: La Geometría Analítica es interesante y provechoso para las asignaturas correlativas</b>					
<b>Escala</b>		<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Porcentaje válido</b>	<b>Porcentaje acumulado</b>
<b>Válidos</b>	3	5	12,2	16,7	16,7
	4	12	29,3	40,0	56,7
	5	13	31,7	43,3	100,0
	Total	30	73,2	100,0	
<b>Perdidos</b>	Sistema	11	26,8		
<b>Total</b>		<b>41</b>	<b>100,0</b>		

Los resultados de la tabla 20 mencionan que el mayor número de estudiantes está totalmente de acuerdo con que el estudio de la Geometría Analítica sirve de base para las asignaturas correlativas de su carrera.

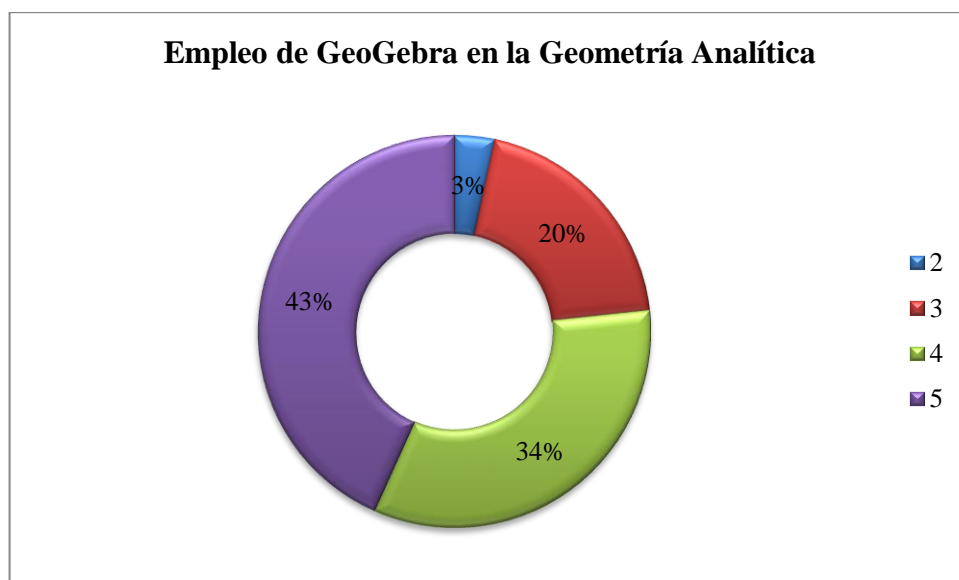
En cuanto al ítem IV. 2 sobre la satisfacción de aprender nuevos conceptos de Geometría Analítica se han plasmado en el Figura 10:



**Figura 15. Pregunta IV.2**

Como se puede observar, la mayor cantidad de estudiantes está de acuerdo con que le resulta agradable aprender nuevos conceptos en la Geometría Analítica

En el ítem IV.3 hace referencia sobre el empleo de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores, se evidencian los resultados en el Figura 16.



**Figura 16. Pregunta IV.3**

De acuerdo con la gráfica anterior, la mayor cantidad de estudiantes encuestados concuerdan plenamente es que es interesante emplear GeoGebra como herramienta de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica.

El ítem IV.4 se refiere a que el conocimiento adquirido con GeoGebra será útil para otras asignaturas. El resultado obtenido se resume en el Figura 17.

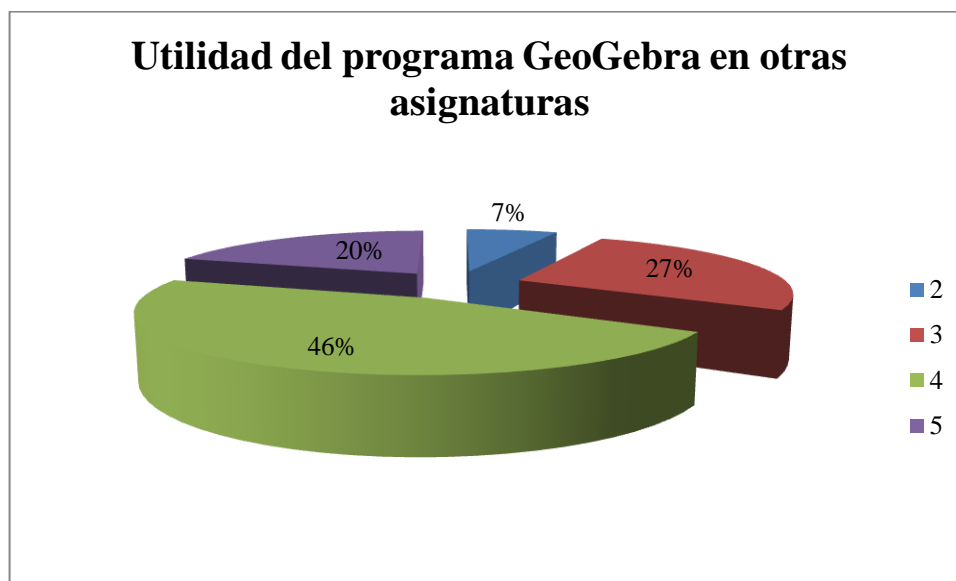


Figura 17. Pregunta IV.4

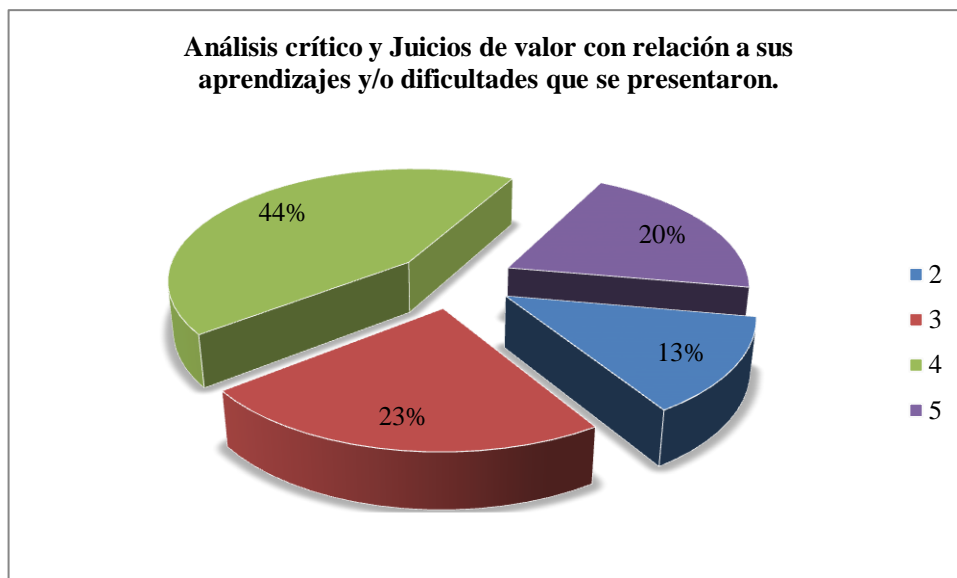
La cantidad de estudiantes que está de acuerdo con que el programa GeoGebra le será de utilidad en otras asignaturas, es superior a quienes no están de acuerdo con eso.

Tabla 21. Pregunta IV.5

IV.5: Cuando no comprendo algún concepto o alguna herramienta investigo por mi propia cuenta.					
Escala		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2,0	1	2,4	3,3	3,3
	3,0	5	12,2	16,7	20,0
	4,0	12	29,3	40,0	60,0
	5,0	12	29,3	40,0	100,0
	Total	30	73,2	100,0	
Perdidos	Sistema	11	26,8		
Total		41	100,0		

En la tabla 21, la gran mayoría de los estudiantes encuestados es capaz de investigar por su propia cuenta en caso de que no comprenda algún concepto o herramienta.

Por último, el ítem IV.6 hace referencia al análisis crítico de los conocimientos y actividades a través de un juicio de valor con relación a los logros y/o dificultades que se han presentado. A continuación los resultados obtenidos:



**Figura 18. Pregunta IV.6**

En cuanto a la pregunta 6, un mayor número de estudiantes está de acuerdo con que realizan un análisis crítico de los conocimientos y resultados obtenidos mediante un juicio de valor con relación a los aprendizajes y/o dificultades que se presentaron en cada una de las actividades.

**Tabla 22. Resultados estadísticos de Nivel de motivación**

Ítems		IV1	IV2	IV3	IV4	IV5	IV6
N	Válidos	30	30	30	30	30	30
	Perdidos	11	11	11	11	11	11
Media		4,267	4,267	3,867	4,167	4,167	3,700
Mediana		4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000
Moda		5,0	4,0	4,0	5,0	4,0 <sup>a</sup>	4,0
Desv. típ.		,7397	,6397	1,0080	,8743	,8339	,9523
Varianza		,547	,409	1,016	,764	,695	,907
Asimetría		-,480	-,291	-1,015	-,676	-,715	-,364
Error típ. de asimetría		,427	,427	,427	,427	,427	,427
Curtosis		-,972	-,554	1,093	-,474	-,083	-,638
Error típ. de curtosis		,833	,833	,833	,833	,833	,833
Rango		2,0	2,0	4,0	3,0	3,0	3,0
Percentiles	25	4,000	4,000	3,000	3,750	4,000	3,000
	50	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000
	75	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	4,000

De acuerdo a lo expuesto en el marco teórico sobre los niveles de motivación en cuanto al Interés, la Autonomía y la Retroalimentación se procede a analizar dichos niveles de acuerdo al tipo de escala y valor real mencionado en el marco metodológico.

**Tabla 23. Resultados de Test de Interés**

Se analizan las puntuaciones de los ítems IV1, IV2, IV3, IV4 siendo el puntaje máximo de 20 y donde las puntuaciones mayores a 14 puntos obtienen un valor real de Bueno.

Interés					
Sujeto	IV1	IV2	IV3	IV4	Total
1	3	4	3	3	13
2	5	5	5	5	20
3	3	3	4	3	13
4	5	5	5	5	20
5	5	5	4	5	19
6	4	4	4	3	15
7	3	4	4	4	15
8	4	4	3	3	14
9	5	5	5	5	20
10	4	3	1	4	12
11	5	5	5	5	20
12	5	4	3	4	16
13	5	5	5	5	20
14	5	5	4	4	18
15	4	4	4	4	16
16	5	4	4	4	17
17	4	4	4	5	17
18	4	4	4	5	17
19	4	4	2	2	12
20	4	4	3	4	15
21	4	4	4	5	17
22	5	5	4	5	19
23	4	4	4	5	17
24	4	4	4	4	16
25	5	5	5	4	19
26	3	4	2	3	12
27	5	5	5	5	20
28	3	3	3	3	12
29	4	4	4	4	16
30	5	5	5	5	20

El 77% de los estudiantes encuestados presenta una calificación mayor o igual a 14 en el test de interés. Lo cual podría deberse al empleo de la metodología.

En el ítem IV.5 se puede analizar la autonomía del estudiante en cuanto a la búsqueda de su propio conocimiento. Para ello se expresa en porcentaje la escala seleccionada en dicho ítem.

**Tabla 24. Resultados de Autonomía**

Valores	Número de estudiantes
<b>Bueno (80% o más)</b>	24
<b>Satisfactorio (60 a 79%)</b>	5
<b>Deficiente (menos de 60%)</b>	1
<b>TOTALES</b>	<b>30</b>

De esta tabla se puede decir, que el 80% de los encuestados ha obtenido como calificación Bueno, en la dimensión de Autonomía.

Por último, el ítem IV.6 demuestra la valoración de la práctica de la Retroalimentación en cada actividad mediante el análisis crítico de sus conocimientos y resultados obtenidos.

**Tabla 25. Resultados de Retroalimentación**

Valores	Número de estudiantes
<b>Bueno (80% o más)</b>	19
<b>Satisfactorio (60 a 79%)</b>	7
<b>Deficiente (menos de 60%)</b>	4
<b>TOTALES</b>	<b>30</b>

En cuanto a la dimensión de retroalimentación, 63% los encuestados han obtenido como calificación Bueno en la dimensión de Retroalimentación.

### **Análisis de las preguntas abiertas**

Al finalizar la encuesta, se han proporcionado las siguientes preguntas abiertas y para el análisis se ha llevado a cabo la categorización de las respuestas a fin de obtener información adicional.

Un total de 22 estudiantes han respondido las preguntas abiertas, dichas respuestas se presentan en la tabla 26 donde cada estudiante es identificado por la letra S y enumerado del 1 al 22 y las respuestas con la letra R seguido del número de pregunta (1 al 3) y el código de la categoría.

**Tabla 26. Respuestas de las preguntas abiertas**

Preguntas	Respuestas	Estudiantes
<b>Nro. 1: Me gustaría conocer tu opinión con relación a los materiales elaborados para la asignatura (materiales de lectura, diapositivas y ejemplos resueltos con GeoGebra). ¿Te fueron útiles en el momento de realizar las actividades?</b>	R11: Materiales buenos, completos y útiles	S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7, S9, S10, S11, S13, S14, S15, S16, S17, S19, S20 S22
	R12: Materiales muy resumidos y poco útiles	S8, S12, S18, S21
<b>Nro. 2: ¿Crees que GeoGebra te ha ayudado a comprender los principales conceptos en las unidades desarrolladas que hubieran sido más difíciles de comprender sin esa herramienta?</b>	R21: Si facilita la comprensión	S1, S2, S3, S5, S6, S7, S8, S9, S11, S12, S13, S14, S16, S17, S19, S21, S22
	R22: Dificultó la comprensión	S10, S15, S18, S20
	R23: Es solo un complemento	S4
<b>2.I: En caso afirmativo ¿podrías mencionar en qué temas te ayudaron?</b>	R2I1: Vectores. Propiedades	S5, S9, S11, S13, S16

	R2I2: Sistemas de coordenadas: Área de un polígono. Representaciones gráficas	S6, S13, S17, S21
	R2I3: Línea Recta: pendiente, distancia de un punto a una recta	S3, S11, S13, S14, S16, S17, S21, S22
	R2I4: Circunferencia	S3, S11, S13, S21, S22
<b>Nro. 3: Con relación al tiempo, ¿fue mayor el tiempo empleado en resolver los problemas con GeoGebra en comparación a la resolución con lápiz y papel?</b>	R31: Con GeoGebra el tiempo fue mayor	S1, S3, S8, S12, S15, S17, S18, S19, S20
	R32: Con GeoGebra el tiempo fue menor	S2, S4, S5, S6, S7, S9, S10, S11, S13, S14, S16, S21, S22
<b>Nro. 4: Podrías añadir algún comentario o sugerencia con respecto a tu experiencia con GeoGebra</b>	R41: Interesante para la enseñanza y aprendizaje	S1, S2, S4, S9, S11, S13, S17, S18, S21, S22
	R42: Útil para otras asignaturas	S3, S5, S10, S15, S19
	R43: Se invierte mucho tiempo para resolver problemas por medio de él	S7, S8, S19
	R44: No ha sido provechoso para la Geometría Analítica	S20
	R45: Ninguna	S12, S14, S16

A continuación, se presentan los resultados de cada una de las preguntas, en tablas de frecuencias:

**Pregunta abierta N° 1:** Me gustaría conocer tu opinión con relación a los materiales elaborados para la asignatura (materiales de lectura, diapositivas y ejemplos resueltos con GeoGebra). ¿Te fueron útiles en el momento de realizar las actividades?

Dicha pregunta ha sido respondida por 22 estudiantes de los 30 que han completado la encuesta. Los resultados se presentan a continuación:

**Tabla 27. Pregunta abierta N°1**

<b>Utilidad de los materiales elaborados para trabajar con GeoGebra</b>		
<b>Respuestas</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>Porcentajes</b>
<b>R11</b>	18	<b>82</b>
<b>R12</b>	4	<b>18</b>
<b>Totales</b>	22	<b>100</b>

Con relación a la utilidad de los materiales elaborados para trabajar con GeoGebra en el desarrollo de las unidades, el 82% de los encuestados concluyen que los materiales que se han elaborado para el trabajo de investigación fueron provechosos ya que la mayoría afirma que le han sido útiles.

**Pregunta abierta N° 2:** ¿Crees que GeoGebra te ha ayudado a comprender los principales conceptos en las unidades desarrolladas que hubieran sido más difíciles de comprender sin esa herramienta?, en caso afirmativo ¿podrías mencionar en qué temas te ayudaron?

Para el análisis se ha separado la pregunta en dos. Primero se analiza si GeoGebra facilita o no la comprensión de los conceptos principales de las unidades desarrolladas y los resultados se resumen en la tabla siguiente:

**Tabla 28. Pregunta abierta N°2**

<b>GeoGebra facilita o no la comprensión de los conceptos de las unidades estudiadas</b>		
<b>Respuestas</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>Porcentajes</b>
<b>R21</b>	17	77
<b>R22</b>	4	19
<b>R23</b>	1	4
<b>Total</b>	22	100

Un total de 77% de los encuestados está de acuerdo con que GeoGebra facilita la comprensión de los conceptos para llegar al aprendizaje.

Quienes han respondido de manera afirmativa, han dado a conocer los temas en los que les ha sido provechoso el empleo del programa.

**Tabla 29. Pregunta abierta N°2 – Parte I**

<b>Respuestas</b>	<b>Frecuencias</b>
<b>R2I1</b>	5
<b>R2I2</b>	4
<b>R2I3</b>	8
<b>R2I4</b>	4

De donde se puede rescatar que el mayor número de estudiantes concuerda con que el programa le ha servido de apoyo para comprender ciertos conceptos relacionados a la Unidad de Línea Recta, específicamente, la pendiente de la recta y la distancia de un punto a una recta.

**Pregunta abierta N°3:** Con relación al tiempo, ¿fue mayor el tiempo empleado en resolver los problemas con GeoGebra en comparación a la resolución con lápiz y papel?

**Tabla 30. Pregunta abierta N° 3**

<b>Respuestas</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>Porcentajes</b>
<b>R31</b>	9	41
<b>R32</b>	13	59
<b>TOTAL</b>	<b>22</b>	<b>100</b>

Finalmente, la mayoría de los estudiantes está de acuerdo con que en principio la resolución de los problemas con el programa era más lenta y a medida que se iban familiarizando con el programa, más rápido avanzaban. En contrapartida, el 41% de los estudiantes han opinado que les ha costado llegar a la solución con el programa.

**Pregunta abierta N° 4:** Podrías añadir algún comentario o sugerencia con respecto a tu experiencia con GeoGebra

**Tabla 31. Pregunta abierta N°4**

<b>Respuestas</b>	<b>Frecuencias</b>	<b>Porcentajes</b>
<b>R41</b>	10	45
<b>R42</b>	5	23
<b>R43</b>	3	14
<b>R44</b>	1	4
<b>R45</b>	3	14
<b>TOTAL</b>	<b>22</b>	<b>100</b>

De acuerdo con la experiencia de los estudiantes que han empleado GeoGebra durante el desarrollo de las unidades de Geometría Analítica y Vectores I, a la mayoría le resulta interesante el programa para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

## CAPÍTULO V. Conclusión

En este capítulo se lleva a cabo la valoración de los resultados obtenidos en la investigación a través de los instrumentos utilizados para el efecto que han sido: las listas de cotejos de cada actividad que involucra el uso de GeoGebra y el cuestionario.

El objetivo general del trabajo de investigación es analizar los efectos de la aplicación del software GeoGebra en la enseñanza – aprendizaje semipresencial de la Geometría Analítica y el Análisis Vectorial. Para el estudio de estos efectos, se ha procedido a hacer un análisis en las siguientes dimensiones específicas:

### **El nivel de comprensión de los conceptos y la capacidad de resolución de problemas de manera gráfica y analítica**

El desarrollo de dicha asignatura se ha llevado a cabo en la plataforma Moodle y como complemento a las herramientas tecnológicas de la misma (Recursos, Foros, Subida de Archivos, etc) se utiliza GeoGebra en la enseñanza de las unidades de I Vectores, II Sistema de coordenadas, IV Línea recta y VI Circunferencia debido a las dificultades que han presentado grupos anteriores a la muestra de investigación.

Se ha seleccionado el programa GeoGebra por ser un software de código libre (se puede descargar de la web e instalar en la PC como también ser utilizado de forma online), así también es una herramienta bastante amigable, pues no requiere del uso de comandos complicados para representar gráficamente y con el sustento por medio de los resultados positivos que se han obtenido en otros trabajos de investigación, desde su creación, en el año 2000.

El programa ha sido utilizado por el docente como herramienta didáctica, a través de materiales elaborados como guías de uso, ejemplos de problemas resueltos con la aplicación de dicho programa, con miras al logro de los objetivos propuestos para cada unidad del estudio. Los estudiantes han empleado dicho programa en la resolución de problemas y la verificación de la solución de los mismos.

Se han seleccionado dos grupos de manera intencional, pues el grupo experimental ha sido conformado por estudiantes matriculados en la sección A y el grupo control, por los matriculados en la sección B, ambos de la asignatura Geometría Analítica y Vectores I.

Durante el desarrollo de las cuatro unidades involucradas en el estudio se han proporcionados los mismos listados de ejercicios con los indicadores de evaluación, tanto al grupo experimental como al control, con la salvedad de que al grupo

experimental se le solicita resolverlos con ayuda de GeoGebra y el grupo control se limita a hacerlo con lápiz y papel.

Se realiza una comparación con el grupo control, y en respuesta al objetivo específico que se relaciona a estas dimensiones se ha hecho un análisis de las actividades en las Unidades I, II, IV y VI mediante los indicadores logrados por los estudiantes participantes de dichas actividades en ambos grupos, obteniéndose una notable diferencia entre el grupo experimental y el grupo control que ha resultado con un  $p$  – valor igual a 0,07; esto significa que no hay diferencia entre los promedios de ambos grupos, esto es, para la muestra seleccionada no se verifica la primera hipótesis:

*H1: El uso del software GeoGebra mejora el nivel de comprensión de conceptos fundamentales de la Geometría Analítica y Análisis Vectorial mediante la resolución de problemas.*

Sin embargo, para un 90% de confianza se puede concluir que la estrategia de enseñanza utilizada pudo ser un factor determinante.

Esto se evidencia en el aumento de los porcentajes logrados durante el desarrollo de las unidades en comparación al grupo control. Así también, el promedio de indicadores logrados por el grupo experimental es superior al 80% lo que si tiene en cuenta el valor real en la operacionalización de ambas variables, se puede considerar como que la comprensión de los conceptos y la resolución de problemas del grupo experimental son relativamente buenas.

De igual manera, en los resultados de la encuesta proporcionada a los estudiantes del grupo experimental, específicamente en la Dimensión I: Uso del software GeoGebra, el mayor número de ellos está de acuerdo con que GeoGebra es una programa accesible que facilita la resolución y verificación de los problemas planteados y que constituye una herramienta que ayuda a la comprensión de los conceptos de las unidades involucradas en el estudio. Por su parte, en la Dimensión II: Comprensión de conceptos y la Dimensión III: Resolución de problemas, los resultados obtenidos han llevado a la conclusión de que la mayoría de los estudiantes que han utilizado GeoGebra lograron comprender los conceptos necesarios para la resolución de problemas y han podido verificar las soluciones obtenidas en lápiz y papel.

Así también, en las preguntas abiertas, se ha recabado informaciones importantes en cuanto a los materiales elaborados para la investigación donde el mayor porcentaje responde que le han sido útiles para poder complementar su aprendizaje con el programa GeoGebra.

Como se ha mencionado en el desarrollo del marco teórico, GeoGebra resulta perfecta para la creación de actividades dinámicas y la plataforma Moodle cuenta con dicho software como recurso pero con las dificultades que se han presentado durante la preparación del aula virtual, con relación a los requerimientos técnicos que debe poseer la PC (por ejemplo, la actualización del JAVA), y debido a la inversión de tiempo que tomaría la capacitación a los estudiantes para poner en condiciones sus PCs personales, se ha llevado a cabo el trabajo con otro tipo de recursos como las presentaciones en diapositivas de las soluciones de ciertos problemas de Geometría Analítica, también videos de la web, de igual manera, las actividades se centraron en la entrega de los archivos de GeoGebra en formato .ggb. Pese a que no fue posible utilizar en su totalidad las bondades que ofrece la plataforma Moodle para la aplicación del programa, en cuanto a la creación de actividades dinámicas, los resultados han sido positivos.

Así también, en las preguntas abiertas del cuestionario, la mayoría de los estudiantes encuestados han manifestado estar conformes con el empleo del programa en la resolución de problemas y que les ha resultado útil para la verificación de la solución de los problemas y que consideran que les resultará útil el programa para otras asignaturas.

#### **Los niveles de motivación de los estudiantes**

Para el análisis de esta dimensión, se ha llevado a cabo la recolección de datos por medio de la encuesta, con el objeto de medir los niveles de motivación de los estudiantes del grupo experimental, a través de su percepción, con preguntas elaboradas para recabar datos sobre el interés que demuestran por la asignatura, la autonomía y la retroalimentación para el enriquecimiento de su aprendizaje.

Con relación a los ítems elaborados con la finalidad de identificar el interés, se ha asignado un puntaje total de 20 puntos de los cuales aquellos estudiantes que han obtenido una puntuación superior de 14 puntos, se valora con una calificación Bueno. De acuerdo a esto, el 77% de los estudiantes obtuvieron puntajes mayores o iguales a 14 puntos, por lo que podría decirse que demuestran interés para el aprendizaje de la asignatura pues consideran agradable obtener conocimientos que les será útiles en las asignaturas correlativas además de que el conocimiento adquirido sobre el manejo del programa les servirá en otras asignaturas de su carrera.

En cuanto a la autonomía, un total del 80% de los encuestados ha obtenido una calificación buena, es decir, la mayoría busca soluciones, por sí mismas, a las dificultades que se le presenta en cuanto a la comprensión de los conceptos o herramientas del programa.

La última dimensión del nivel de motivación corresponde a la Retroalimentación, el 63% de los encuestados han sido categorizados en la calificación buena, por lo que podría decirse que se practica la retroalimentación mediante el análisis crítico de los resultados y/o dificultades que se presentaron durante el desarrollo de las actividades.

De igual manera, durante la realización de las actividades, los estudiantes han aumentado su participación en la Unidad VI de circunferencia donde, en base a la experiencia de años anteriores y en comparación al grupo control, resulta significativa, pues, por lo general, el mayor número de estudiantes no realizan las actividades propuestas y es justo aquí donde se ha notado un aumento considerable con relación al grupo control. Así también, la participación en los foros de Consultas de las unidades de estudio, ha sido mayor con relación al grupo control.

Como el análisis de los niveles de motivación se ha llevado a cabo mediante la percepción de los estudiantes que han utilizado GeoGebra y los resultados obtenidos han sido valorados como Bueno, podría afirmarse que responde a la segunda hipótesis:

*H2: El uso de software GeoGebra aumenta la motivación de los estudiantes hacia el estudio de la Geometría Analítica y Análisis Vectorial, desde la perspectiva del estudiante.*

Como dato adicional, el estudio se ha iniciado con una muestra de 33 estudiantes de los cuales, en promedio, 14 estudiantes han participado en un 100% de las actividades de evaluación en las cuatro unidades. Lo positivo que se pudo rescatar de esto es que, el 100% de los estudiantes que participaron en el estudio han habilitado para el primer y segundo examen final, de los cuales el 28% se ha presentado y obtuvo una calificación de 4 como promedio.

Por último, se presentan algunas recomendaciones para futuras investigaciones relacionadas con este tema:

- Analizar el uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las otras unidades de la asignatura de Geometría Analítica y Vectores I en la modalidad semipresencial.
- Realizar un estudio de las asignaturas correlativas para ver si los estudiantes que han utilizado GeoGebra tienen mejor desempeño.
- Estudiar la posibilidad de emplear dicho software en el proceso de enseñanza y aprendizaje de otras asignaturas que requieran la representación geométrica, ya sean Estadística, Cálculo de una variable, Cálculo de varias variables, entre otras afines.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA PRELIMINAR

Ávila, P (2009). La importancia de la retroalimentación en los procesos de evaluación. Una revisión del estado del Arte *Maestría en Ciencias de la Educación. Universidad del Valle de México, Campus Querétaro.*

Recuperado de:

[http://148.208.122.79/mcpd/descargas/Materiales\\_de\\_apoyo\\_3/Avila\\_retroalimentacion.pdf](http://148.208.122.79/mcpd/descargas/Materiales_de_apoyo_3/Avila_retroalimentacion.pdf)

Bayón, L y otros (2011). Uso de herramientas de software libre para la enseñanza de las Matemáticas en los nuevos grados. *XIX Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas. Barcelona.*

Recuperado de: <https://www.unioviado.es/bayon/osh/XIXCUIEET.pdf>

Bello, J. (2013). Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. *Tesis para optar el grado de Magíster en la Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú. Escuela de Posgrado. Lima.*

Recuperado de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/4737>

Berenguer, M. Delgado, A. Fortes, M. Márquez, M. Posadas, M. Rodríguez, M. Uso de GeoGebra como complemento en la enseñanza de matemáticas en el grado de Arquitectura. *IX Jornadas de Xarxes de investigación en docencia universitaria. 2011, ISBS 978-84-694-9813-2, pág 632*

Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codgo=4117639>

Bonilla, G. (2013). Influencia del uso del programa GeoGebra en el rendimiento académico en Geometría Analítica Plana de los estudiantes del tercer año del bachillerato, Especialidad Físico Matemático, del colegio Marco Salas Yépez de la ciudad de Quito, en el año lectivo 2012 – 2013. *Proyecto Socio Educativo presentado como requisito parcial para Optar por el Grado de Licenciatura en Ciencias de la Educación, Mención Matemática y Física. Universidad Central del Ecuador.*

Recuperado de: <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/1850>

Cabral, B. (2008). Elementos necesarios para una modalidad de educación a distancia en bibliotecología. *Investigación Bibliotecológica, vol 22, núm. 46, México, ISSN: 0187-358X. pp. 59 -89.*

Recuperado de:

[www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid...358X2008000300004](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid...358X2008000300004)

Camargo, P. (2014). Aplicação do software geogebra ao ensino da geometria analítica. *Ciência e Natura, Santa Maria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 365–375 Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM ISSN impressa: 0100-8307 ISSN on-line: 2179-460X.*

Recuperado de: [www.redalyc.org/pdf/4675/467547643030.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/4675/467547643030.pdf)

Castellanos, I. (2010). Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. *Tesis de Maestría en Matemática Educativa. Universidad*

*Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Vice Rectoría de Investigación y Postgrado. Tegucigalpa M.D.C. Honduras*

Recuperado de: <http://www.letrasdehonduras.com/descargaPdf/visualizacion-y-razonamiento-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn/>

Coronado, C., Casadei, L., Barrios, I. (2014). GeoGebra para el aprendizaje de la Matemática Inicial Universitaria. *Conocimiento Libre y Educación. V Congreso en Línea – 2014. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Venezuela.*

Recuperado de:  
[http://www.academia.edu/10284125/GeoGebra\\_para\\_el\\_Aprendizaje\\_de\\_la\\_Matem%C3%A1tica\\_Inicial\\_Universitaria](http://www.academia.edu/10284125/GeoGebra_para_el_Aprendizaje_de_la_Matem%C3%A1tica_Inicial_Universitaria)

Cotic, N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemática. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1179. Buenos Aires – Argentina, 12 al 14 de noviembre de 2014, pp. 1 al 9.*

Recuperado de: [www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf](http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf)

Cuicas, A. y otros (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", vol. 7, núm. 2, mayo-agosto, 2007, Universidad de Costa Rica. San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica*

Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44770209>

De las Llanderas, G. (2012). La motivación en el aula de matemáticas a través del uso de las TIC. *Máster en Profesorado de Educación Secundaria. Especialidad de Matemáticas. Universidad de Almería.*

Recuperado de:  
<http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/1990/874.pdf?sequence=1>.

Del Pino, J. (2013). El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas. *Revista de didáctica de la Estadística, ISSN-e 2255-5854, Número 2, 2013, págs.. 243 – 250.*

Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5487219.pdf>

D’Zurilla, T.J. y Nezu, A.M. (2007). Problem-solving therapy: A positive approach to clinical intervention (3ª ed.). *Nueva York: Springer.*

Duran, N (2015). Herramientas tecnológicas aplicadas a la educación superior para docentes innovadores a través de un ambiente virtual de aprendizaje metafórico. *Virtual educa.*

Recuperado de:  
<http://www.virtualeduca.red/documentos/23/Herramientas%20tecnol%C3%B3gicas%20aplicadas%20a%20la%20educaci%C3%B3n%20superior%20para%20docentes%20innovadores%20a%20trav%C3%A9s%20de%20un%20ambiente%20virtual%20de%20aprendizaje%20metaf%C3%B3rico.pdf>

- Fallas, V. (2004). Aplicación de las nuevas tecnologías en cursos de educación a distancia con un enfoque constructivista. *XII Congreso Internacional de Tecnología y Educación a Distancia. San José – Costa Rica, Noviembre 2004*. Recuperado de: <http://www.eps-salud.com.ar/Pdfs/Nuevas%20Tecnologias.pdf>
- Ferrés, J. Marqués, P. (coords.) (1996). Comunicación Educativa y Nuevas Tecnologías Barcelona: *Editorial Praxis*.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y formación en Educación Matemática. Año 2, núm. 3, pp. 11 al 44*. Recuperado de: [http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3\\_c1.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf)
- García, M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula. *Tesis Doctoral, Universidad de Almería*. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/1768/>
- Gaulin, C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma: revista de matemáticas = matematika aldizkaria, ISSN 1131-7787, N.º. 19, 2001, págs. 51-63*. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=803208>
- George, D., Mallery, P., SPSS para Windows paso a paso: Una simple guía para la versión 11.0. Cuarta Edición. Editorial Allyn y Bacon, Boston. 2003.
- Giménez, C. (2016). GeoGebra: ¿un juguete para el profesorado o una herramienta para su alumnado? Monografía: Uso de GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, ISSN 1133-9853, N.º. 71, 2016pp. 26-32. Enero 2016*. Recuperado de: [http://carlosgimenez.info/documents/article\\_UNO71.pdf](http://carlosgimenez.info/documents/article_UNO71.pdf)
- Godoy, C. (2011). Papel y lápiz y programas de Geometría Dinámica en el aprendizaje de conceptos geométricos y su aplicación a resolución de problemas. *Tesis de “Màster de Recerca en Didàctica de les Matemàtiques i de les Ciències Experimentals”. Universidad Autónoma de Barcelona. Departamento de Didáctica de la Matemática y las Ciencias experimentales*. Recuperado de: <http://www.uab.cat/servlet/BlobServer?blobtable=Document&blobcol=urldocument&blobheader=application/pdf&blobkey=id&blobwhere=1331797233865&blobncache=true=>.
- González, J., Medina, P., Vilanova, S., Astiz, M. (2010) Un aporte para trabajar sucesiones con GeoGebra. *Revista de Educación Matemática. Número especial: Trabajos de Investigación y Propuestas de Enseñanza. ISSN: 1852-2882 (en línea)*. Recuperado de: <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10227>
- Hernández, C. (2013). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. *Revista de Didáctica de las Matemáticas. ISSN: 1887-1984. Volumen 82, marzo de 2013, páginas 115-129. Cuba*.

- Recuperado de:  
<http://funes.uniandes.edu.co/3646/1/Hern%C3%A1ndez2013ConsideracionesNumeros82.pdf>
- Hernández Sampieri, R. y otros. (2014). Metodología de la Investigación. *México. McGraw Hill*.
- Hohenwarter, M. Hohenwarter, J. (2009). Documento de ayuda de GeoGebra, manual oficial versión 3.2.  
Recuperado de: <https://www.geogebra.org/help/docues.pdf>
- Huh, J., Delorme, D.E, Reid, L.N. (2006). Perceived Third-Person Effects and Consumer Attitudes on Prevetting and Banning DTC Advertising. *Journal of Consumer Affairs*, 40, 1, 90-116. (DOI: <http://doi.org/dpj596>).
- Iranzo, N. (2008). La influencia del SGD en las estrategias de resolución de problemas de geometría analítica. *Investigación en educación matemática XII, 2008, ISBN 978-84-934488-9-9*
- Recuperado de:  
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2748856&orden=172399&info=link>
- Iturbe, A. Ruiz, M. Pistonesi, M y Fanitini, S. (2013). Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de Diseño. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, v.2 n.2.  
Recuperado de:  
<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/16268/13497>
- Leithold, L. (1998) El Cálculo. 7ma Edición. *México. Oxford University Press México S.A. de C.V.*
- Losada, R. (2007). Geogebra: la eficiencia de la intuición. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española (2007). Volume: 10, Issue: 1, page 223-239*  
Recuperado de: <http://eudml.org/doc/44129>
- Mañas, J. (2013). Utilización de las TIC en el aula. GeoGebra y Wiris. *Máster en profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato (especialidad Matemáticas). Universidad de Almería*.  
Recuperado de: <http://repositorio.ual.es/handle/10835/2289>
- Margarita, O. Bravino, L. Ceballos, M. (2015). Desarrollo de materiales digitales multimedia con el software GeoGebra. *III Jornadas de TIC e Innovación en el Aula (La Plata, 2015)*  
Recuperado de:  
[http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/48842/Documento\\_completo\\_\\_\\_.pdf?sequence=3](http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/48842/Documento_completo___.pdf?sequence=3)

Martínez - Salanova, E. (s. f). La motivación en el aprendizaje. *Portal de la Educomunicación. Cine y Educación. Didáctica.*

Recuperado de: <https://www.uhu.es/cine.educacion/didactica/0083motivacion.htm>

Oviedo, H, Campo – Arias, A. (2005). Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach. *Revista colombiana de Psiquiatría, vol. XXXIV. Número 4, 2005, pp – 572 – 580. Bogotá – Colombia.*

Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80634409>

Perales, J. (1993) La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de las Ciencias, V. 11 n. 2 (1993) p. 170-178, ISSN 0212-4521.*

Recuperado de: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21188>

Ortigoza, L., Odetti, H., Llovera – González, J. (2012). Entornos virtuales de aprendizaje y autogestión del conocimiento. El caso de Física de Licenciatura en Nutrición, Universidad Nacional del Litoral, Argentina. *Revista Aula Universitaria 14, año 2012, pp. 111 a 122.*

Recuperado de:

<http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/AulaUniversitaria/article/view/4131/6226>

Pérez, A. (2004). Comunicación mediada por ordenador, estrategias instructivas y tutoría, en: J. SALINAS et al. (coord.): *Tecnologías para la educación. Diseño, producción y evaluación de medios para la formación docente, Alianza Editorial*

Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=838277>

Pérez, J. Gardey, A. (2009). Definición de: Definición de interés.

Recuperado de: <https://definicion.de/interes/>

Raichman, S. y otros (2012). Estrategias para el desarrollo de innovaciones educativas basadas en la utilización de Tecnologías de Información y Comunicación. *Estrategias para el uso de Tecnologías de Información y Comunicación en los procesos de aprendizaje. Sistematización de experiencias y buenas prácticas de docentes universitarios. Innova CESAL – México 2011 p. 19 al 34*

Recuperado de:

[http://ciencias.ucr.ac.cr/sites/default/files/Estrategias%20para%20el%20uso%20de%20tecnologias%20de%20informacion%20y%20comunicacion%20en%20los%20procesos%20de%20aprendizaje\\_1.pdf](http://ciencias.ucr.ac.cr/sites/default/files/Estrategias%20para%20el%20uso%20de%20tecnologias%20de%20informacion%20y%20comunicacion%20en%20los%20procesos%20de%20aprendizaje_1.pdf)

Reglamento de Educación a distancia y semipresencial. Resolución CONES N° 63/2016 (2016).

Requena, I. (2012). Modelos de estrategias para una educación a distancia efectiva. *Cognición. Fundación Latinoamericana para la educación a distancia, Año 8 – núm. 37. Enero – Febrero 2012, Mendoza – Argentina.*

Recuperado de:

[http://www.cognicion.net/index.php%3Foption%3Dcom\\_content%26view%3Darticle%26id%3D437:modelos-y-estrategias-para-una-educacion-a-distancia-efectiva%26catid%3D175:ponencias](http://www.cognicion.net/index.php%3Foption%3Dcom_content%26view%3Darticle%26id%3D437:modelos-y-estrategias-para-una-educacion-a-distancia-efectiva%26catid%3D175:ponencias)

Rizzo, K. Volta, L. (2014) Una alternativa para la motivación y la visualización de la Matemática en lo cotidiano. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 793 Buenos Aires – Argentina.

Recuperado de: <http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/793.pdf>.

Ródenas, J. (2010). Factores que influyen en el buen desempeño del profesor de secundaria en el aula. *Revista FUNCAE digital*.

Recuperado de:

[www.fundacionfuncae.es/archivos/documentosarticulos/RODENAS%20JIMENEZ.pdf](http://www.fundacionfuncae.es/archivos/documentosarticulos/RODENAS%20JIMENEZ.pdf)

Rodríguez Calvo, M. (2011). Estrategias metodológicas que se pueden aplicar en las giras y prácticas de campo en Educación Superior a Distancia. *Revista Calidad en la Educación Superior. Programa de Autoevaluación Académica. Universidad Estatal a Distancia*. ISSN 1659-4703. Costa Rica

Recuperado de:

<http://investiga.uned.ac.cr/revistas/index.php/revistacalidad/article/view/425>

Ruiz, K. Córdoba, Y. Rendón, C. (2014) La comprensión del concepto de Derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *Consejo Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1190

Recuperado de: <http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1190.pdf>.

Sánchez, J. (2010). Marco teórico de la educación a distancia. *Aprendizaje y diseño didáctico e instruccional*, p. 1 al 5

Recuperado de: <https://es.slideshare.net/snchezjosmanuel/marco-teorico-de-la-educacion-a-distancia>

Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación Matemática*, vol. 21, núm. 1, abril, 2009, pp. 5-27. Grupo Santillana México. Distrito Federal, México

Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516761002>

Saldaña, R. (2017). GeoGebra para la enseñanza de las Matemáticas. *Tecnológico de Monterrey - Observatorio de Innovación Educativa. Edubits*.

Recuperado de: <https://observatorio.itesm.mx/edu-bits-blog/2017/6/6/geogebra-para-la-enseanza-de-las-matemticas>

Stojanovic de Casas, L. (1994). Bases teóricas de la educación a distancia. *Informe de Investigaciones Educativas. Universidad Nacional Abierta. III. (1 y 2)*, p. 11 a 45

Recuperado de: <http://especializacion.una.edu.ve/fundamentos/paginas/lily1994.pdf>

Villalón, M. y otros (2012). Uso de plataforma Lince Virtual en el área de Ciencias Básicas. *Pistas Educativas*, Nro. 100, Agosto – Diciembre 2012. México, Instituto Tecnológico de Celaya, pp. 95 al 111

Recuperado de: <http://pistaseducativas.itc.mx/wp-content/uploads/2013/01/9-VILLALON-PE-100-95-111.pdf>

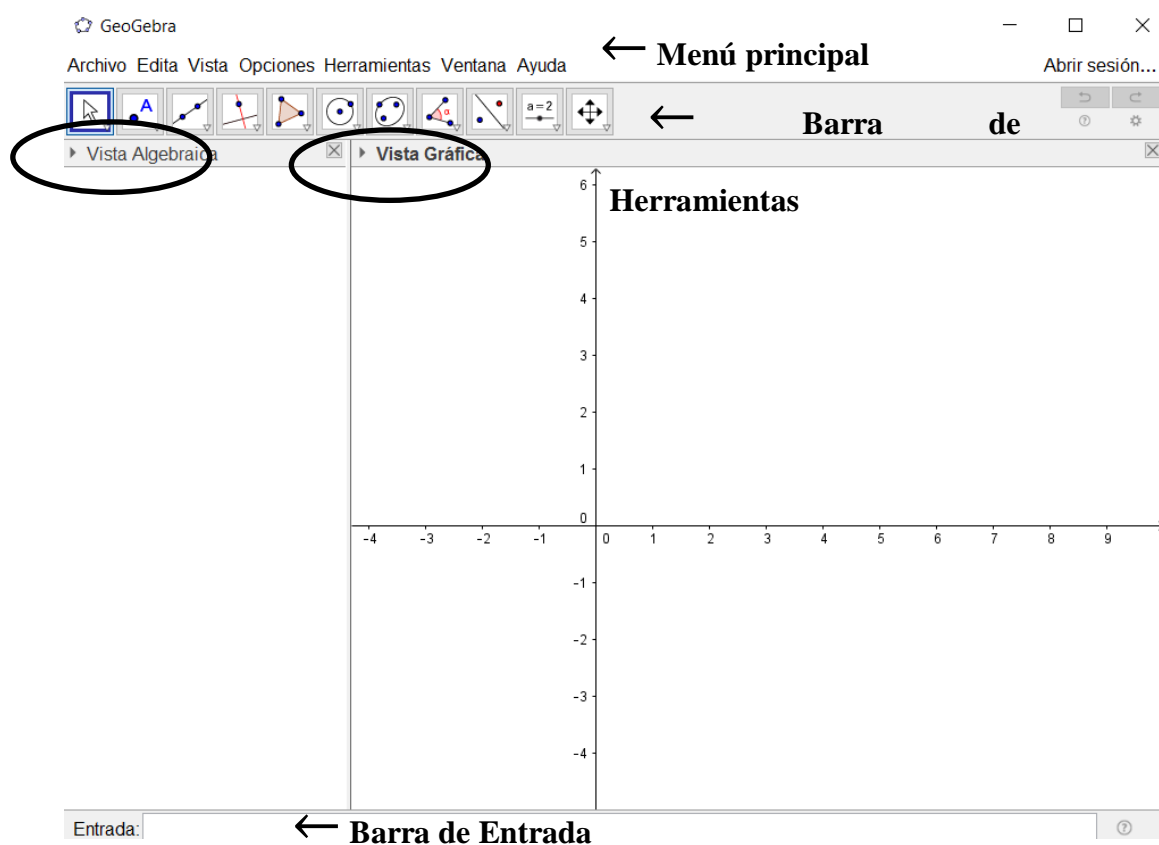
## Apéndice 1. Materiales de Apoyo

### Guías rápidas para el Uso de GeoGebra

### Unidad I: Vectores

### Guía rápida para el uso de GeoGebra

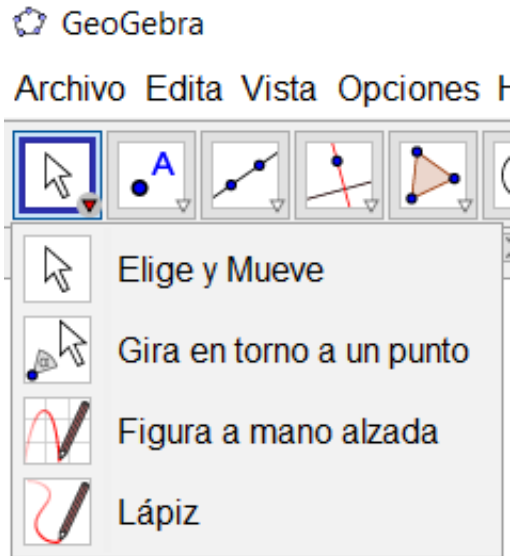
1. Cuando abrimos el programa, nos aparece una pantalla básica que cuenta con un menú principal, una barra de herramientas, la vista algebraica, la vista gráfica y la barra de entrada.



2. En la barra de herramientas encontrarás los siguientes bloques:



- a) Al darle clic al puntero , aparecen las opciones de:



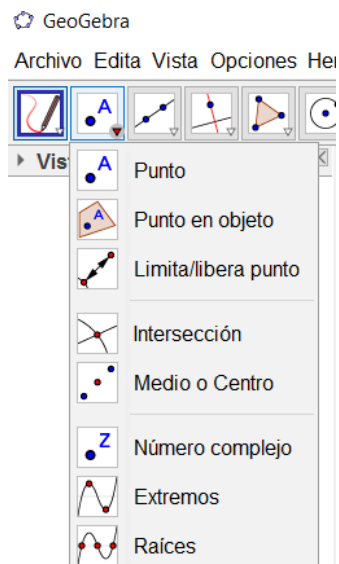
**Elige y Mueve:** Permite seleccionar un objeto y desplazarlo a una nueva posición.

**Gira en torno a un punto:** Permite girar un objeto alrededor de un punto. Una vez marcado el punto basta con arrastrar el objeto que se desea girar.

**Figura a mano alzada:** Por arrastre, se esboza la gráfica de una función o figura geométrica.

**Lápiz:** para hacer dibujos en la vista gráfica.

b) En la herramienta de puntos , aparecen las opciones siguientes:




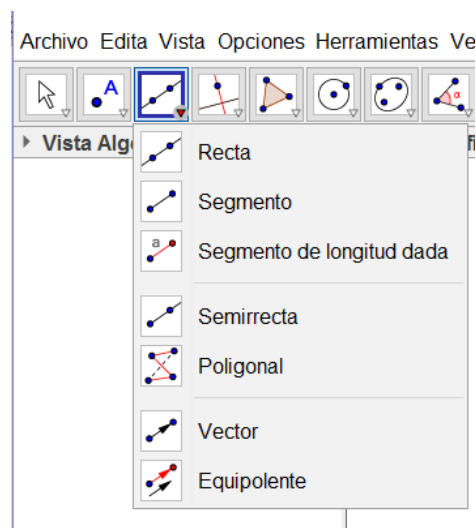
Los más utilizados son:

**Punto:** al hacer clic en la vista gráfica aparece un punto y en la vista algebraica se puede visualizar las coordenadas del punto.

**Intersección:** Dibuja los puntos obtenidos como intersección de dos objetos. Para que aparezcan, bastará con pulsar sobre los objetos cuya intersección queremos obtener. También, se puede dibujar el punto de intersección de dos objetos señalando directamente el lugar en el que se encuentra el punto de intersección, una vez seleccionada la herramienta Punto.

**Medio:** Dibuja el punto medio de un segmento, el punto medio entre dos puntos o el centro de una circunferencia.

c) En la herramienta de líneas  encontramos:



**Recta:** que se emplea para graficar una recta dado dos puntos

**Segmento:** dados dos puntos extremos se puede trazar el segmento de recta correspondiente.

**Segmento de longitud dada:** con los puntos extremos se obtiene además la longitud del segmento que contiene a esos puntos.

**Semirrecta:** se da un punto extremo y luego se extiende a cualquier otro punto que la contiene

**Vector:** dado dos puntos extremos, permite trazar el vector que pasa por esos puntos.


Algunos comandos que utilizaremos en esta unidad son:

Herramientas	Comandos	Ejemplos
<b>Vector</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Vector[&lt;Punto(con ese vector de posición)&gt;]</b> Establece el vector posición del punto <b>Vector [A]</b> Crea un vector <math>\overrightarrow{OA}</math> desde el origen al punto A.</li> <li>• <b>Vector[&lt;Punto Inicial&gt;, &lt;Punto Final&gt;]</b> Crea el vector desde el punto inicial al punto final indicados. <b>Vector [A, B]</b> crea un vector <math>\overrightarrow{AB}</math> que va desde A hasta B</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El punto A(3, 2), para graficar el vector se debe poner : <b>Vector [(3, 2)]</b></li> <li>- Sean los extremos A(1, 1) y B(3, 4) se debe poner: <b>Vector [(1, 1), (3,4)]</b></li> </ul>
<b>Vector Unitario</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>VectorUnitario[&lt;Punto&gt;]</b> Establece el vector de longitud unitaria con la misma dirección y orientación del dado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se tiene el vector V de coordenadas (3, 4), para determinar el vector unitario se debe poner: <b>VectorUnitario[(3, 4)]</b></li> </ul>
<b>Módulo de un vector</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Longitud[ &lt;Vector o Punto (con tal vector posición)&gt; ]</b> Da por resultado la longitud del módulo del vector dado o del determinado por la posición del punto indicado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Longitud[ (2, 2) ]</b> da por resultado, con decimales según redondeo, como 2.828 para indicar el valor de <math>2\sqrt{2}</math></li> </ul>
<b>Producto escalar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>ProductoEscalar[ &lt;Vector&gt;, &lt;Vector&gt;]</b> Da por resultado el producto escalar (producto punto) de los dos vectores.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Creados los vectores <math>\vec{A} = (2, 2)</math> y <math>\vec{B} = (-3, 1)</math> en el plano, para determinar el producto escalar se hace: <b>ProductoEscalar[A, B]</b> O bien <b>ProductoEscalar[(2, 2), (-3, 1)]</b></li> </ul>
<b>Producto de un escalar por un vector</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuando se multiplica un escalar o número "a" por un vector <math>\vec{V}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Por ejemplo, dado el vector <math>\vec{V} = (2, 3)</math> se desea calcular el producto <math>3\vec{V}</math>, entonces se expresa de la misma forma luego de crear el vector <math>\vec{V}</math></li> </ul>
<b>Ángulo entre dos vectores</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Ángulo[ &lt;Vector&gt;, &lt;Vector&gt; ]</b> Da como resultado el ángulo del que está entre dos vectores</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sea los vectores <math>\vec{A} = (2, 2)</math> y <math>\vec{B} = (-3, 1)</math>, el ángulo entre los vectores se calcula haciendo <b>Ángulo[ A, B]</b></li> </ul>

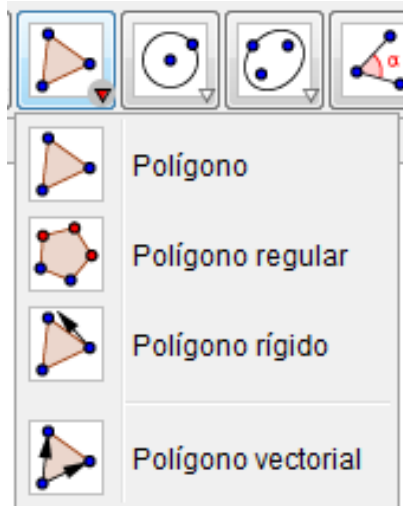
## Unidad II: Sistemas de coordenadas

En esta unidad utilizaremos las herramientas:

1. En la herramienta líneas para representar un segmento a partir de dos puntos

dados, empleamos la opción **Segmento** 

2. En la herramienta de polígonos , aparecen las opciones de:



**Polígono:** Para trazar un polígono y que su área quede expuesta en la Vista Algebraica, basta con crear o seleccionar al menos tres puntos que constituirán sus vértices y, con un *click* reiterado sobre el primero de ellos, cerrarlo.

**Polígono regular:** Al seleccionar dos puntos, A y B y anotar un número n en el campo del cuadro emergente, se traza un polígono regular con n vértices, incluyendo A y B.

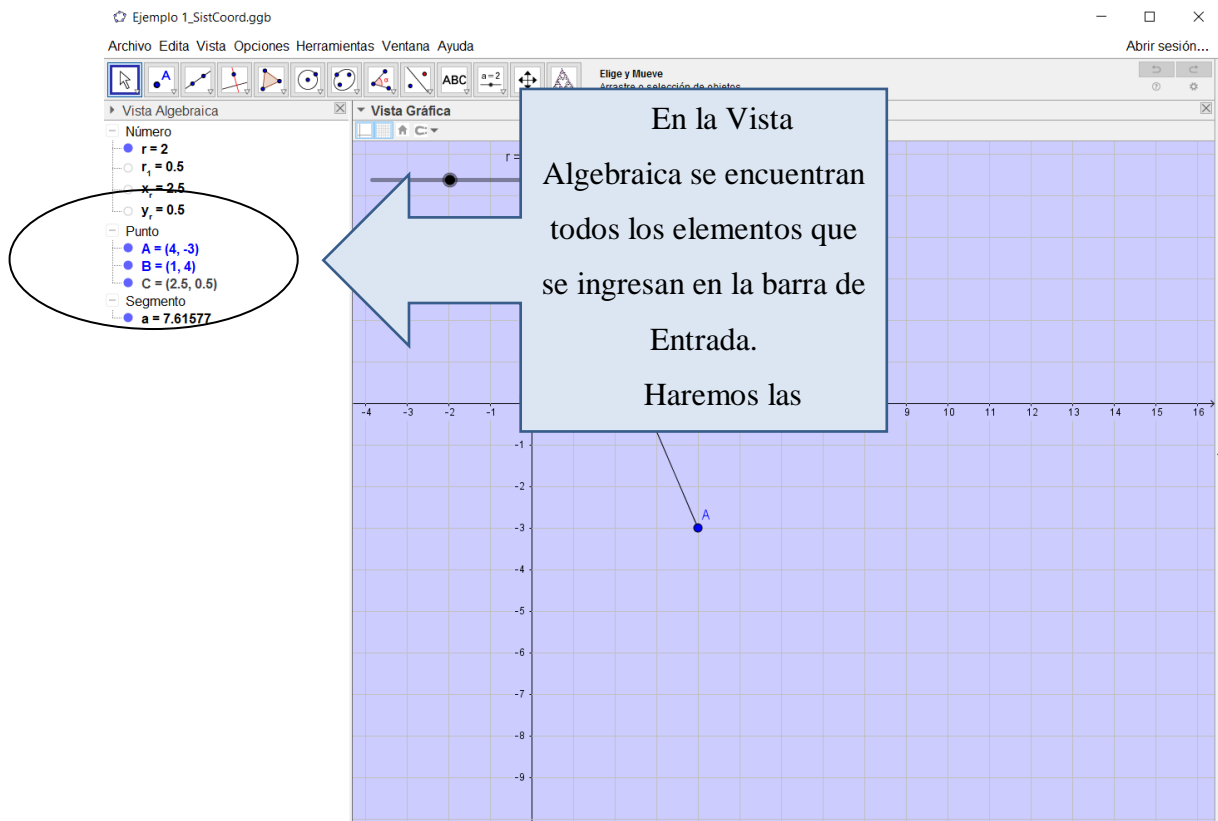
**Polígono rígido:** Seleccionando los puntos libres que conformarán los sucesivos vértices (tres, al menos) y, finalmente, el primero nuevamente quedará trazado el polígono. Rígido en tanto solo se lo podrá desplazar desde su primer vértice y/o rotarlo a su alrededor desde el segundo pero no deformarlo.

**Polígono vectorial:** Permite crear un polígono tal que, si se lo desplaza desde su primer vértice, lo hace manteniendo su forma, como si fuera rígido. Los restantes vértices afectan al polígono de forma habitual.

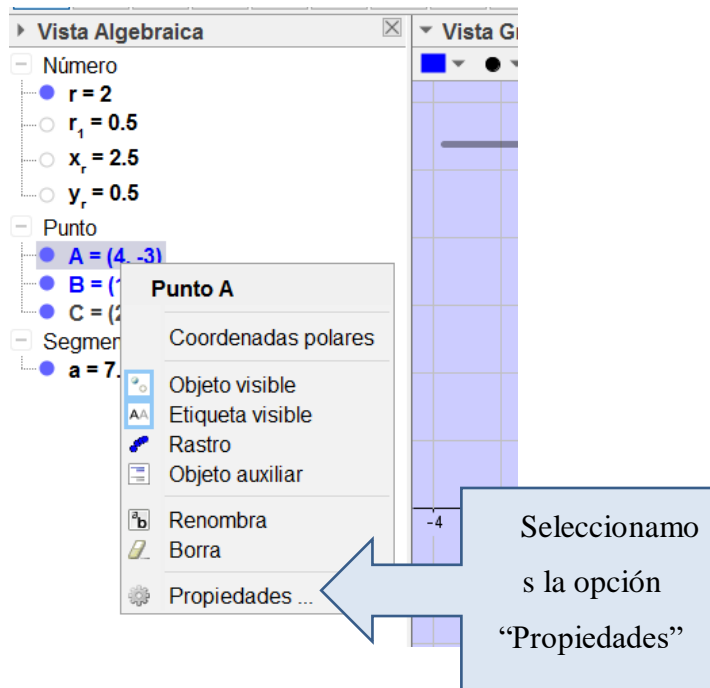
Para crear este tipo de polígono, basta con seleccionar la herramienta y al menos tres puntos libres, concluyendo con un clic sobre el primero.

### Como editar las coordenadas de un punto

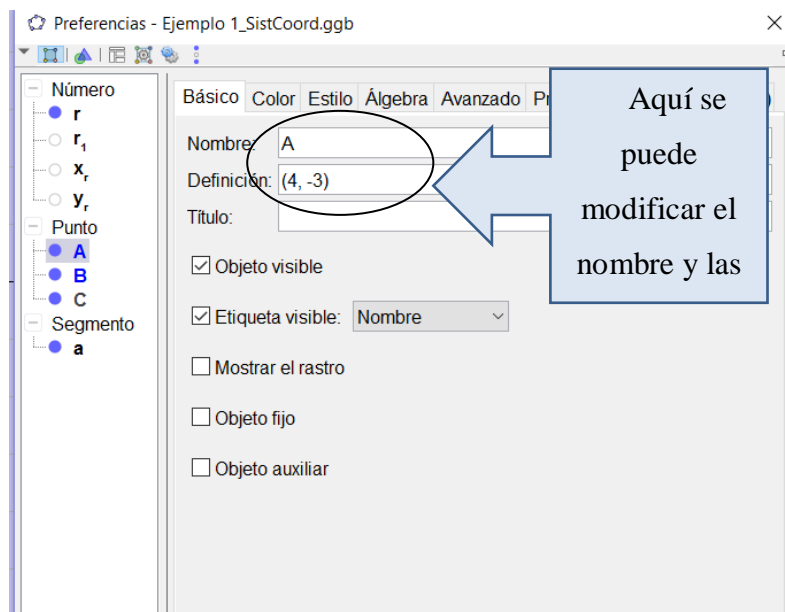
- Cuando desees modificar los datos en GeoGebra, por ejemplo las coordenadas de un punto, debes ir a la Vista Algebraica:



- Le damos “clic derecho” con el mouse sobre el punto “A” y se despliega las opciones



- Una vez seleccionada la opción “Propiedades” se abre un cuadro de diálogo



- En este cuadro de dialogo se puede modificar cualquier elemento que ya fue ingresado en la barra de entrada y que se encuentre en la Vista Algebraica.

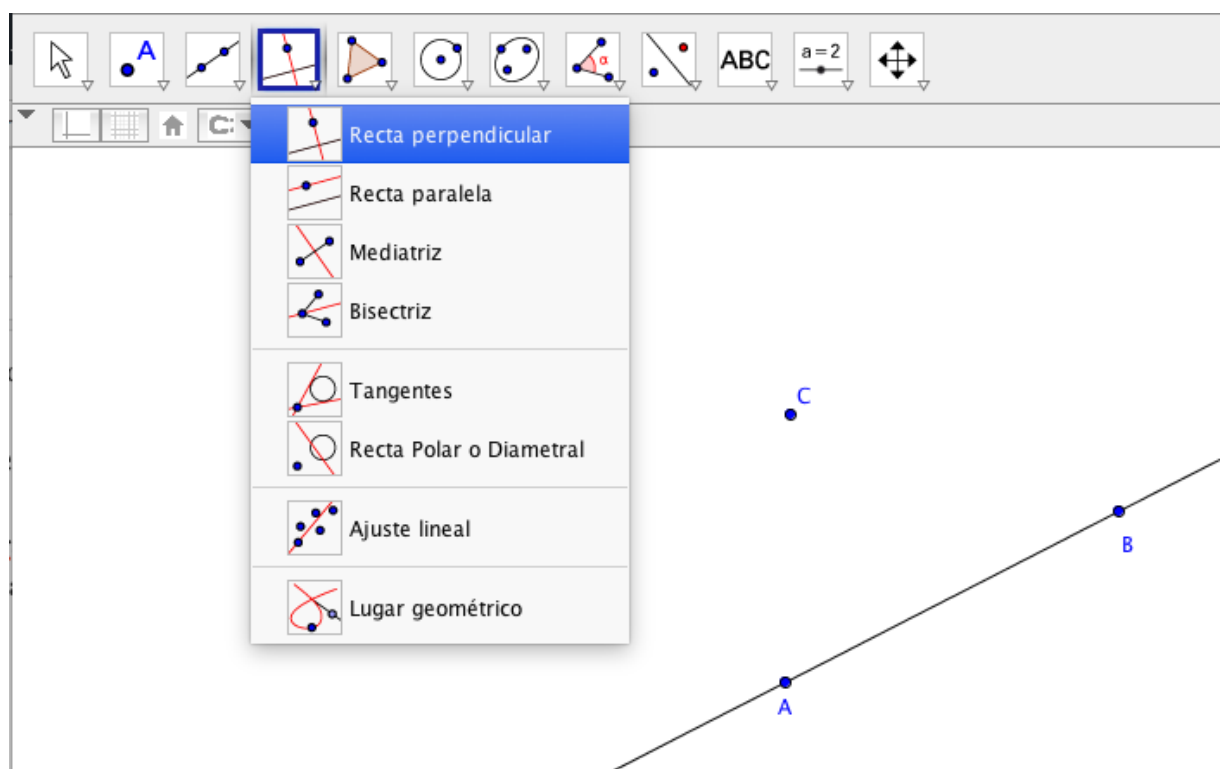
Algunos comandos útiles para esta unidad son:

Herramientas	Comandos	Ejemplos
<b>Distancia entre dos puntos</b>	<b>Distancia[ &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt; ]</b> Da por resultado la distancia entre sendos puntos.	<b>Distancia[A, B]</b> determina la distancia entre A y B.
<b>Distancia entre un punto y una recta</b>	<b>Distancia[ &lt;Punto&gt;, &lt;Recta&gt; ]</b> Da por resultado la distancia entre el punto y la recta.	<b>Distancia[A, y=x+1]</b> determina la distancia entre el punto A y la recta dada
<b>División de un segmento en una razón dada</b>	<b>RazónSimple[ &lt;Punto A<sub>Origen</sub>&gt;, &lt;Punto B<sub>Final</sub>&gt;, &lt;Punto C<sub>alineado</sub>&gt; ]</b> Da como resultado la razón en que se divide un segmento	Determinar la razón entre los puntos (-1, 1), (1, 1) y (4,1): <b>RazónSimple</b> [(-1, 1), (1, 1), (4, 1)] da por resultado 2.5
<b>Punto medio de un segmento</b>	<b>PuntoMedio[ &lt;Segmento&gt; ]</b> Crea y registra gráficamente el punto medio del segmento.	Siendo s el segmento que se forma al unir los puntos (1, 1) y (1, 5) <b>PuntoMedio</b> [s] crea el punto (1, 3).
<b>Polígono</b>	<b>Polígono[ &lt;Vértice Inicial (punto)&gt;, ..., &lt;Vértice Final (punto)&gt; ]</b> Establece un polígono definido por los puntos vértices dados, en el orden correspondiente.	<b>Polígono</b> [(1, 1), (3, 0), (3, 2), (0, 4)] crea y grafica el correspondiente cuadrilátero.

<p><b>Área de un polígono</b></p>	<p>Se puede emplear cualquiera de los dos comandos</p> <p><b>Área[ &lt;Vértice Inicial (punto)&gt;, &lt;Segundo Vértice (punto)&gt; ..., &lt;Vértice Final (punto)&gt; ]</b></p> <p>Calcula el área del polígono definido por los sucesivos puntos vértices.</p> <p><b>Área[ &lt;Polígono&gt; ]</b></p> <p>Establece el área del polígono indicado.</p>	<p>Así <math>\text{área}[A, B, C]</math> calcula el área del triángulo definido por los vértices <math>A, B</math> y <math>C</math>.</p>
-----------------------------------	---	--

## Unidad IV: La línea recta

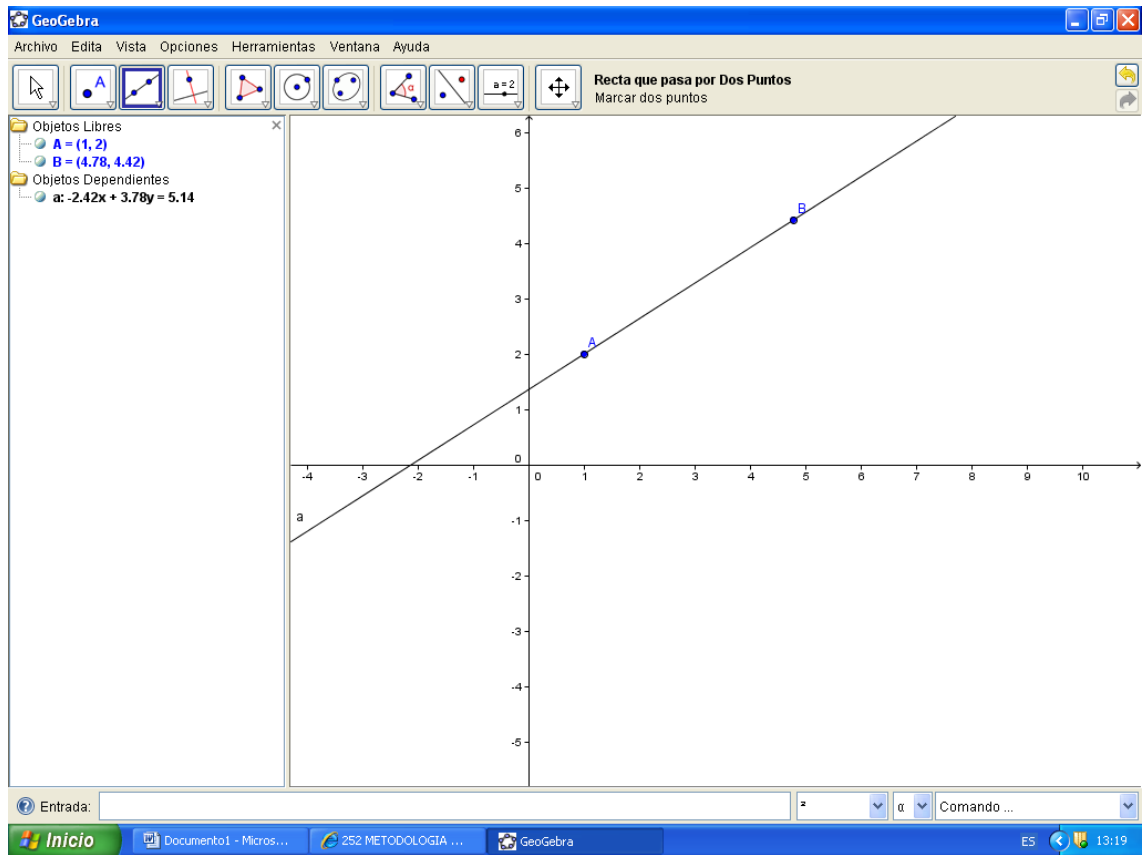
En la barra de Herramientas seleccionamos la opción donde aparecen las rectas perpendiculares, paralelas, mediatriz, etc., que se muestra a continuación:



### Recta que pasa por dos puntos

Fijamos dos puntos cualesquiera en el plano. Seguidamente accedemos a la función: Recta que pasa por dos puntos, situada en la parte superior de la página. A continuación,

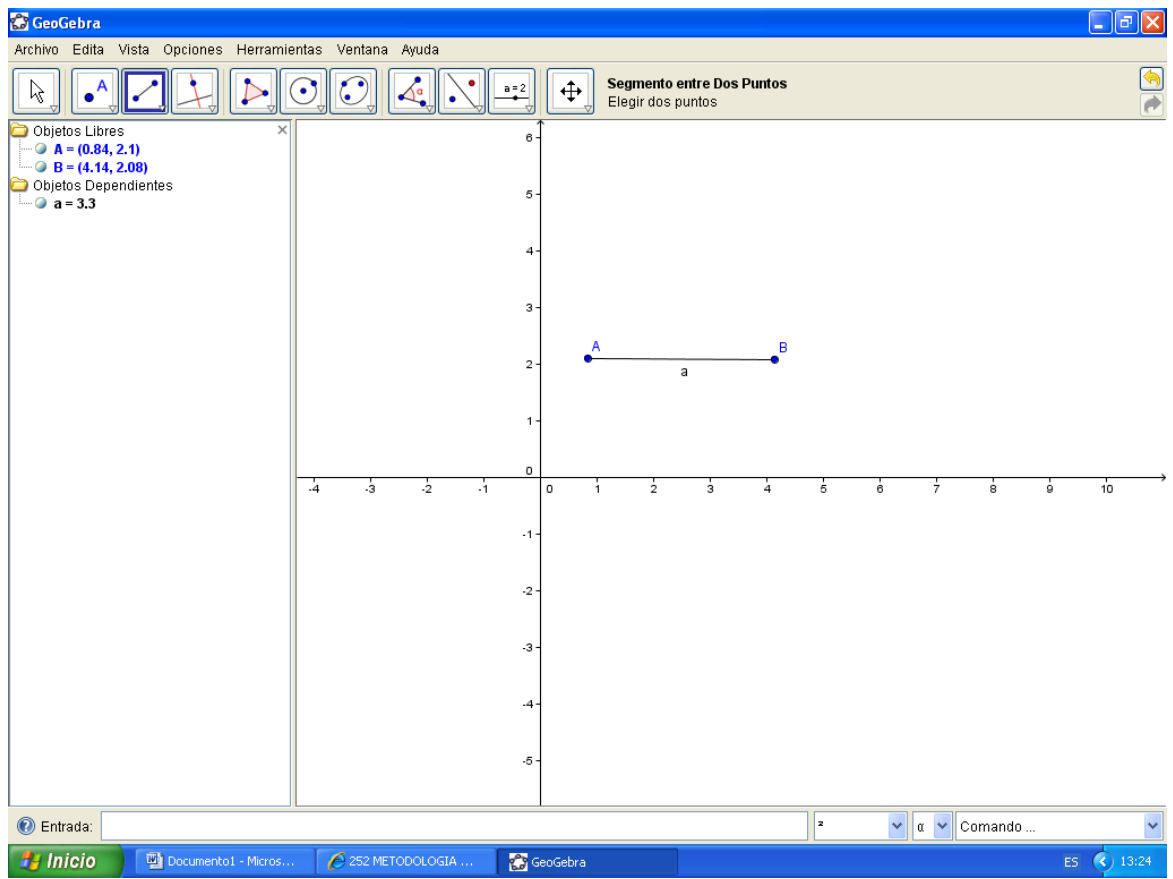
pinchamos con el botón izquierdo del ratón el primer punto, y seguidamente, el segundo. Se forma una recta que pasa por dichos puntos.



### Segmento entre dos puntos

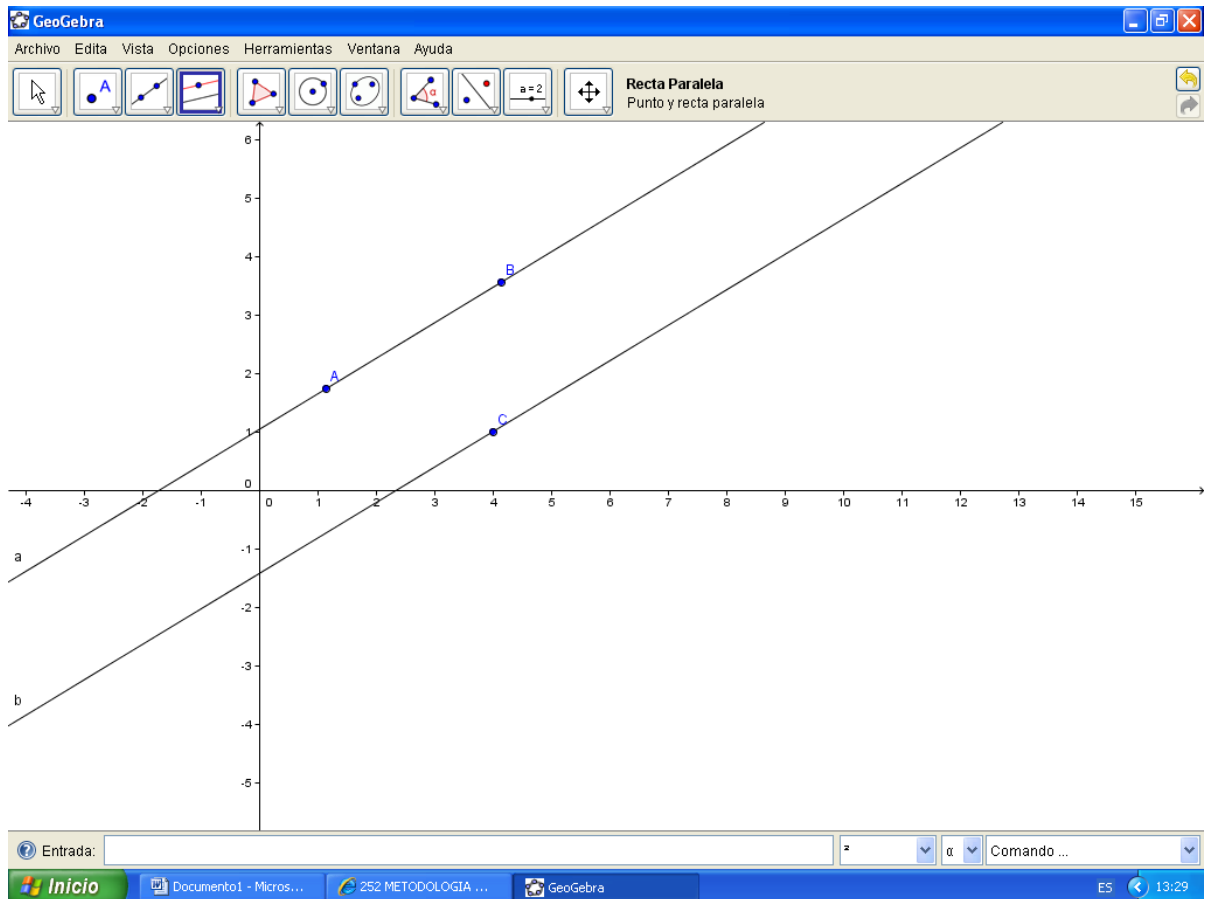
Fijamos dos puntos en el plano. A continuación, accedemos a la función: Segmento entre dos puntos.

Pinchamos el primer punto, luego el segundo y obtenemos un segmento.



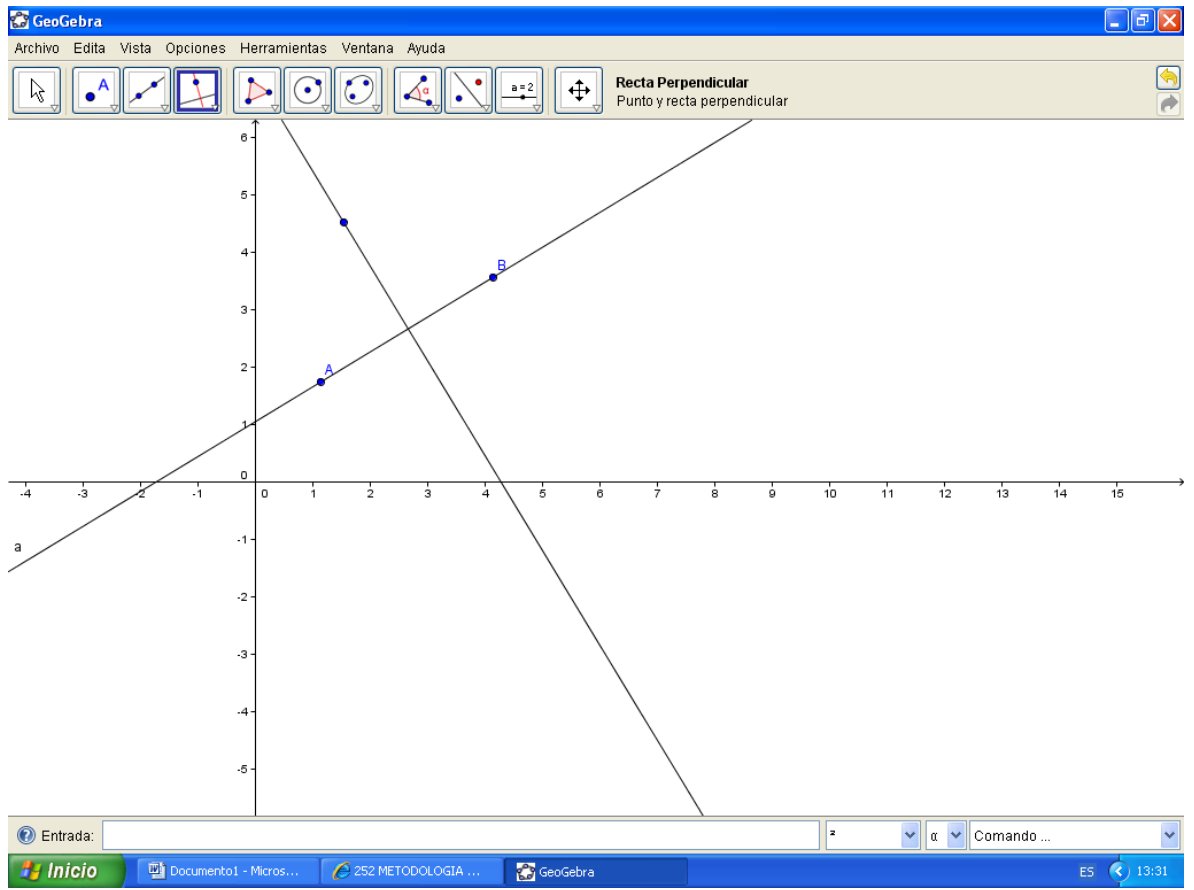
## Recta paralela

Construyo una recta. Seguidamente, fijo un punto que no esté en esa recta. Accedo a la función: recta paralela. Pincho la recta inicial y el punto fijado, y obtenemos la recta paralela a la original.



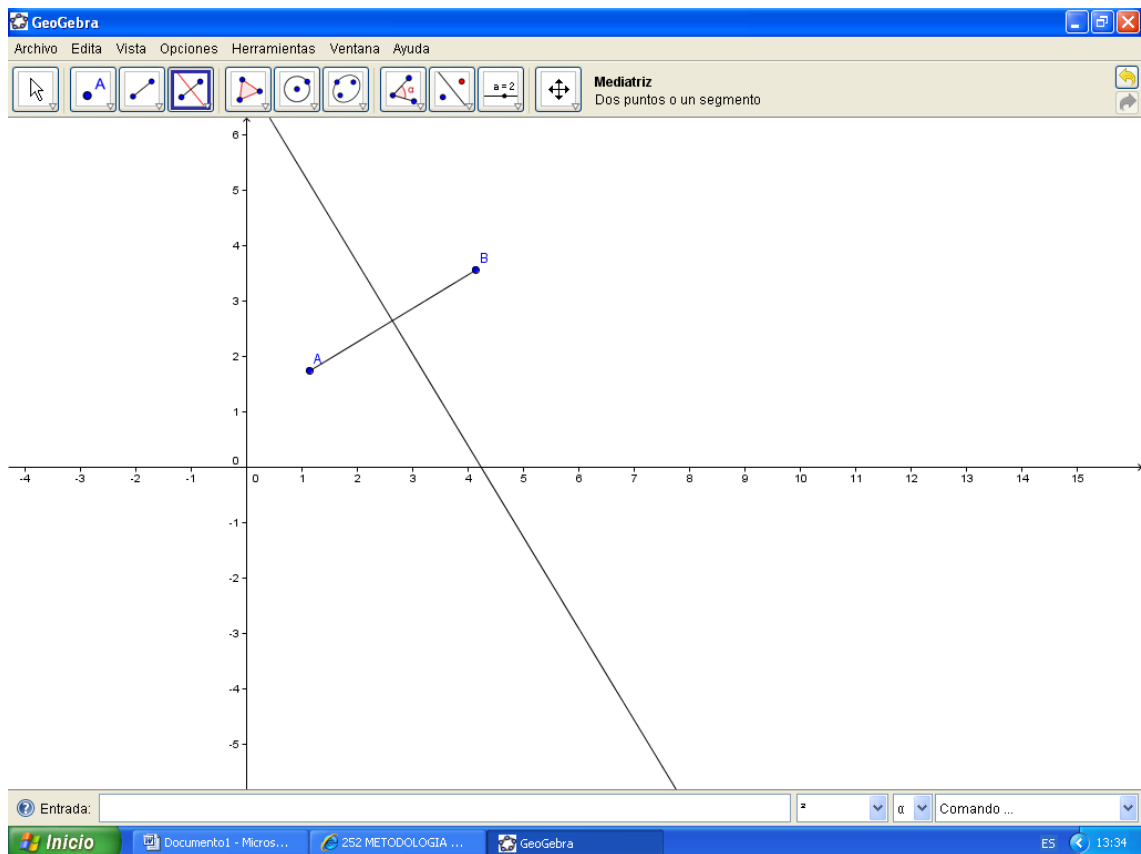
## Recta perpendicular

Construyo una recta. Fijo un punto y accedo a la función recta perpendicular. A continuación, pincho la recta y el punto y obtenemos la recta perpendicular a la original.



## Mediatriz

Construyo un segmento AB. Seguidamente, accedo a la función mediatriz. Pincho en A y, luego, en B. Obtenemos la mediatriz del segmento original.




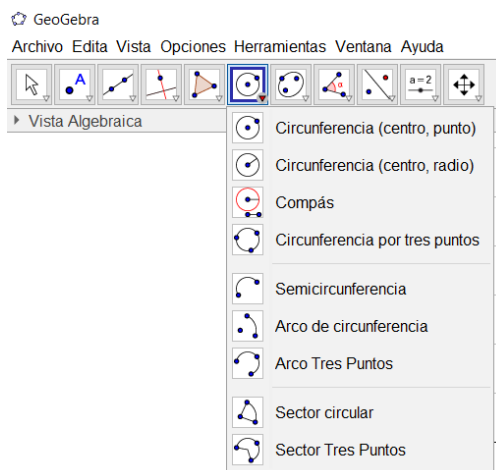
Otros comandos que resultan bastante útiles para esta unidad:

Herramientas	Comandos	Ejemplos
<b>Recta</b>	<b>Recta[ &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt; ]</b> Crea una recta que pasa por sendos puntos.	Así, <b>Recta[A, B]</b> crea la que pasa por A y B.
<b>Intersección</b>	<b>Interseca[ &lt;Objeto&gt;, &lt;Objeto&gt; ]</b> Establece y grafica todo punto de intersección entre sendos objetos. Así: - <b>Interseca[ &lt;Recta&gt;, &lt;Recta&gt; ]</b> Lo establece entre sendas rectas. - <b>Interseca[ &lt;Cónica&gt;, &lt;Cónica&gt; ]</b> Establece los hasta cuatro puntos de intersección entre las cónicas. - <b>Interseca[ &lt;Recta&gt;, &lt;Cónica&gt; ]</b> establece los puntos de intersección entre la recta y la sección cónica.	Siendo $a(x) = x^3 + x^2 - x$ una función y $b: -3x + 5y = 4$ una recta, <b>Interseca[a, b, 2]</b> crea un punto de intersección de la función y la recta de coordenadas (-0.43, 0.54).

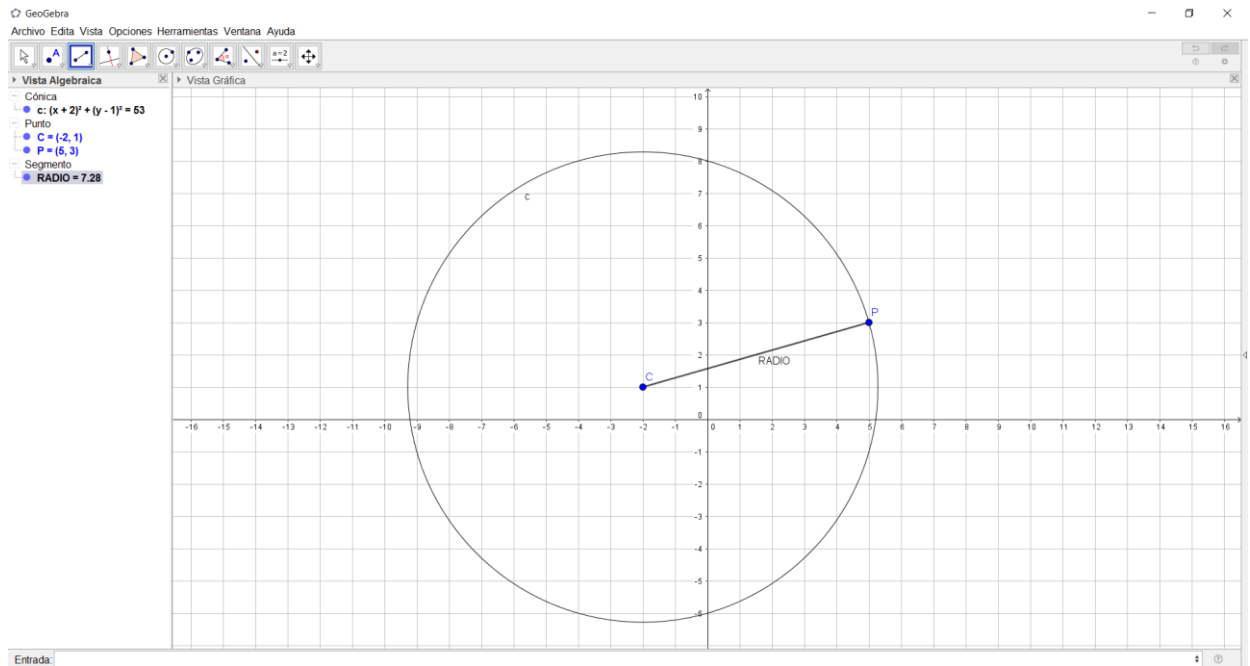
<p><b>Mediatriz</b></p>	<p><b>Mediatriz[ &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt; ]</b>  Traza la mediatriz del segmento formado por sendos puntos extremos.</p> <p><b>Mediatriz[ &lt;Segmento&gt; ]</b>  Traza la mediatriz del segmento dado.</p>	<p>Así, <b>Mediatriz[A, B]</b> traza la mediatriz del segmento de extremos AB.</p>
<p><b>Distancia de un punto a una recta</b></p>	<p><b>Distancia[ &lt;Punto&gt;, &lt;Objeto&gt; ]</b></p> <p>Sirve para hallar la distancia de un punto a cualquier objeto, ya sea recta, segmento, curva, etc.</p>	<p>Así, si deseo calcular la distancia del punto <math>P(1, 2)</math> a la recta <math>f: -3x + 5y = 4</math> escribimos</p> <p><b>Distancia[ P, f ]</b></p>

## Unidad VI: Circunferencia

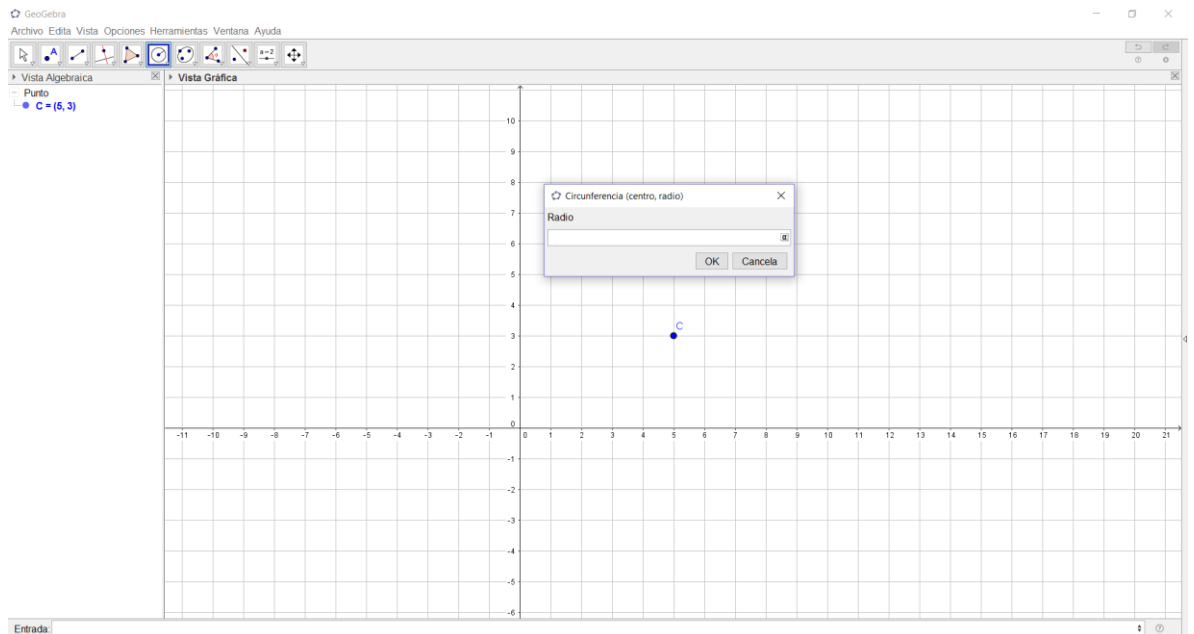
En la barra de Herramientas seleccionamos  que corresponden a las diversas formas de trazar una circunferencia de acuerdo a los datos con se cuenta, en la imagen se pueden ver cada una de las opciones que nos presenta GeoGebra:



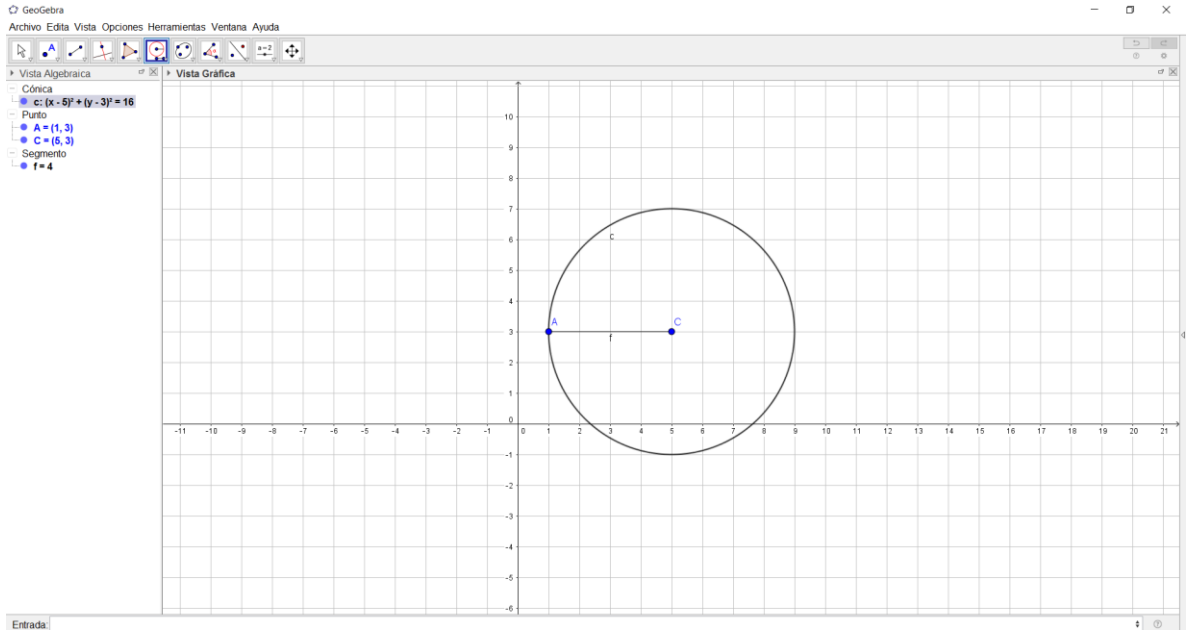
**Circunferencia (Centro, punto):** se selecciona un punto C como centro y un punto P se define la circunferencia con centro en C y que pasa en P, siendo el radio de la circunferencia la longitud del segmento CP.



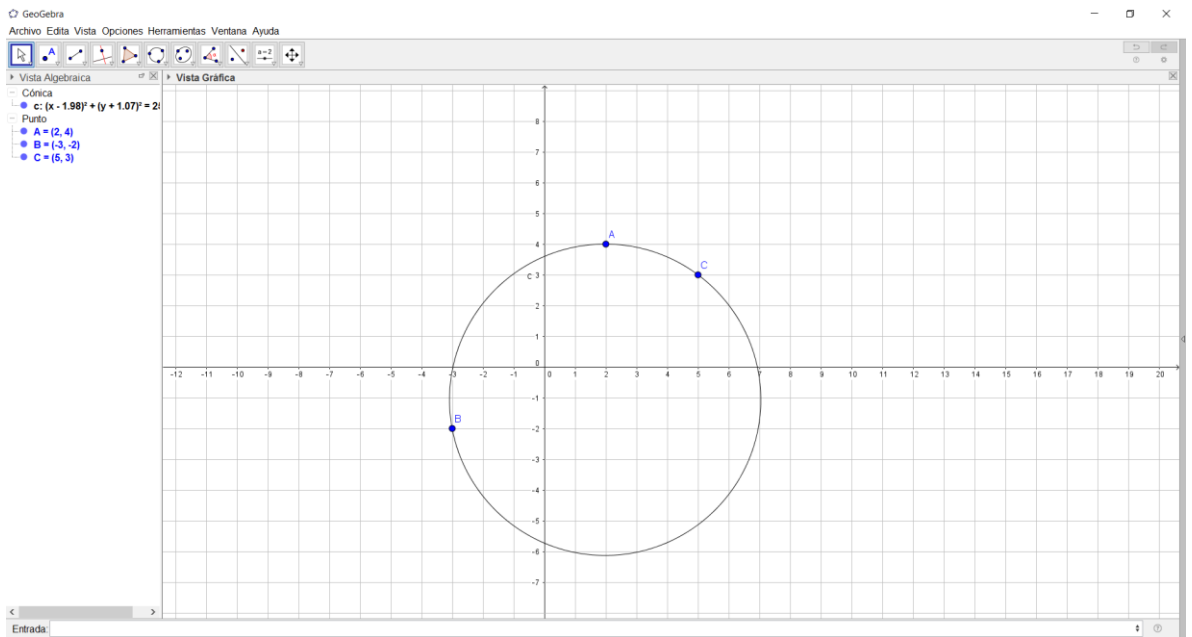
**Circunferencia (Centro, radio):** Se selecciona un punto C como centro e inmediatamente de manera automática se despliega una ventana para ingresar el valor del radio.



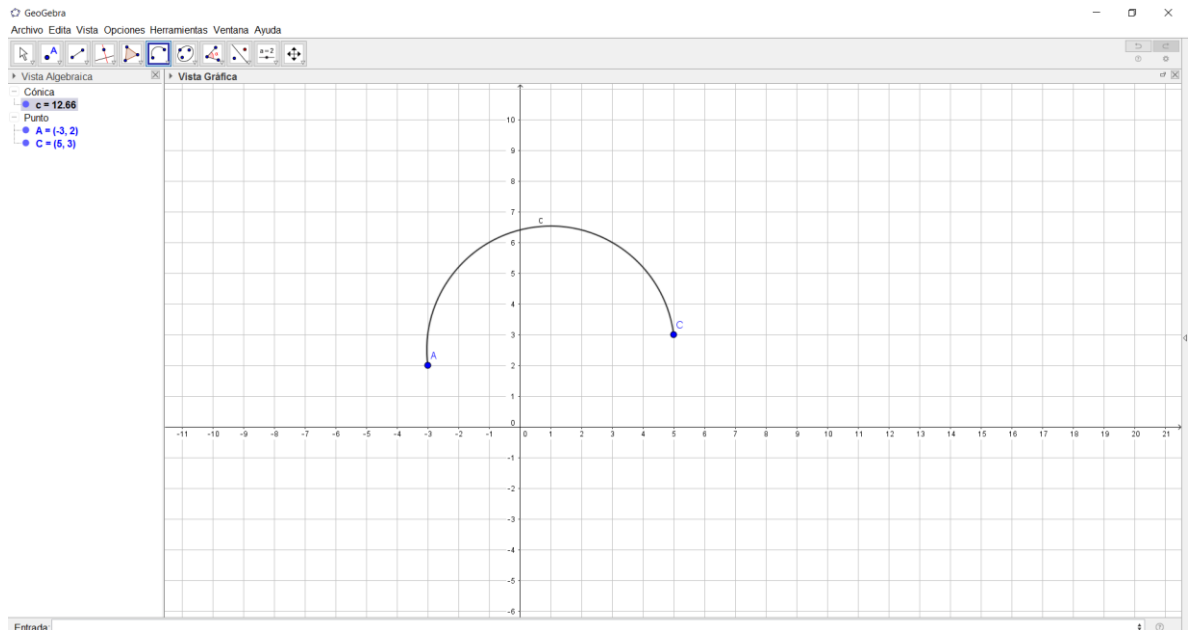
**Compás:** se debe seleccionar un segmento o dos puntos, por ejemplo, el segmento AC que representan el radio y un clic sobre un punto, en este caso se eligió el punto C, queda determinado como el centro de la circunferencia a trazar.



**Circunferencia por tres puntos:** se deben seleccionar tres puntos en el plano y esta opción determina la circunferencia que pasa por esos 3 puntos.



**Semicircunferencia:** sirve para determinar la mitad de una circunferencia, dados dos puntos extremos del diámetro de la misma.

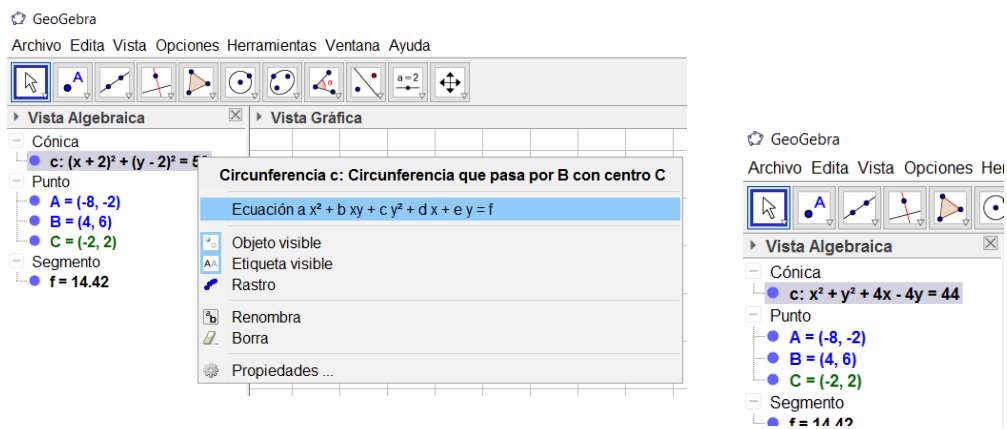


Otros comandos que resultan bastante útiles para esta unidad:

Herramientas	Comandos
<b>Circunferencia</b>	<p>Representa gráficamente circunferencias teniendo en cuenta los elementos. Se presentan las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Circunferencia</b>[ &lt;Punto (centro)&gt;, &lt;&lt;Número o valor numérico (radio)&gt;&gt; ] Dado el centro y el valor del radio</li> <li>- <b>Circunferencia</b>[ &lt;Punto&gt;, &lt;Segmento&gt; ] Representa la circunferencia a través de un punto y un segmento que determina el radio</li> <li>- <b>Circunferencia</b>[ &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt; ] Representa la circunferencia con centro en el primer punto y pasa por el otro punto.</li> <li>- <b>Circunferencia</b>[ &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt;, &lt;Punto&gt; ] Establece la circunferencia que pasa por los puntos dados</li> </ul>
<b>Intersección</b>	<p><b>Interseca</b>[ &lt;Objeto&gt;, &lt;Objeto&gt; ] Establece y grafica todo punto de intersección entre sendos objetos. Así:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Interseca</b>[ &lt;Recta&gt;, &lt;Recta&gt; ] Lo establece entre sendas rectas.</li> <li>- <b>Interseca</b>[ &lt;Cónica&gt;, &lt;Cónica&gt; ] Establece los hasta cuatro puntos de intersección entre las cónicas.</li> <li>- <b>Interseca</b>[ &lt;Recta&gt;, &lt;Cónica&gt; ] establece los puntos de intersección entre la recta y la sección cónica.</li> </ul>

<b>Radio</b>	<b>Radio[ &lt;Circunferencia&gt; ]</b> Una vez trazada la circunferencia, sirve para determinar el valor del radio
<b>Centro de la circunferencia</b>	<b>Centro[ &lt;Cónica&gt; ]</b> Luego de representar la circunferencia por ejemplo a través de su ecuación general, con este comando es posible determinar el centro de la misma.

Cuando determinamos la ecuación de una circunferencia en GeoGebra normalmente nos determina la solución en su forma canónica. Si deseamos determinar la ecuación general de la misma solo debemos hacer clic derecho sobre la ecuación y elegir la opción de la ecuación en su forma general



## Algunos ejercicios desarrollados en las Presentaciones en diapositivas

### Unidad I

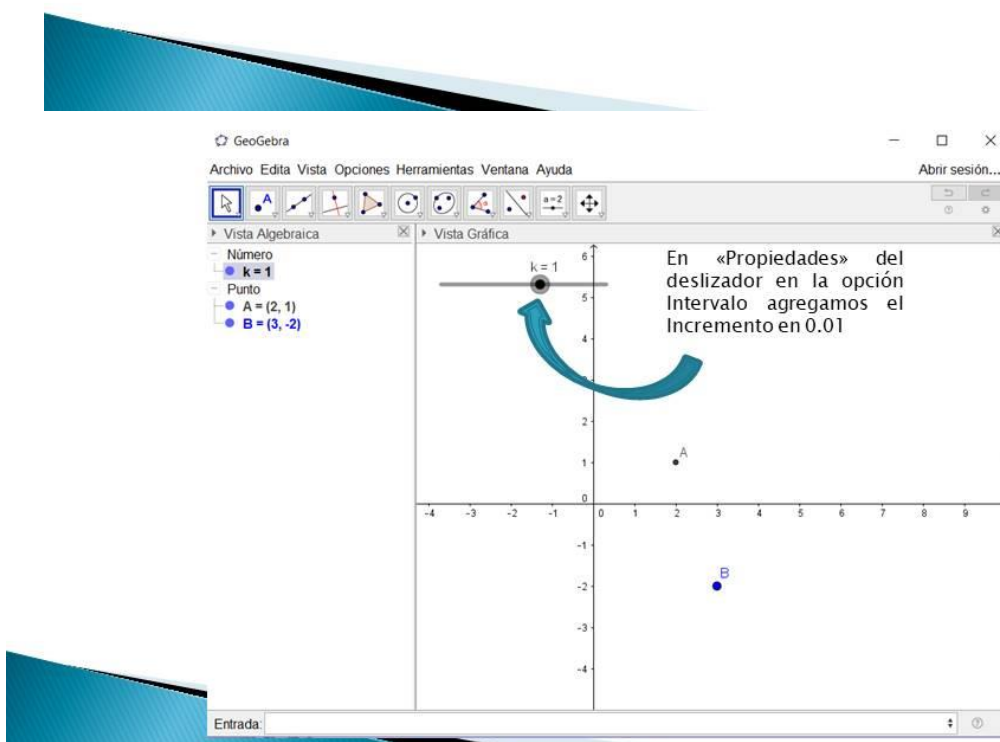
#### Ejercicio 3

Dados los vectores  $\vec{u} = (2, k)$  y  $\vec{v} = (3, -2)$ , calcula «k» para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean:

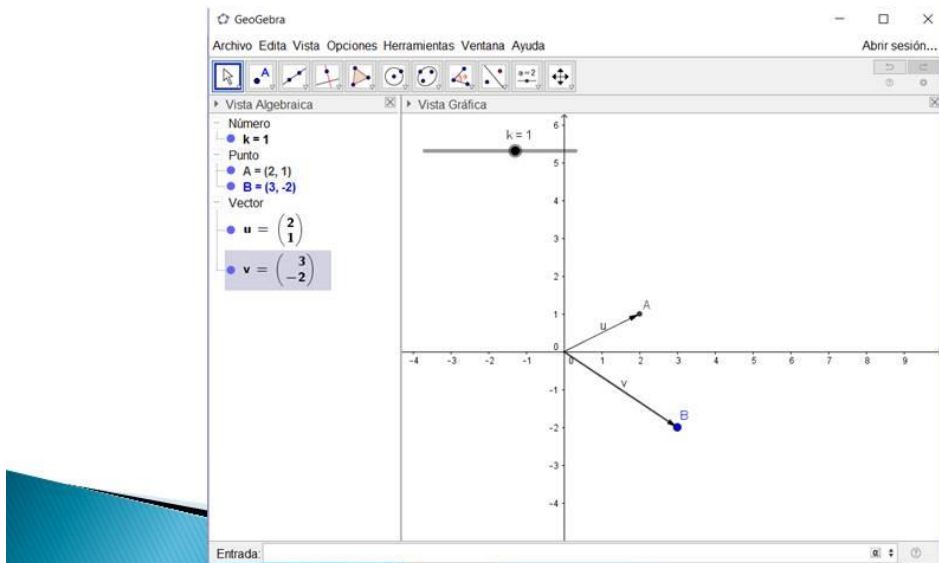
- Perpendiculares
- Formen un ángulo de  $60^\circ$

#### Solución

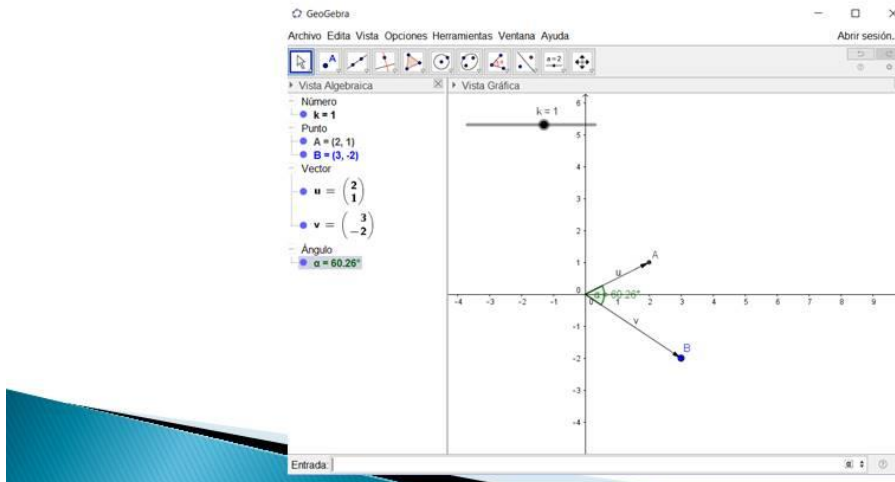
Primero representamos los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  en GeoGebra cargando los puntos  $(2, k)$  y  $(3, -2)$ , y para ello en la barra de entrada de escribimos y le damos «Enter»



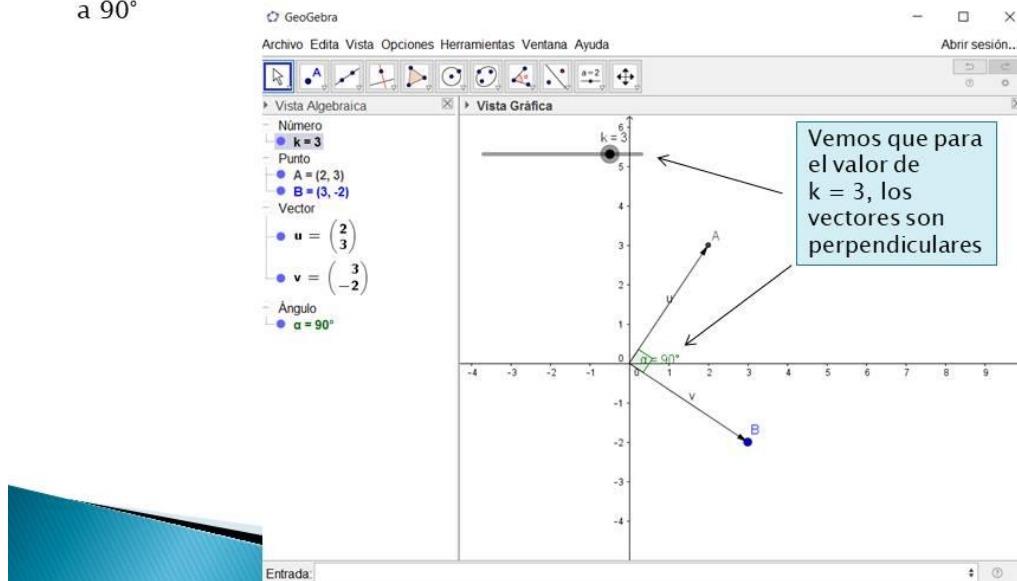
Determinamos los vectores  $u$  y  $v$ , con el comando **Vector[ <Punto> ]**



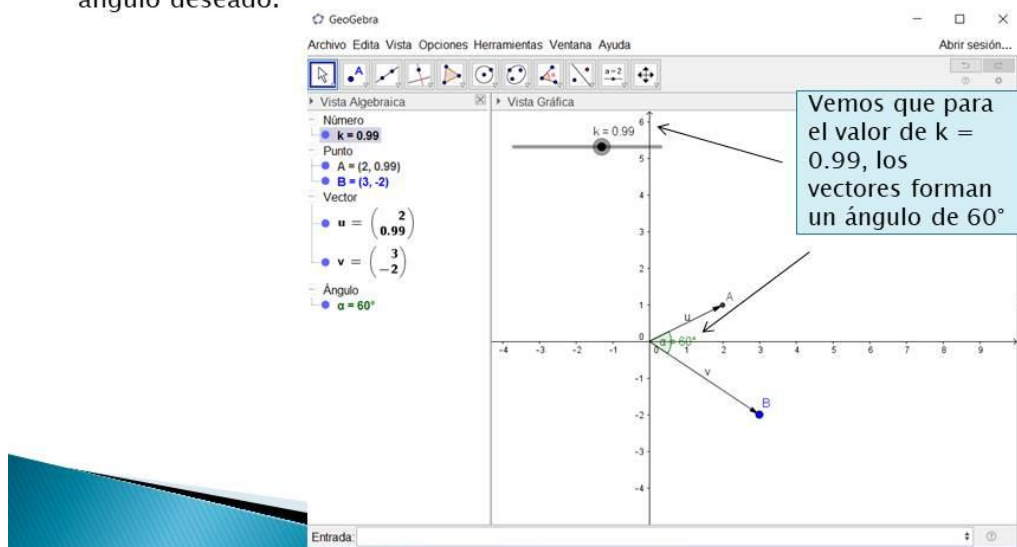
El ejercicio pide en la parte a) el valor de  $k$  de modo a que los vectores  $u$  y  $v$  sean perpendiculares, esto significa que el ángulo entre ellos sea igual a  $90^\circ$ . Para ello, determinamos el ángulo entre los vectores  $u$  y  $v$  con el comando **Ángulo[ <Vector>, <Vector> ]**



Movemos el deslizador «k» hasta que el ángulo entre los vectores u y v sea igual a  $90^\circ$



En la parte b) se pide el valor de k de modo a que los vectores u y v formen un ángulo de  $60^\circ$ , para ello bastaría sólo mover el deslizador «k» hasta obtener el ángulo deseado.



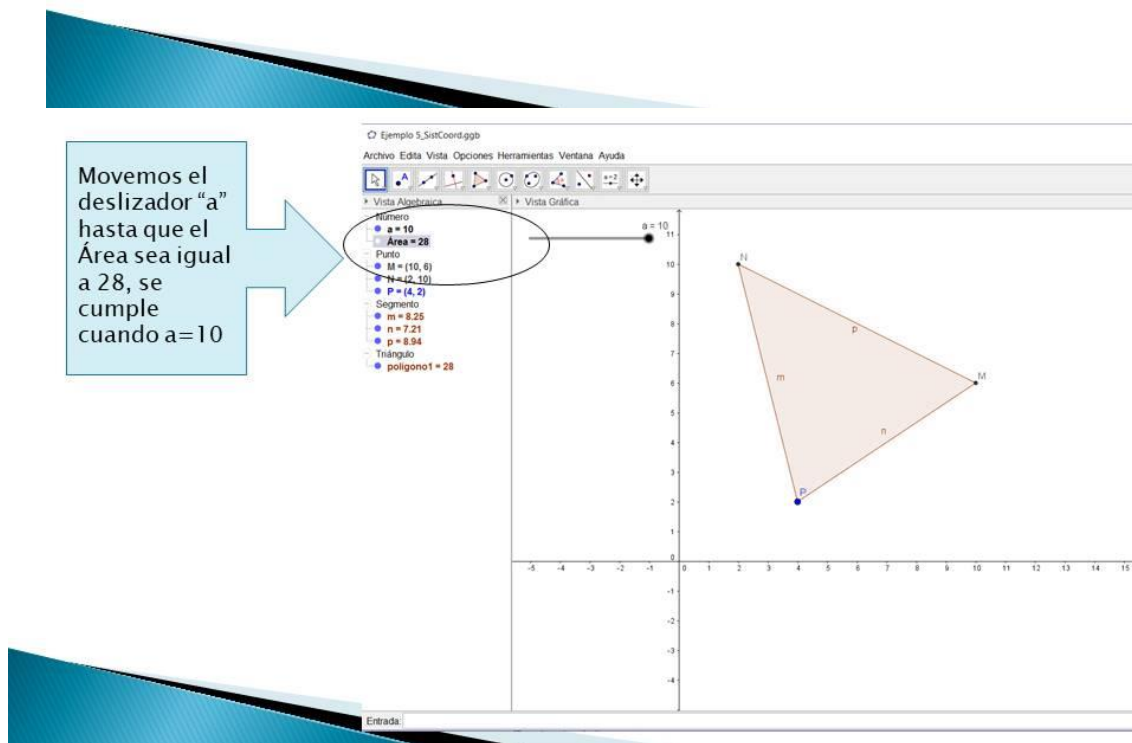
## Unidad II

### Ejercicio 4

El área de un triángulo cuyos vértices son los puntos  $M(a,6)$ ,  $N(2,a)$ ,  $P(4,2)$ , es 28. Determinar los valores de "a".

#### Solución

Primero representamos los puntos M, N y P. Trazamos el triángulo MNP y empleamos el comando "**Área[M, N, P]**" para determinar el área del triángulo.



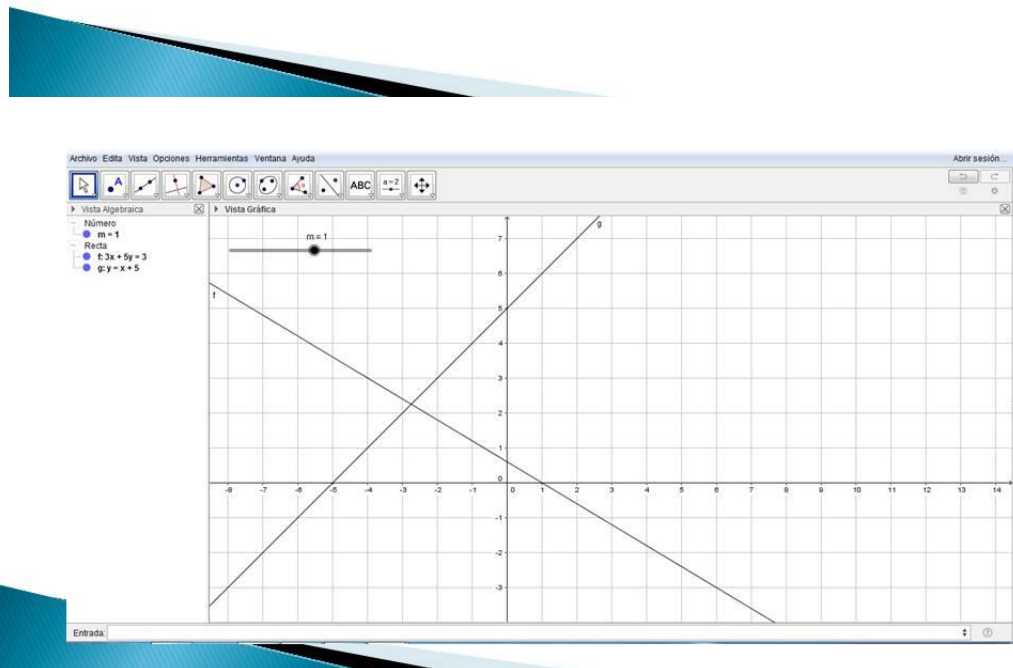
## Unidad IV

### Ejercicio 3

Determine la ecuación de la recta sabiendo que debe ser perpendicular a la recta  $5y = -3x + 3$  y que corta al eje de ordenadas en 5.

#### Solución

Primero representamos la recta  $5y = -3x + 3$  y la recta que corta el eje de ordenadas en 5, la representamos mediante la ecuación  $y = mx + 5$

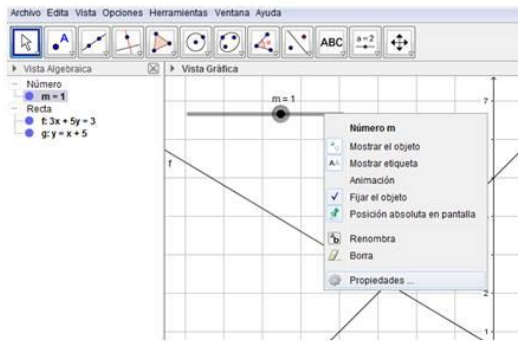


Como la recta  $y = mx + 5$  es perpendicular a la recta dada, teniendo en cuenta la condición que debe cumplir dos rectas perpendiculares,  $m_2 = -\frac{1}{m_1}$  determinamos la pendiente de ambas rectas

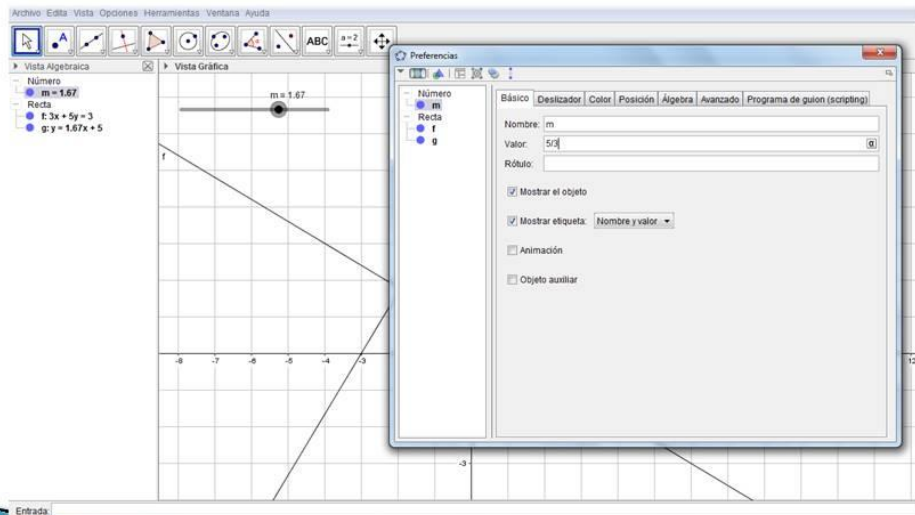
$$m_1 = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{5}$$

$$m_2 = -\frac{1}{\left(-\frac{3}{5}\right)} = \frac{5}{3}$$

Damos clic derecho en el deslizador «m» y elegimos la opción «Propiedades»

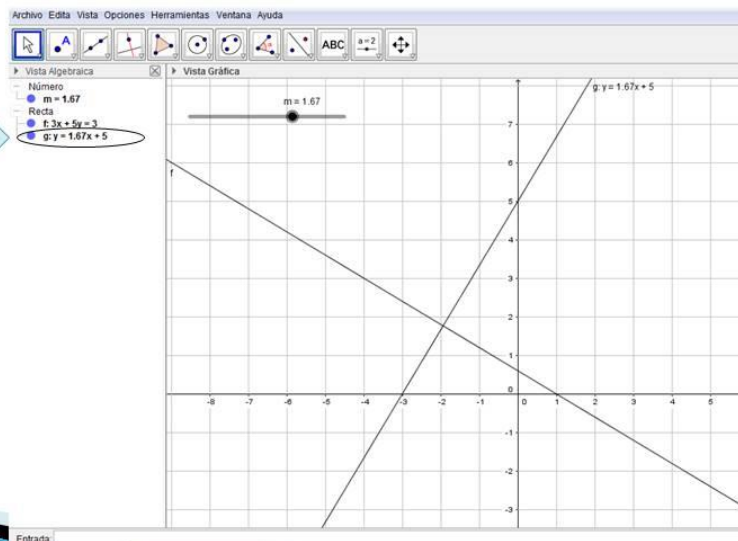


Luego seleccionamos la opción «Básicos» y cargamos el valor de la pendiente de la recta  $y = mx + 5$  que corresponde a  $m_2 = \frac{5}{3}$

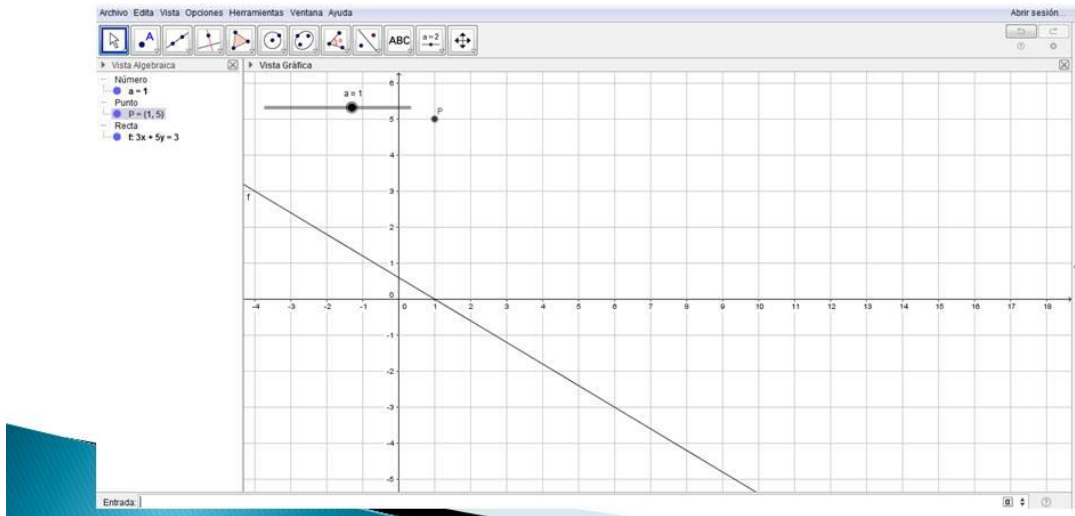


Finalmente, obtenemos la ecuación de la recta perpendicular pedida

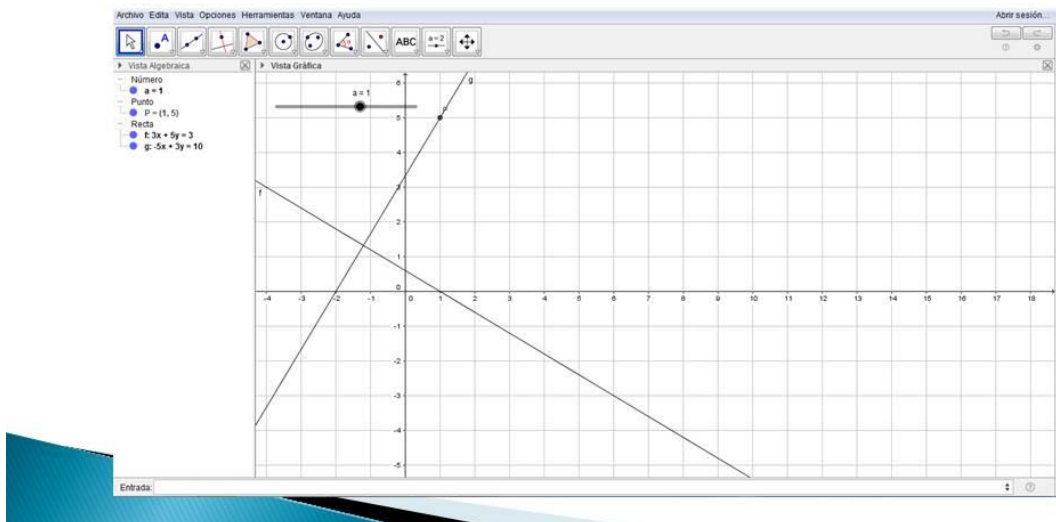
Que si representamos en la forma general sería  $-5x + 3y - 15 = 0$



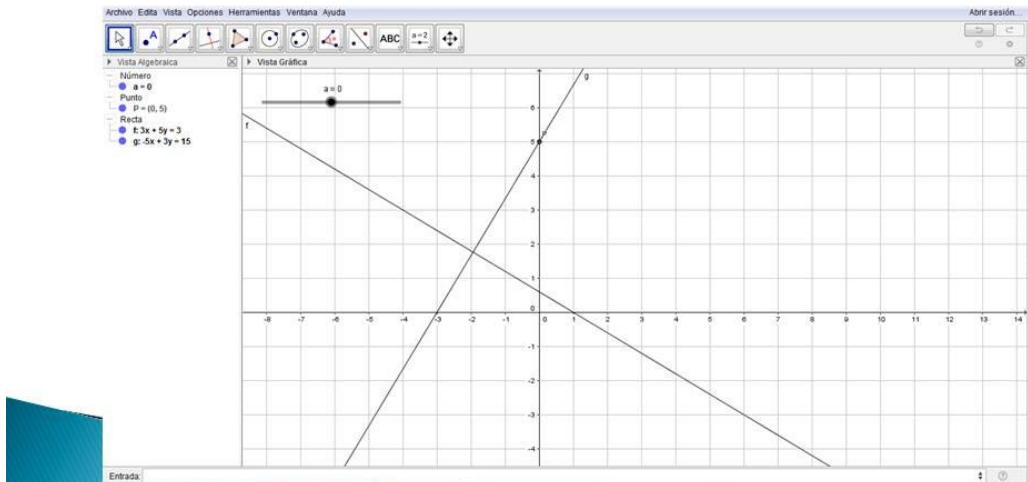
Otra manera de hacer este ejercicio es representando el punto  $P(a, 5)$ , que sería el punto por donde pasa la recta de ordenada 5.



Trazamos la recta perpendicular a la recta nombrada «f» en GeoGebra que pase por el punto P



Como el ejercicio plantea que la recta pedida corta al eje de la ordenada en 5, con el deslizador «a» movemos para ubicar a la recta y así tenemos el mismo resultado anterior.



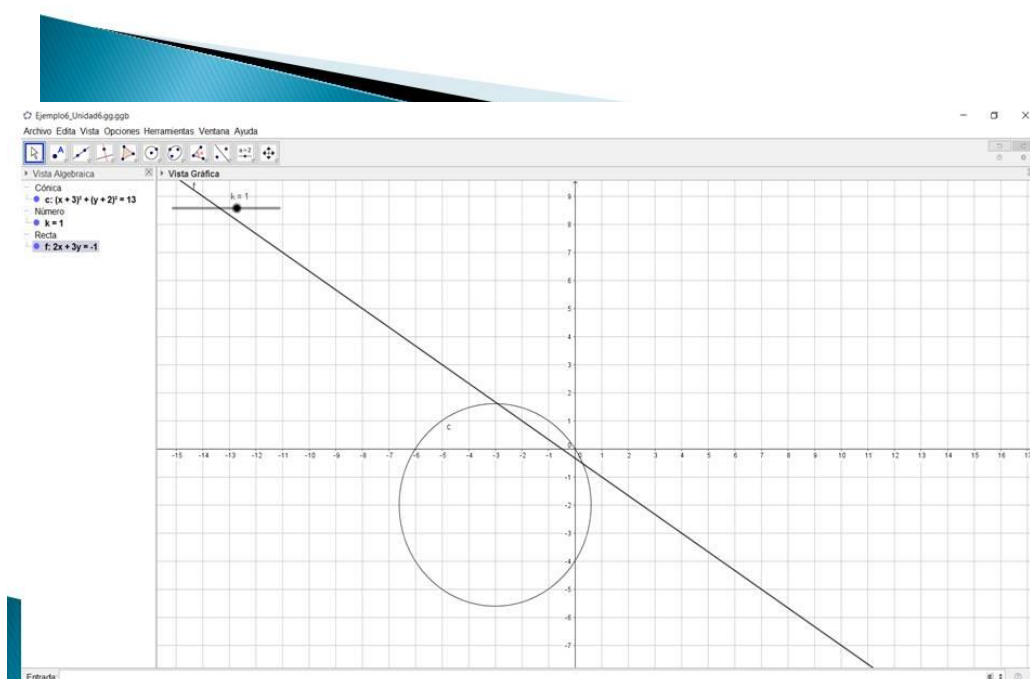
## Unidad VI

### Ejercicio 6

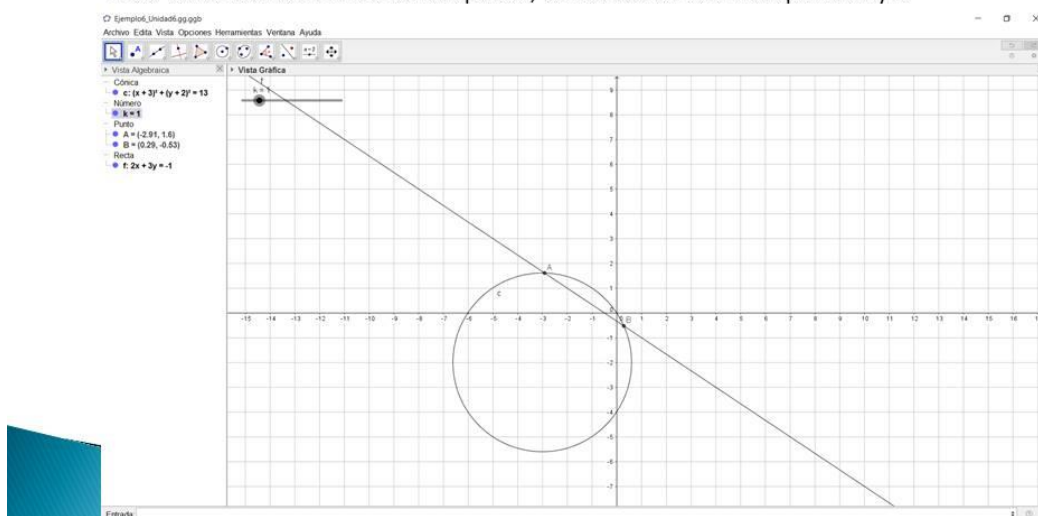
Determine el valor de la constante  $k$  para que la recta  $2x + 3y + k = 0$  sea tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$

#### Solución

Representamos en GeoGebra la ecuación de la circunferencia  $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$  y de la recta tangente  $2x + 3y + k = 0$ . Al representar la recta se crea un deslizador para  $k$



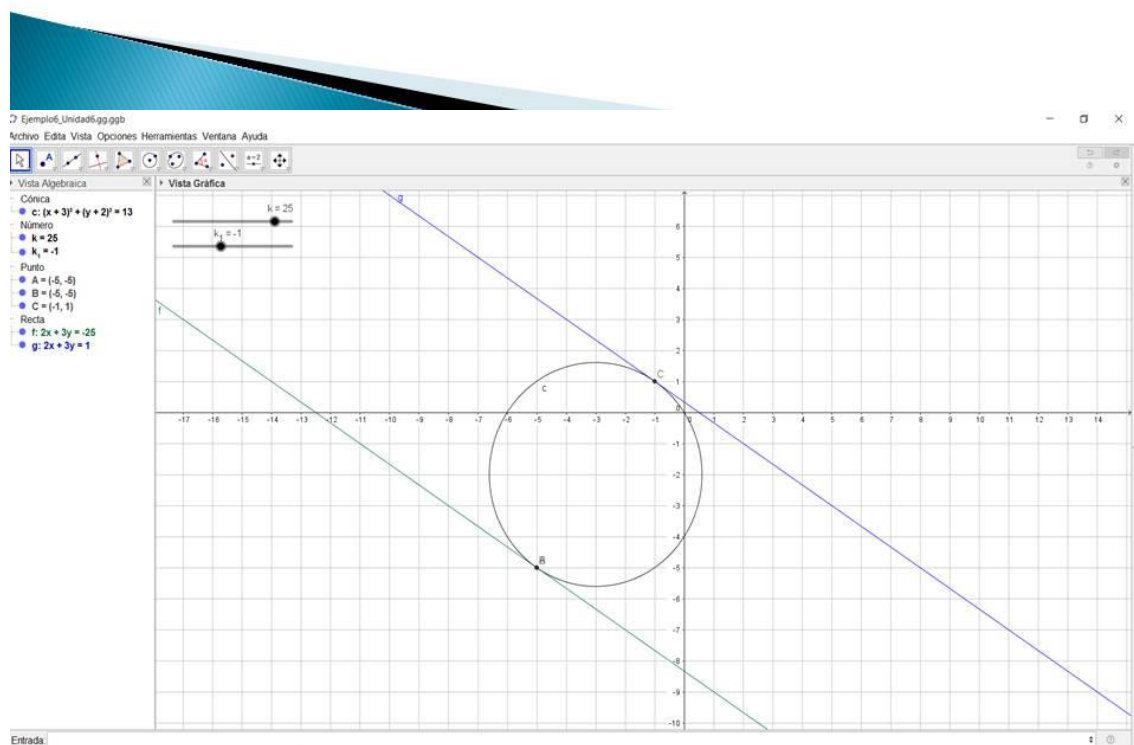
La recta dada debe ser tangente a la circunferencia, es decir, debe tocar a la misma en un solo punto, ese punto determinamos con el comando "Interseca[<Objeto>, <Objeto>]". Como la recta toca a la circunferencia en dos puntos, la intersección serán dos puntos A y B.



Debemos mover el deslizador de  $k$  hasta encontrar el valor que cumple con la condición de que  $A=B$ , eso garantiza que la recta toca a la circunferencia en un solo punto

En el ejemplo, se representó también la recta  $2x + 3y + k_1 = 0$  para verificar si existe otro valor de  $k$  que cumple con dicha condición y efectivamente se encuentra otra recta paralela a la dada que toca a la circunferencia en otro punto distinto.

Por lo tanto, los valores de  $k$  pedidos pueden ser  $k=-1$  o  $k=25$



## Ejemplo de Descripción de Actividad – Unidad I

# Geometría Analítica y Vectores I

## Unidad I: Vectores

### Descripción de la Actividad 1.2

Esta actividad será un trabajo individual que consistirá en:

**Resolver los ejercicios propuestos en el material denominado “Vectores” utilizando el programa GeoGebra.**

Para elaborar dicha tarea deberás seguir los siguientes pasos:

1. Lee analíticamente el material de lectura disponible en el apartado Recursos, en especial los materiales básicos y analiza los ejercicios resueltos planteados en el material complementario.
2. Resuelve los ejercicios planteados en el ejercitario de Vectores utilizando el programa GeoGebra y anotar los resultados obtenidos de acuerdo a lo que pide cada ejercicio (Si lo deseas puedes hacer la resolución analítica de los ejercicios para verificar la solución obtenida con GeoGebra)
3. Guardar cada uno de los archivos de GeoGebra como “**Apellido\_Nombre\_AA-Vectores.ggb**” (Se requiere la entrega de un archivo por ejercicio resuelto) y en formato .doc o .pdf anotar las respuestas obtenidas en cada ejercicio con “**Apellido\_Nombre\_Respuestas\_Vectores**”
4. Sube el archivo en el espacio denominado “**AA-Actividad 1.2**”

El periodo de tiempo para la realización y entrega de esta tarea es del **04 al 08 de marzo.**

Los indicadores de evaluación que serán tenidos en cuenta son los siguientes:

<b>Indicadores</b>	<b>Puntaje</b>
Representa de manera correcta puntos en el plano	1p
Determina el módulo de un vector	1p
Comprende la condición que se cumplen cuando los vectores son ortogonales	1p
Obtiene los valores correctos de las variables aplicando la definición de vectores ortogonales	1p
Comprende la condición que se cumplen cuando los vectores son iguales	1p
Aplica de manera correcta la definición de producto escalar entre dos vectores	1p
Obtiene los valores correctos de las variables aplicando la propiedad de producto escalar entre dos vectores	1p
Determina el ángulo entre dos vectores	1p
Determina la proyección de un vector sobre otro	1p
Presenta el trabajo dentro del plazo establecido	2p
Orden y pulcritud en el desarrollo del trabajo	1p
<b>Total</b>	<b>12p</b>

La tarea podrá ser enviada hasta 3 (tres) días después de la entrega tope, pero ya perdiendo los puntos según los indicadores a ser evaluados en la tarea. No se aceptarán las tareas que no se hayan sido subidas a la plataforma en tiempo y forma ya antes aclarado. Las personas que no entreguen sus tareas en el tiempo designado perderán todos los puntos.

Como el trabajo es individual, no se aceptarán dos copias del mismo trabajo, si esto ocurre, ambos trabajos serán anulados.

En caso de surgir alguna duda en el proceso de elaboración de lo encomendado, puedes recurrir al foro **Consultas** de esta unidad.

## Guía de Ejercicios proporcionados a los dos grupos en las unidades de estudio

### Unidad 1: Vectores

Resuelve los siguientes planteamientos empleando el programa

#### GeoGebra

- Determina el valor de “k” sabiendo que los vectores  $\vec{U} = (3k, 6)$  y  $\vec{V} = (5, -5)$ 
  - Ortogonales.
  - Forman un ángulo de  $180^\circ$
- Sean  $A(a, b)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(3, -2)$  y  $D(9, -3)$  los puntos que forman los vectores  $\vec{AB}$  y  $\vec{CD}$ . Determine el punto A de modo que  $\vec{AB}$  y  $\vec{CD}$  sean representaciones del mismo vector.
- Si  $\vec{A} = (5, -2)$ ,  $\vec{B} = (4, 1)$  y  $\vec{C} = (7, 5)$ . Determinar los escalares  $h$  y  $k$  tales que  $\vec{C} = h\vec{A} + k\vec{B}$ .
- Dados los vectores  $\vec{V} = (3, 2)$  y  $\vec{W} = (5, -4)$ , hallar  $|\vec{V}|$ ,  $|\vec{W}|$ ,  $\cos\theta$  y la proyección de  $\vec{V}$  sobre  $\vec{W}$ .

### Unidad II: Sistemas de coordenadas

Resuelve los siguientes planteamientos empleando el programa

#### GeoGebra

- Los puntos extremos de un segmento son  $P_1(-2, 5)$  y  $P_2(6, 3)$ . Hallar el punto  $P(x, y)$  que divide a este segmento en dos partes tales que  $P_1P:PP_2 = \frac{3}{4}$ . Grafica el resultado obtenido.
- El segmento  $A(-2, -1)$  con  $B(3, 3)$  se prolonga hasta  $C$ . Sabiendo que  $BC = 3AB$ . Hallar las coordenadas de  $C$
- Determina el valor de  $m$  para que el punto  $P(m, 2m + 3)$  sea equidistante a los puntos  $A(1, 2)$  y  $B(-2, 3)$ .
- Determina el valor de  $b$  sabiendo que los vértices de un triángulo están sobre los puntos  $A(2, 7)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(b, 3)$  y cuya área es 18 unidades cuadradas. Grafica el resultado obtenido.

## Unidad 4: La línea recta

**Resuelve los siguientes planteamientos y representa gráficamente la solución**

1. Encuentra los valores de  $a$  y  $b$  tales que las rectas  $ax - 2y - 1 = 0$  y  $6x - 4y - b = 0$  pasan por el punto  $P\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ .
2. Determina la abscisa del punto  $P$  de ordenada 10 está sobre la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto  $A(7, 2)$ .
3. Hallar la ecuación de la perpendicular a la recta  $2x + 7y - 3 = 0$  en su punto de intersección con  $3x - 2y + 8 = 0$ .
4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas  $3x + y - 5 = 0$ ,  $x - 2y + 10 = 0$  y está a la distancia  $d = 5$  del punto  $C(-1, -2)$ .
5. Un triángulo tiene sus vértices en los puntos  $A(-5, 6)$ ,  $B(-1, -4)$  y  $C(3, 2)$ . Determina la ecuación de la mediatriz del lado  $\overline{BC}$ .

## Unidad 6: Circunferencia

### Ejercitario 6.1

**Resuelve los siguientes planteamientos y representa gráficamente cada uno de ellos**

5. Hallar la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos  $(-1, -4)$  y  $(2, -1)$  y cuyo centro está sobre la recta  $4x + 7y + 5 = 0$
6. Determina los valores de  $m$  de modo que la recta  $4x + 3y + m = 0$  sea tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$ .
7. Se sabe que el punto  $P(-3, b)$  pertenece a la circunferencia de centro  $C(0, 3)$  y radio  $r = 5$ . Determina los valores de  $b$
8. Sabiendo que el segmento  $\overline{PQ}$  cuyos extremos son los puntos  $P(2, 8)$  y  $Q(4, 0)$  representan el diámetro de una circunferencia, determinar la ecuación de esa circunferencia.

## Apéndice 2. Indicadores de Evaluación

<b>Unidad I: Vectores</b>		
<b>Indicadores</b>	<b>L og.</b>	<b>N o Log.</b>
1. Representa de manera correcta puntos en el plano		
2. Determina el módulo de un vector		
3. Comprende la condición que se cumplen cuando los vectores son ortogonales		
4. Comprende la condición que se cumplen cuando los vectores son iguales		
5. Aplica de manera correcta la definición de producto escalar entre dos vectores		
6. Determina el ángulo entre dos vectores		
7. Determina la proyección de un vector sobre otro		
<b>Unidad II: Sistema de coordenadas</b>		
8. Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de distancia entre dos puntos para obtener el resultado		
9. Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de punto medio de un segmento para obtener el resultado		
10. Identifica las condiciones requeridas para el empleo de la fórmula de punto de división de un segmento dada una razón para obtener el resultado.		
11. Determina el área de un polígono		
<b>Unidad IV: La línea recta</b>		
12. Determina la ecuación de la recta dado dos puntos		
13. Determina la pendiente de una recta que es concurrente a otra		
14. Determina la pendiente de una recta que es perpendicular a otra.		
15. Calcula la distancia de un punto a una recta		
<b>Unidad VI: La circunferencia</b>		
16. Determina la ecuación general de la circunferencia que pasa por dos puntos y de centro sobre una recta		
17. Identifica las condiciones que cumplen una recta tangente a la circunferencia		
18. Determina la ordenada del punto que pertenece a la circunferencia		
19. Determina la ecuación de la circunferencia dado dos puntos que determinan el diámetro de la circunferencia.		

### Apéndice 3. Encuesta sobre la experiencia con GeoGebra en la enseñanza – aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores I

A continuación, encontrarás una serie de proposiciones a las cuales ruego que respondas con la mayor sinceridad posible. Marca con una X en la opción que más se ajuste a tu experiencia. Las opciones están enumeradas del 1 al 5, donde: 1 es “totalmente en desacuerdo” 2 es “en desacuerdo” 3 es “Indeciso” 4 es “de acuerdo” 5 es “totalmente de acuerdo” Por favor valora teniendo en cuenta tu experiencia. Sería de mucha ayuda tu opinión sincera, desde ya Muchas Gracias

\*Obligatorio

#### I. Con relación al uso de software GeoGebra \*

	1	2	3	4	5
1. GeoGebra resulta ser un programa de fácil acceso y empleo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. GeoGebra permite resolver problemas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. En cuanto a comprensión de conceptos que resultan abstractos en las unidades de estudio, GeoGebra me ayuda a entenderlos mejor	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. GeoGebra resulta una herramienta adecuada para la asignatura.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. El uso de GeoGebra facilita el aprendizaje de las unidades en	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
donde se aplicó el programa					
6. Los comandos empleados en GeoGebra me han sido útiles	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		

II. Con relación a la comprensión de conceptos \*

1. Con respecto al empleo de GeoGebra en el desarrollo de las unidades involucradas en el estudio, pude comprender los siguientes conceptos de Geometría Analítica:

	1	2	3	4	5
a) Lo relacionado a vectores y su aplicación práctica mediante la representación gráfica con el programa y el cálculo analítico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) Las diversas aplicaciones (división de un segmento, punto medio, distancia entre dos puntos, el área de los polígonos) del sistema de coordenadas en el plano cartesiano.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) La idea matemática de pendiente de una recta y sus posiciones en el plano cartesiano.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) Los	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
elementos que componen a la circunferencia y la ecuación que la representa.					

Con relación a la comprensión de conceptos \*

2. En cada unidad en donde se aplicó GeoGebra, con los datos proporcionados en los problemas soy capaz de llegar a la solución

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Con relación a la comprensión de conceptos \*

3. En cada problema pude identificar los datos y la incógnita sin ningún inconveniente

1	2	3	4	5
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

III. Con respecto a la capacidad de resolución de problemas \*

	1	2	3	4	5
Creo que GeoGebra me ayudó a comprender los conceptos que ayudan a resolver problemas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
GeoGebra me ayudó a interpretar con facilidad los problemas planteados	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
Con GeoGebra resulta más fácil verificar las soluciones obtenidas en la resolución de problemas en lápiz y papel.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
Me resulta más sencillo resolver problemas con	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	1	2	3	4	5
la ayuda de GeoGebra.					
Una vez interpretado el problema encontré más de una forma de llegar a la solución con el programa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

IV. Con respecto a la motivación \*

	1	2	3	4	5
1. Me resulta satisfactorio estudiar Geometría Analítica porque es interesante y provechoso para las asignaturas correlativas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Me agrada aprender nuevos conocimientos de Geometría Analítica.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Me resulta interesante emplear la herramienta GeoGebra en la Geometría Analítica	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Considero que el conocimiento adquirido con este programa me sirva en otra asignatura.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Cuando no comprendo algún concepto	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

1                      2                      3                      4                      5

o alguna herramienta investigo por mi propia cuenta.

6. Después de cada actividad, realizo un análisis crítico de mis conocimientos y del resultado obtenido mediante un juicio de valor con relación a los aprendizajes y/o dificultades que se presentaron.

Me gustaría conocer tu opinión con relación a los materiales elaborados para la asignatura (materiales de lectura, diapositivas y ejemplos resueltos con GeoGebra). ¿Te fueron útiles en el momento de realizar las actividades?

¿Crees que GeoGebra te ha ayudado a comprender los principales conceptos en las unidades desarrolladas que hubieran sido más difíciles de comprender sin esa herramienta? , en caso afirmativo ¿podrías mencionar en qué temas te ayudaron?

Con relación al tiempo, ¿fue mayor el tiempo empleado en resolver los problemas con GeoGebra en comparación a la resolución con lápiz y papel?

Podrías añadir algún comentario o sugerencia con respecto a tu experiencia con GeoGebra

# Anexo A: Planillas de exámenes parciales

## Segundo semestre año 2015

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCION

Fecha : 05/11/2015

**PLANILLA DE EVALUACIONES PARCIALES**

Hora : 10:25:13

Página : 1

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Año Académico : 2015 Convocatoria: 2

Carrera a distancia : EDUCACIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS Y SUS TECNOLOGIAS

Asignatura : Geometría Analítica y Vectores I

Turno/Sección : Semipresencial (S)

Profesor : Lic. CARMEN ANTONIA LUGO DE ACOSTA

Nro.	Cédula	Apellidos y Nombres	1P	2P	AA	AI	%AC	P.P.E.P.	D.E.F.	Carrera
1	2900897	ALVARENGA ARGUELLO, EDGAR	100	94	96	0	100	60	1F	010YD
2	2228842	BENEGAS ORTIZ, MARTA	77	41	30	86	100	58	2F	010YD
3	2205341	BOGADO GONZALEZ, MIRIAN GRICELDA	100	76	62	100	100	83	1F	010YD
4	2947372	CABALLERO GAVILAN, EPIFANIA	77	71	35	36	100	45	SD	010YD
5	4317406	CALONGA FERNANDEZ, NELLY	77	65	43	86	100	66	1F	010ZD
6	3646251	CANO ORTIZ, TERESA DEJESUS	0	0	0	0	0	0	SD	010YD
7	695812	DENIS GONZALEZ, ADA ZUNILDA	62	82	78	100	100	85	1F	010ZD
8	450323	FLORENCIAÑEZ OJEDA, EVA RAMONA	100	88	89	95	100	93	1F	010YD
9	1240174	GOMEZ DE GAUTO, GLADYS VICENTA	100	82	100	100	100	98	1F	010YD
10	3190717	GONZALEZ QUINTANA, ALICIA ELVIRA	85	53	89	96	100	87	1F	010ZD
11	1126739	HERMOSILLA AGUILERA, CIRO	0	0	0	0	0	0	SD	010YD
12	425347	INSAURRALDE BRITZ, EULALIO	85	0	54	41	100	46	SD	010ZD
13	872721	KLASSEN DE REIMER, JUDITH	15	6	0	0	0	2	SD	010YD
14	3928746	LATERZA IZAGUIRRE, MARIA EUGENIA	69	0	27	41	50	34	SD	010YD
15	2346093	LOPEZ SANCHEZ, DELIA ALEXANDRA	0	88	90	100	100	82	1F	010ZD
16	4599113	MAYANS SANDEZ, CRISTEL CAROLINA	0	0	0	0	0	0	SD	010YD
17	2095555	MENDOZA JAROLIN, YIMMY JOAQUIN	0	0	0	0	50	0	SD	010YD
18	3851858	MORA SOLIS, FRANCISCO MANUEL	0	0	0	0	0	0	SD	010ZD
19	1923886	NUÑEZ MARTINEZ, LIZ NATALIA	0	0	0	32	50	12	SD	010YD
20	832765	NUÑEZ RIVAS, ESMILCE ZENAIDA	100	76	78	95	100	87	1F	010YD
21	4839624	PEREIRA FERNANDEZ, GUSTAVO	0	0	2	0	0	1	SD	010YD
22	3281532	VALENZUELA DUARTE, EDGAR	8	0	32	0	50	13	SD	010ZD
23	2100339	VEGA ARCHILLA, JOSE AUGUSTO	77	65	77	86	100	79	1F	010ZD
24	4260237	VILLAR VILLALBA, MERCEDES	0	0	0	0	0	0	SD	010YD

REFERENCIA:  
 1P=Primer Parcial 2P=Segundo Parcial AA=Actividades de Aprendizaje AI=Actividades interactivas P.P = Redondear[(1P + 2P)/2]  
 AA= Actividad de Aprendizaje; AI= Actividad Interactiva; P.P.E.P.= Promedio Ponderado de Evaluaciones de Proceso ; D.E.F.= Derecho a

Estado del documento: Cerrado definitivo

Sistema Académico Centro Nacional de Computación

Total de estudiantes inscriptos: 24

Estudiantes sin derecho a examen final (SD): 13

# Primer semestre del año 2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCION

Fecha : 24/05/2016

## PLANILLA DE EVALUACIONES PARCIALES

Hora : 14:21:11

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Página : 1


Año Académico : 2016 Convocatoria: 1  
 Carrera a distancia : EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
 Asignatura : Geometría Analítica y Vectores I  
 Turno/Sección : Semipresencial (S)  
 Profesor : Lic. CARMEN ANTONIA LUGO DE ACOSTA

Nro.	Cédula	Apellidos y Nombres	1P	2P	AA	AI	%AC	P.P.E.P.	D.E.F.	Carrera
1	879393	AMARILLA, LAURA	50	a	0	44	100	23	SD	010ZD
2	1442155	AMARILLA COLLANTE, SILVIA ROCIO	0	a	0	0	0	0	SD	010ZD
3	3554415	BENITEZ LEIVA, MARIA ELENA	42	11	60	63	100	53	2F	010YD
4	3216186	BENITEZ MARECOS, EVELYN SOLEDAD	50	56	54	96	100	70	1F	010ZD
5	2947372	CABALLERO GAVILAN, EPIFANIA	0	28	14	0	50	9	SD	010YD
6	4642445	CARDOZO PRIETO, JESSICA RAQUEL	92	56	93	100	100	91	1F	010ZD
7	1126739	HERMOSILLA AGUILERA, CIRO	0	a	0	0	0	0	SD	010YD
8	3928746	LATERZA IZAGUIRRE, MARIA EUGENIA	0	a	0	0	0	0	SD	010YD
9	1972818	MALDONADO LEGUIZAMON, DARCY	0	22	67	67	100	53	2F	010ZD
10	2079978	MARTINEZ RIVEROS, ANDRES RAMON	0	a	0	0	0	0	SD	010YD
11	4599113	MAYANS SANDEZ, CRISTEL CAROLINA	0	a	0	0	0	0	SD	010YD
12	3372496	ORTIZ CABRERA, NILSA VERONICA	67	56	28	44	80	43	SD	010YD
13	4839624	PEREIRA FERNANDEZ, GUSTAVO	0	a	0	0	0	0	SD	010YD
14	1408836	ROMAN, CIRILA RUFINA	0	a	0	0	0	0	SD	010ZD

**REFERENCIA:**

1P=Primer Parcial 2P=Segundo Parcial P.P = Redondear $[(1P + 2P)/2]$   
 AA= Actividad de Aprendizaje; AI= Actividad Interactiva; P.P.E.P.= Promedio Ponderado de Evaluaciones de Proceso ; D.E.F.= Derecho a Examen Final

P.P.E.P. = Redondear $[PP \times ((Pond. \text{ config de la asig})/40) + AA \times ((Pond. \text{ config de la asig})/40) + AI \times ((Pond. \text{ config de la asig})/40)]$   
 Referencia: Pond. config de la asig = Ponderación establecida en la configuración de la  
 D.E.F = 1F (PPEP de 60 a 100 y %AC >=80%)  
 2F (PPEP de 50 a 59 y %AC >= 80%)  
 SD (Sin Derecho) - PPEP de 0 a 49 o %AC < 80%

  
 Firma del Profesor

Recibido en el Dpto. por: Cecilia Alderete Fecha/Hora: 20/06/16 14:30

Recibido en Dir. Acad. \_\_\_\_\_ Fecha/Hora: \_\_\_\_\_

Cargado por: \_\_\_\_\_ Verificado por: \_\_\_\_\_

## **Anexo B. Juicio de Expertos**

### **Modelo de nota de solicitud para realizar la Evaluación**

San Lorenzo, .... de .... de 2017

.....  
.....  
.....

La presente tiene por finalidad solicitar su colaboración para determinar la validez de contenido de los instrumentos de recolección de datos a ser aplicados en el estudio denominado **“Efectos de la aplicación del software GeoGebra para la enseñanza – aprendizaje semi-presencial de la Geometría Analítica en el nivel universitario”**

Su valiosa ayuda consistirá en la evaluación de la pertinencia de cada una de las preguntas con los objetivos, variables, dimensiones, indicadores, y la redacción de las mismas.

Para ello se adjunta el Protocolo de Investigación aprobado por la Comisión Académica y el instrumento a ser validado:

- Cuestionario de medición de la experiencia en la enseñanza – aprendizaje de la Geometría Analítica y Vectores con ayuda de GeoGebra

Agradeciendo de antemano su valiosa colaboración, se despide de Usted,  
Atentamente.

.....  
Firma Estudiante