a

.

ANÁLISIS DE LA COOPERACIÓN EN JUNTAS DE SANEAMIENTO UTILIZANDO LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS

Magdalena del Rocío Botta Solano López

Orientadores: Prof. Gerardo Blanco, Dr. Ing.
Prof. Christian E. Schaerer Serra, D.Sc.

Tesis presentada a la Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción, como requisito para la obtención del Grado de Máster en Ciencias de la Computación.

SAN LORENZO - PARAGUAY

Junio - 2013

ANÁLISIS DE LA COOPERACIÓN EN JUNTAS DE SANEAMIENTO UTILIZANDO LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS

Magdalena del Rocío Botta Solano López

Aprobado en Junio de 2013.

Prof. Benjamín Barán Cegla, D.Sc.

Prof. Gerardo Blanco, Dr. Ing.

Prof. Juan Pablo Nogues, Ph.D.

Prof. Daniel Romero, Dr.

Prof. Christian Emilio Schaerer Serra, D.Sc.

Datos internacionales de Catalogación en la Publicación (CIP)

DE BIBLIOTECA CENTRAL DE LA UNA

Botta Solano López,Magdalena del Rocío

ANÁLISIS DE LA COOPERACIÓN EN JUNTAS DE SANEAMIENTO UTILIZANDO LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS/Magdalena del Rocío Botta Solano López. – San Lorenzo, 2013.

79 p.: il.; 29, 7cm.

Tesis (Maestría en Ciencias de la Computación) – Facultad Politécnica, 2013.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS: p. 68 – 73.

1. Teoría de los juegos. 2. Abastecimiento de agua. I. Título.

A Palmo Botta, porque somos mucho más parecidos de lo que creía.

Agradecimientos

Al CONACyT por el financiamiento de mi beca de estudios y por el apoyo al programa de Maestría en Ciencias de la Computación.

Al Laboratorio de Computación Científica y Aplicada - LCCA, y a la Facultad Politécnica por el ambiente de trabajo.

A mis orientadores, los profesores Ph. D. Gerardo Blanco y D. Sc. Christian Schaerer por los buenos consejos, las minuciosas revisiones y el acompañamiento durante el proceso de investigación y elaboración de la tesis.

Mi agradecimiento a todas las personas que me aportaron ideas nuevas y soluciones prácticas para superar los obstáculos que fueron apareciendo durante la investigación.

Al grupo de personas que componen el programa de la maestría por la buena predisposición que muestran para ayudar a solucionar los problemas que inevitablemente surgen durante los estudios, sean estos académicos, técnicos o administrativos.

A los compañeros por el aliento y las enseñanzas.

A mi familia; a los que están cerca y a los que están lejos, a los que están y a los que ya no están, todos son importantes en mi vida.

A mis amigos porque siempre estuvieron ahí.

Y, aunque ella no pueda entender, le agradezco a mi gata por su silenciosa compañía durante las horas de trabajo.

ANÁLISIS DE LA COOPERACIÓN EN JUNTAS DE SANEAMIENTO UTILIZANDO LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS

Autor: Magdalena del Rocío Botta Solano López

Orientadores: Gerardo Blanco

Christian E. Schaerer Serra

RESUMEN

En un grupo de individuos que se unen para producir un bien o proveer un servicio, los cooperadores que pagan el costo de producir el bien a menudo son explotados por aquellos que sin aportar reciben de igual forma el beneficio. La aplicación de incentivos (premios o castigos) y la opción de no participar en la iniciativa son dos mecanismos que de acuerdo a estudios realizados favorecen y estabilizan la cooperación en un grupo de individuos no relacionados. Diversos modelos fueron desarrollados a lo largo del tiempo, que utilizan uno o ambos mecanismos. De hecho, en la vida real, los esfuerzos colectivos tienen diferentes características; en algunos casos hay incentivos en forma de premios o castigos, mientras que en otros no. Asimismo, hay iniciativas en donde el individuo decide si quiere o no participar, pero en otros casos es imposible abstenerse, como ocurre en muchos problemas relacionados con el medio ambiente. En este trabajo se analizan varios modelos, que utilizan como marco la teoría de juegos evolutivos y los juegos de bienes públicos. Se comparan y sistematizan en una tabla con características, que permiten comparar los modelos de forma a seleccionar el más conveniente en función de las necesidades de un problema específico. Para aplicar los modelos estudiados a una situación real se escogió el problema de la cooperación en las Juntas de Saneamientos. Los resultados comparativos demuestran que el nivel de cooperación obtenido en cada uno depende del o de los mecanismos utilizados, de la forma en que son aplicados dentro del juego y de la composición inicial de la población.

Palabras claves: *Teoría de juegos evolutivos, juegos de bienes públicos, evolución de la cooperación, juntas de saneamiento, proyecto de provisión de agua.*

ANALYSIS OF THE COOPERATION IN SANITATION BOARD (JUNTAS DE SANEAMIENTO) USING EVOLUTIONARY GAME THEORY

Author: Magdalena del Rocío Botta Solano López
Advisors: Gerardo Blanco
Christian E. Schaerer Serra

SUMMARY

In a group of individuals that come together to produce a good or provide a service, the cooperators who pay to produce the good, are often exploited by those who receive the benefit without paying the cost. The application of incentives (rewards or punishments) and the option of leaving the initiative, are two mechanisms that according to studies promote and stabilize the cooperation in a group of unrelated individuals. Several models were developed over time using these mechanisms. In fact, in real life, the collective efforts have different characteristics, some of them have incentives (rewards or punishments), but others do not. In some initiatives the participation is voluntary, but in other cases it is impossible to abstain, as in many environmental problems. In this paper we analyze several models that use as a framework the evolutionary game theory and public goods games. We compare them and systematized their characteristics in a table in order to select the most suitable for a specific problem. To apply the models in a real scenario we chose the problem of cooperation in community projects of water supply. The comparative results demonstrate that the level of cooperation obtained depends on the mechanisms used, how they are applied in the game, and the initial composition of the population.

Keywords: *Evolutionary game theory, public goods games, evolution of cooperation, sanitation board, water supply project.*

ÍNDICE GENERAL

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ABREVIATURAS

CPGG	Compulsory Public Good Games (Juegos de bienes públicos compulsivos), p. 33
DGEEC	Dirección General de Estadísticas, Encuestas y Censos, p. 38
ESS	Evolutionarily Stable Strategy (Estrategia evolutivamente estable), p. 2
JS	Juntas de Saneamiento, p. 5
MSPyBS	Ministerio de Salud Pública y Bienestar Social, p. 38
PGG	Public Good Games (Juegos de bienes públicos), p. 4
SENASA	Servicio Nacional de Saneamiento Ambiental, p. 38
SJN	San Juan Nepomuceno, p. 54
TJE	Teoría de Juegos Evolutivos, p. 2
VPGG	Voluntary Public Good Games (Juegos de bienes públicos voluntarios), p. 16
VY	Villa Ygatimi, p. 54

LISTA DE SÍMBOLOS

B	Es el retorno promedio del juego para los desertores, p. 29
$F(l)$	Es la diferencia de pagos entre los que contribuyen y los desertores antes del castigo, p. 29
$G(d)$	La probabilidad de que los cooperadores (que no castigan) sean encontrados y castigados, p. 29
I	Incentivo per cápita, p. 34
J	Número de individuos que aceptan participar del juego, p. 34
JI	Incentivo total, p. 34
Jc	Número de cooperadores, p. 34
Jd	Número de desertores, p. 34
M	Tamaño de la población, p. 30
N	Número de individuos del grupo muestra, p. 22
O	Punto de equilibrio, p. 47
P_R	Pago de los recompensadores, p. 32
P_c, P_C	Pago de los cooperadores, p. 25

P_d, P_D	Pago de los desertores, p. 25
P_l, P_L	Pago de los solitarios, p. 25
P_p, P_P	Pago de los castigadores, p. 26
T, Q	Puntos de equilibrio, p. 50
αk	Costo de castigar a los cooperadores que no castigan, p. 26
αp	Castigo a los cooperadores que no castigan, p. 26
$\alpha\beta$	Castigo a los cooperadores que no castigan, p. 28
$\alpha\gamma$	Costo de castigar a los cooperadores que no castigan, p. 28
$\bar{P}$	Pago promedio de la población, p. 33
β	Castigo a los desertores, p. 28
γ	Costo de castigar a los desertores, p. 28
σ	Pago de los solitarios, p. 22
c	Aporte de los cooperadores y castigadores al PGG, p. 25
c_1	Aporte de los cooperadores y recompensadores, p. 31
c_2	Aporte al fondo de recompensa, p. 32
g	Tasa para participar del juego, p. 34
k	Costo de castigar a los desertores, p. 26
p	Castigo a los desertores, p. 26
r	Factor de multiplicación, p. 22
r_1	Factor de multiplicación, p. 31

r_2	Factor de multiplicación del fondo de recompensa, p. 32
x_r	Frecuencia de recompensadores, p. 33
x_c	Frecuencia de cooperadores, p. 22
x_d	Frecuencia de desertores, p. 22
x_l	Frecuencia de solitarios, p. 22
x_p	Frecuencia de castigadores, p. 26
C	Cooperadores, p. 22
D	Desertores, p. 22
L	Solitarios, p. 22
P	Castigadores, p. 47
R	Recompensadores, p. 48

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Teoría de Juegos Evolutivos (TJE)

En 1973, se publica "The Logic of Animal Contest" [SP73] señalando el inicio de la teoría de los juegos evolutivos. Este artículo trata sobre la evolución de las peleas ritualizadas muy comunes en la naturaleza.

En las peleas ritualizadas dos individuos de una misma especie luchan por un recurso. La característica principal de este tipo de combates es que se observa mucho despliegue de señales amenazadoras pero casi ningún daño real. Como ejemplo se puede mencionar a los ciervos; en una pelea ritual, los ciervos entrelazan los cuernos y se golpean la cabeza, pero si uno de los animales gira y expone las partes más débiles del cuerpo, el otro no le atacará.

En aquel momento, la explicación más aceptada para este comportamiento, era la selección por grupos (véase Definición 1). De acuerdo a esta teoría, la selección natural favorece los rasgos o comportamientos que benefician al grupo o a la especie, a expensas del bienestar individual. Sin embargo, en [SP73] se demuestra que estos combates pueden explicarse en base al beneficio del individuo y no sólo como un comportamiento que favorece a la especie como conjunto.

En dicho artículo se presenta un modelo del conflicto, con animales que siguen dos tipos de tácticas; las peligrosas (guerra total) que provocan mucho daño y las convencionales (guerra limitada) que implican poco peligro para los oponentes. Proponen cinco estrategias, cada una de ellas está basada en un conjunto de reglas que determinan la táctica que usará el animal (peligrosa, convencional o retirarse) como respuesta a la acción anterior del oponente.

De estas estrategias se busca cuál de ellas es estable bajo el proceso de selección natural, introduciendo así el concepto de Estrategia Evolutivamente Estable (véase Definición 2) o ESS (*"Evolutionarily Stable Strategy"*).

El beneficio individual de utilizar una estrategia convencional, se basa en que el animal que utiliza este tipo de estrategia no termina lesionado y aunque pierda una pelea está en condiciones de participar inmediatamente en otra. En cambio, si el animal utiliza una estrategia peligrosa y pierde, no obtiene el recurso y además debe recuperarse de las lesiones antes de volver a competir.

Para el modelo presentado en [SP73], la ESS es una estrategia de guerra limitada denominada "*retaliator*" en la cual los contendientes utilizan usualmente tácticas convencionales pero si son atacados la probabilidad de que respondan el ataque es alta. Esto corresponde a lo que se puede ver en las peleas ritualizadas donde hay mucho despliegue de señales y poco daño real.

La Teoría de Juegos Evolutivos (TJE) tiene como base otras dos teorías: la teoría de juegos [VNM53] y la teoría de la selección natural [Dar59]. La teoría de juegos clásica se modifica para analizar situaciones de conflicto y cooperación en biología. Las dos principales variaciones son el reemplazo de la "utilidad" por la aptitud (véase Definición 3) y la sustitución de la "racionalidad" por la "selección natural" [Smi86].

La TJE, no trata con individuos que toman racionalmente decisiones, sino que trabaja con poblaciones de individuos que utilizan diferentes estrategias y es el proceso de selección natural el que determina qué estrategias (comportamientos o rasgos) sobreviven. Las estrategias con mejor pago (*payoff*) son favorecidas por la evolución y se propagan en la población ya sea por imitación, aprendizaje o herencia.

Este pago está definido por la interacción de la acción tomada por el jugador y las acciones tomadas por los demás jugadores, y por lo tanto, depende de la frecuencia[1] de cada una de las estrategias presentes en la población. Como las frecuencias de las estrategias a su vez cambian dinámicamente de acuerdo al pago, se produce un ciclo de retroalimentación. La dinámica de este ciclo depende de la estructura de la población, del juego y de la forma en que las estrategias se propagan [HS03].

En [SP73] no se especifica la dinámica del juego, recién en 1978 [TJ78] se presenta un modelo que relaciona la noción de una ESS con el equilibrio estable para esta dinámica, que más adelante recibe el nombre *"replicator dynamics"*. En ella, las frecuencias varían de acuerdo a la diferencia entre el pago de la estrategia y el pago promedio de la población, así; las estrategias con pago mayor al promedio se propagan en la población, mientras las demás disminuyen.

1.2 Origen y evolución de la cooperación

El origen y la evolución de la cooperación es un enigma que ha fascinado a los biólogos evolutivos por mucho tiempo. Cooperar implica para el individuo renunciar voluntariamente a parte de su aptitud para beneficiar a otros o al grupo, pero la selección natural es un proceso competitivo que conlleva a la supervivencia de los más aptos. Bajo estas condiciones, ¿cómo es posible que la cooperación exista y sobreviva?

En 1971 [Tri71], se introduce la idea de la cooperación dentro de la teoría de juegos cuando se identifica que la relación entre dos individuos expuestos a una situación recíproca y simétrica es análoga al juego que llaman el dilema del prisionero [Kuh09]. Luego, en 1981, se publica *"The Evolution of Cooperation"*

[1] Frecuencia: Proporción o porcentaje de individuos que utilizan una estrategia en relación al total de la población.

[AH81] donde se analiza la evolución de la cooperación utilizando el dilema del prisionero iterado, como forma de modelar la reciprocidad directa.

Para encontrar la estrategia que pudiera sostener la cooperación, se realizaron dos torneos con las estrategias enviadas por investigadores de diferentes áreas: economistas, sociólogos, biólogos evolutivos, politólogos, entre otras. En ambos casos la estrategia ganadora fue "ojo por ojo" (*Tit-for-Tat*), que consiste en cooperar en la primera vuelta y luego imitar el movimiento anterior del contrario; o sea, una estrategia de cooperación basada en la reciprocidad [AH81].

En [AH81] se analizó la estrategia de acuerdo a su robustez, estabilidad y viabilidad inicial y como resultado encontraron que "ojo por ojo" es capaz de invadir una población predominantemente no cooperativa (siempre que exista un punto de apoyo a través del mecanismo de selección por parentesco o agrupamiento de cooperadores), es capaz de prosperar en un ambiente variado y puede resistir la invasión de otras estrategias una vez que está totalmente establecida. Para definir su estabilidad se utilizó el concepto de la ESS. "Ojo por ojo" es una ESS si y solo si la probabilidad de que la interacción entre los individuos continúe en el tiempo es grande [AH81].

Sin embargo, el éxito de esta estrategia para promover la cooperación es mucho menor si el modelo se modifica para que intervengan más de dos jugadores. Para analizar la cooperación entre un grupo de individuos que no están relacionados se ha utilizado como marco los juegos de bienes públicos (*Public Good Games - PGG*) (véase Definición 4) o el dilema del prisionero para n-personas y se han propuestos mecanismos que promuevan y estabilicen la cooperación. Dos de ellos son la aplicación de un incentivo, sea este negativo (castigo) o positivo (recompensa) y la opción de no participar en el juego. Diversos modelos fueron desarrollados a lo largo del tiempo, que utilizan uno o ambos mecanismos ([HDHS02, Fow05, BHS06, HTB$^+$08, SU11, SBDS12]).

1.3 Originalidad y Relevancia

Las Juntas de Saneamiento (JS) son asociaciones civiles con personería jurídica que proveen servicio de agua potable y saneamiento. Son importantes porque mejoran la calidad de vida de los pobladores de las comunidades rurales. En conjunto proveen agua potable al 27,1% de la población del país [DGE12].

Algunas JS tienen problemas para enfrentar el costo del mantenimiento o reparación de equipos e infraestructura [FABG10]. La causa, a menudo es la alta tasa de morosidad; en [PNU08] se menciona a la falta de pago como uno de los principales obstáculos para la sostenibilidad de las JS.

Para encontrar una solución al problema de la morosidad, las JS tradicionalmente se basan en la experiencia de los miembros de la comunidad, en experiencias de otras comunidades o en análisis tradicionales. En este trabajo se analiza el estado del arte de la teoría de juegos evolutivos (TJE) y se la propone como un nuevo método para analizar el problema de la morosidad en las JS. Se utilizan datos reales y se los aplica en los modelos estudiados.

1.4 Objetivos del trabajo

- Analizar modelos que estudian la evolución de la cooperación utilizando la teoría de juegos evolutivos y los juegos de bienes públicos.

- Comparar y sistematizar los modelos para generar una tabla con características, que permita seleccionar los más convenientes en función de las necesidades de un problema específico de cooperación .

- Aplicar los modelos más adecuados al estudio de la cooperación en las juntas de saneamiento.

1.5 Organización del trabajo

En el Capítulo 2 se introducen los fundamentos (Sección 2.1), las definiciones, los conceptos (Sección 2.2) y la metodología (Sección 2.3) necesarios para describir los modelos de cooperación analizados en la Sección 2.4.

En el Capítulo 3 se describen las Juntas de Saneamiento, cómo se forman y se organizan. Igualmente se presenta el problema de la morosidad y cómo se podría utilizar la teoría de juegos evolutivos para analizarlo.

Los experimentos se presentan en el Capítulo 4. En la Sección 4.1 se comparan los modelos obteniéndose diagramas de fase que permiten comparar en forma cualitativa los resultados de los diferentes modelos para diversas condiciones iniciales. Asimismo, se discuten las soluciones y se presenta una tabla comparativa entre los modelos que ayudaría a decidir el tipo de modelo más adecuado para utilizar en un problema específico. En la Sección 4.2 se aplican los modelos escogidos al caso práctico de las Juntas de Saneamiento.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones y algunas recomendaciones generales.

Capítulo 2

MODELOS DE COOPERACIÓN

En este capítulo se introducen fundamentos, definiciones y se analizan algunos modelos; los mismos están ordenados en forma cronológica para mostrar como fue cambiando la forma de modelar la cooperación con el tiempo. En todos los casos se utiliza PGG para modelar el problema, la dinámica del replicador y una población no estructurada.

En la dinámica del replicador [1], las frecuencias de las diferentes estrategias en una población varían de acuerdo a la diferencia que existe entre el pago de la estrategia y el pago promedio de la población. Estrategias con pagos superiores al promedio son favorecidas y aumentan en la población. Las estrategias con pagos menores tienden a desaparecer.

Una población no estructurada es aquella en donde un individuo pueden interactuar con cualquier otro que forme parte de la población. En una población estructurada, en cambio, las interacciones están limitadas a los individuos que se encuentran próximos entre sí.

[1]Replicador: Cualquier entidad en el universo del que se hacen copias [Daw99].

2.1 Fundamentos

La cooperación se observa en todas los grupos de seres vivos. La existencia de la cooperación puede explicarse bajo ciertas circunstancias; la selección por parentesco (*kin selection*) [Ham64], la reciprocidad directa [Tri71, AH81], la reciprocidad indirecta [NS98] y la estructura de la población [NM92].

La selección por parentesco (*kin selection* o *inclusive fitness*) sostiene que la cooperación entre parientes se puede explicar porque los individuos comparten genes. La reciprocidad directa o cooperación mutua permite la persistencia de la cooperación entre individuos que interactúan repetidas veces a lo largo del tiempo. La reciprocidad indirecta se apoya en la reputación; un individuo que ayuda, obtiene una reputación que mejora su probabilidad de ser ayudado en el futuro. La estructura de la población también puede favorecer la cooperación, un grupo de cooperadores que frecuentemente interactúan por estar físicamente cerca (vecinos, familiares), pueden subsistir más fácilmente en una población con desertores.

Cada mecanismo tiene sus condiciones; la reciprocidad directa exige interacciones repetitivas y un grupo pequeño para promover la cooperación. La selección por parentesco necesita una carga genética común. La reciprocidad indirecta implica conocer la reputación de cada participante para decidir si se coopera o no y la estructura de la población se basa en que los individuos estén situados de forma específica en el espacio.

Sin embargo, ¿qué ocurre si el grupo de individuos es grande, no hay una estructura espacial y no son parientes entre sí? Para estudiar este problema se utilizan los juegos de bienes públicos (PGG) (véase Definición 4).

En el juego del bien público, la opción racional es no aportar y explotar [2] la contribución de los demás participantes, pero si todos actúan igual el resultado es

[2]Explotar: Sacar utilidad de un negocio o industria en provecho propio.

el estancamiento económico. Este resultado es conocido con diferentes nombres tales como dilema social (véase Definición 5), tragedia de los comunes (véase Definición 6), problema del *free-rider*, fracaso del mercado o trampa social (véase Definición 7).

Una forma de evitar este resultado en donde al final todos pierden es castigar a los desertores. El individuo que castiga debe contribuir tanto para el juego como para el castigo. En experimentos de PGG con castigo y sin castigo, se concluyó que las contribuciones aumentan si se castiga y disminuyen en caso contrario [FG02]. Esto ocurre incluso cuando los participantes no volverán a jugar con el mismo grupo y por lo tanto no se beneficiarán de la futura contribución de los que fueron castigados; por eso se lo denomina castigo altruista (véase Definición 8).

El castigo provoca el aumento de la contribución al juego produciendo un beneficio para todos los participantes. El sistema de castigo se convierte así en un bien público que puede ser explotado por los participantes que aportaron al juego pero no al castigo (explotadores de segundo orden o cooperadores). La opción racional es cooperar sin castigar porque el pago de los cooperadores es mejor; pero si los castigadores desaparecen se vuelve a la situación inicial donde los desertores aumentan, la contribución disminuye y la cooperación desaparece.

La opción sería que los castigadores castiguen tanto a los que desertan (explotadores de primer orden) como a los cooperadores que no castigan (explotadores de segundo orden). El castigo a los explotadores de segundo orden se conoce como castigo de segundo orden. Sin embargo, el castigo de segundo orden también tiene sus consecuencias negativas, puede llevar a la aparición de explotadores de tercer orden y así sucesivamente [Sig07].

Dos son los sistemas de castigo más utilizados en los modelos de evolución de la cooperación: *Peer-punishment* (véase Definición 9) y *pool-punishment* (véase Definición 10). El más utilizado en un principio en los PGG con castigo fue el *peer-punishment*, esta forma de castigo es personal y se podría comparar a una situación en donde las personas que se sienten explotadas toman la justicia en sus manos para defender sus intereses.

El *pool-punishment*; sin embargo, es impersonal, se aporta al pozo antes del PGG sin saber a quienes se les aplicará el castigo. Se considera como un paso hacia la formación de una institución sancionadora que se ocupa de defender el bien común [SHTS10].

Aunque la mayoría de los experimentos de PGG con castigo se basaron en *peer-punishment*, este mecanismo tiene sus limitaciones. Por un lado, una minoría de castigadores debe pagar un costo muy alto para imponer sanciones a un grupo compuesto en su mayoría por desertores y bajo esas condiciones los castigadores no pueden invadir [3] la población.

Por otra parte, en un grupo donde todos contribuyen, los castigadores y los cooperadores tienen el mismo pago porque no existen desertores a quienes castigar. Como el pago de ambas estrategias es el mismo no actúa sobre ellas la selección natural, pero es posible que los cooperadores aumenten en la población por deriva neutral (debida al azar), hasta el punto que cuando aparezcan los desertores, los castigadores ya no sean suficientes para resistir la invasión [SHTS10].

Si los castigadores no pueden invadir pero pueden ser invadidos, ¿cómo se puede explicar la aparición y el mantenimiento del castigo en una población? La pregunta de cómo surge la cooperación fue reemplazada por cómo surge el castigo [Col06].

Utilizando *pool-punishment*, tampoco se puede responder a esta pregunta. Esta forma de aplicar el castigo es inclusive menos eficiente que el *peer-punishment* porque se debe aportar al pozo que sirve para mantener el sistema sancionador aún cuando no existan desertores en el grupo.

El *pool-punishment* es ventajoso si en el juego existe el castigo de segundo

[3] Invadir: Entrar y propagarse en un lugar o medio determinados.

orden. Mientras que en el *peer-punishment* es imposible reconocer a los castigadores de los no castigadores hasta que termina el juego; en el *pool-punishment* el jugador debe declarar antes si va a castigar y esto conduce a un sistema más eficiente de castigo de segundo orden [SHTS10].

Así como se castiga a los desertores, también es posible recompensar a los cooperadores. Aunque la importancia de aplicar incentivos positivos (recompensa) o negativos (castigo) es bien conocida en las ciencias sociales, la recompensa como forma de mantener la cooperación no ha sido tan estudiada como el castigo [HS10].

Ambos métodos son más o menos eficientes dependiendo de las circunstancias; cuando hay muchos desertores y pocos cooperadores, castigar es caro y recompensar barato; mientras que cuando muchos cooperan y pocos desertan, ocurre lo contrario, castigar es barato y recompensar se vuelve caro. Siguiendo este pensamiento, la mejor forma de transformar un grupo de desertores en cooperadores sería utilizar primero la recompensa y luego el castigo [HS10].

Al igual que el castigo, la recompensa puede implementarse de dos formas, como *pool-rewarding* y *peer-rewarding*, dependiendo si la decisión de recompensar a los cooperadores se toma antes o después del juego.

Así como ocurre con el castigo, la recompensa, se convierte en un bien público al beneficiar a todos los que cooperan, pero es costoso para los que recompensan. Por lo tanto, los recompensadores pueden ser explotados por los cooperadores que se convierten en explotadores de segundo orden.

La participación voluntaria en el juego es otro factor importante en el estudio de la evolución y el mantenimiento de la cooperación. Este mecanismo permite evitar el resultado en el que los desertores dominan a la población. Como se muestra en [HDHS02] la opción de salir del juego, permite que la cooperación vuelva a surgir una y otra vez.

Se forma un ciclo tipo Roca - Papel - Tijera; cuando los cooperadores del grupo observan que el número de desertores aumenta y ya no es conveniente formar parte del emprendimiento, simplemente salen del juego, como resultado, los desertores que ya no reciben beneficios (porque disminuyó del número de aportantes) también disminuyen. El tamaño del grupo se reduce hasta que el PGG ya no constituye un dilema social y la cooperación vuelve a incrementarse dentro de la población. En [SKM03], se comprueba experimentalmente que la posibilidad de salir del juego genera este ciclo.

En los últimos años se ha investigado el efecto de combinar incentivos con la opción de salir del juego ([SHTS10, SBDS12]) y se encontró que es más sencillo alcanzar la cooperación en un juego voluntario que en uno compulsivo. La opción de salir del juego evita que los desertores dominen la población y sostiene la cooperación en el tiempo; luego, la aplicación de incentivos incrementa el porcentaje de cooperadores en el grupo al mismo tiempo que previene la reaparición de los desertores.

2.2 Definiciones y conceptos

A seguir las definiciones y conceptos utilizados en los modelos.

Definición 1. *Selección por grupo: Esta forma de selección supone que la selección natural actúa a nivel de grupos. Los grupos compiten por la supervivencia, los más aptos sobreviven y los menos aptos tienden a desaparecen.*

Es una teoría controversial en biología. Sugiere que la selección actúa no sólo a nivel de individuos sino también a nivel de grupos. La versión original (década del 60) se modificó y resurgió con el nombre de selección multinivel. Los detractores sostienen que los ejemplos de selección por grupo pueden explicarse igualmente con la selección por parentesco (*kin selection* o *inclusive fitness*). En relación al estudio del origen de la cooperación, dice que a nivel de grupos se favorece la cooperación, porque un grupo de cooperadores tiene un mejor pago que un grupo de desertores; sin embargo, dentro de cada grupo son favorecidos los desertores al tener mejor pago que los cooperadores [Lei10, Now06].

Definición 2. *Estrategia Evolutivamente Estable (ESS): Una estrategia determinada se define como ESS si todos los miembros de una población la adoptan y no puede ser invadida por una estrategia alternativa o "mutante"* [4] *[Smi86].*

Maynard Smith en [Smi86] define las condiciones necesarias para que una estrategia sea evolutivamente estable de la siguiente forma:

En una población existen dos estrategias. La estrategia I es una ESS utilizada por casi todos los individuos (con una frecuencia $1-p$ dentro de la población) y J es la estrategia mutante con una frecuencia p muy baja dentro de la población ($p \ll 1$).

El pago (*payoff*) obtenido cuando un individuo que adopta la estrategia I juega contra otro que utiliza la estrategia J está representado por $E(I,J)$. El pago obtenido cuando un individuo que adopta la estrategia J juega contra otro que utiliza la estrategia I está representado por $E(J,I)$.

La aptitud (*fitness*) (W) de las estrategias I y J está dado por:

$$W(I) = W_0 + (1-p)E(I,I) + pE(I,J), \quad (2.1)$$

$$W(J) = W_0 + (1-p)E(J,I) + pE(J,J), \quad (2.2)$$

donde W_0 es el la aptitud de los individuos antes del juego.

Como I es una estrategia evolutivamente estable, la aptitud de los individuos I debe ser mayor que la de los individuos J ($W(I) > W(J)$), en caso contrario la estrategia J podría invadir y la estrategia I no sería una ESS.

Como la frecuencia p es muy baja, casi cercana a 0, para que I sea una ESS

[4] Mutante: Que muta. Mutar: Mudar, cambiar, variar. En este caso se refiere a una estrategia diferente a la utilizada por la población.

ante la estrategia J ($J \neq I$), debe ocurrir que:

$$E(I,I) \quad > \quad E(J,I) \text{ } o \tag{2.3}$$

$$E(I,I) \quad = \quad E(J,I) \text{ } y \text{ } E(I,J) > E(J,J), \tag{2.4}$$

Estas son las dos condiciones llamadas estándar para que una estrategia sea evolutivamente estable. Este modelo supone enfrentamientos al azar, entre pares, reproducción asexuada y una población grande [Smi86].

En [San98] se explica este concepto de la siguiente forma: se puede decir que una estrategia es evolutivamente estable si: 1. Es la mejor respuesta[5] a sí misma y 2. Es la mejor respuesta a mejores respuestas alternativas, de lo que ellas son para sí mismas.

El ejemplo clásico utilizado por Maynard Smith [Smi82, Smi86] para explicar los conceptos de la teoría de juegos evolutivos y la ESS, es el juego "Halcón - Paloma" . En este juego, dos individuos de una misma especie pelean por un recurso.

Cada uno de los individuos puede utilizar la estrategia halcón o la estrategia paloma. El halcón pelea hasta que el adversario esté herido y se deba retirar, o bien hasta que él mismo se vea forzado a retirarse. La paloma despliega señales al adversario pero se retira antes de sufrir daño si el oponente utiliza la estrategia halcón. Si dos palomas se enfrentan, ambos comparten el recurso.

Entre los individuos no hay diferencias perceptibles (como por ejemplo tamaño, sexo o edad) que pueda llevar a los participantes a modificar la estrategia elegida.

El valor del recurso por el que están peleando vale V y el costo de resultar herido es igual a $-C$. En general se considera que el costo de resultar herido es mayor que el valor del recurso ($C > V$). En caso contrario, si el valor del recurso sea mayor que el costo de atacar ($V > C$), vale la pena arriesgarse a ser lastimado

[5]Mejor respuesta: Estrategia que produce el mejor pago para el jugador de acuerdo a su creencia de lo que harán sus oponentes.

para obtener el recurso y entonces la ESS es la estrategia Halcón [Smi82].

Los pagos del juego se puede ver en la Tabla 2.1. Representa al pago que recibe un individuo que juega la estrategia de la izquierda cuando se enfrenta con uno que juega la estrategia de arriba:

Tabla 2.1: Halcón - Paloma I

	Halcón (H)	Paloma (P)
Halcón (H)	$(V-C)/2$	V
Paloma (P)	0	$V/2$

Los valores utilizados en el modelo presentado en [Smi82, Smi86] son $V = 2$ y $C = 4$ ($C > V$). Con estos valores, la tabla de pagos resultante se puede ver en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: : Halcón - Paloma II

	Halcón (H)	Paloma (P)
Halcón (H)	-1	2
Paloma (P)	0	1

Para estos valores de V y C, ni la estrategia halcón, ni la estrategia paloma son evolutivamente estables. Una población compuesta de halcones sería invadida por palomas porque $E(H,H) < E(P,H)$. De igual forma, una población compuesta por palomas sería invadida por halcones porque $E(P,P) < E(H,P)$.

La ESS posible para este juego utilizando estos valores de V y C, es una ESS mixta. En una ESS mixta, un individuo utiliza más de una estrategia, cada una de ellas con una probabilidad definida. En [Smi82] se demuestra que para estos valores la ESS consiste en utilizar la estrategia halcón con una probabilidad de 1/2 y la estrategia paloma con una probabilidad de 1/2.

Una ESS es un refinamiento del equilibrio de Nash (véase Definición 11). Toda ESS está en equilibrio de Nash, pero no todas las estrategias en equilibrio de Nash son ESS. Una ESS es estable y no puede ser invadida por una estrategia alternativa mientras que una estrategia en equilibrio de Nash puede ser sólo neutralmente estable para una desviación unilateral del equilibrio y permitir que una estrategia mutante ingrese a la población [AD88]. En [GC00] se describe al equilibrio de Nash como estable si una desviación unilateral reduce el pago del individuo y se describe al equilibrio de Nash como neutralmente estable si una desviación unilateral no modifica el pago del individuo.

El aspecto matemático de la ESS se ha vuelto un campo independiente de investigación que incluye a la teoría de juegos y a los sistemas dinámicos. Esto se debe las características de una ESS; una ESS está en equilibrio de Nash y además tiene la cualidad de ser estable [Tho85].

Una definición alternativa de la ESS adaptada de [Tho85].

$$E(I,I) \geq E(J,I) \text{ y} \tag{2.5}$$

$$E(I,J) > E(J,J), \tag{2.6}$$

Esta definición realza que una ESS está en equilibrio de Nash y favorece la definición de conceptos relacionados tales como ESS débil (*weak ESS*) y conjunto evolutivamente estable (*Evolutionarily stable set*).

Definición 3. *Aptitud (fitness): Contribución genética de un individuo a las generaciones ulteriores, en relación a las contribuciones de otros individuos de la población [Cur87, p. 1189].*

Definición 4. *Juego del Bien Público (PGG): Es un estándar en economía experimental. Dos o más personas ($n \geq 2$) forman un grupo para realizar un proyecto. Cada participante recibe un monto de dinero y debe decidir en simultáneo con los demás que cantidad del monto recibido quiere aportar al proyecto grupal. El dinero recolectado se multiplica por un número b (factor de multiplicación) que debe ser mayor que 1 pero menor que n. La suma total obtenida corresponde al ingreso del proyecto y es distribuido equitativamente entre los n miembros del grupo, sin importar su aporte [FF04].*

Cada individuo recibe como retorno del juego b/n UMs (Unidad Monetaria) por cada UM que aportó al proyecto. Como sólo se recupera una fracción de cada UM invertida (porque $b < n$) la elección racional es no aportar y recibir los beneficios de los aportes de los demás; sin embargo, si todos actúan de la misma forma el resultado es que ninguno puede aumentar su capital inicial.

El dilema del prisionero es un caso especial del PGG con $n = 2$ donde el jugador tiene dos opciones, contribuir todo (cooperar) o nada (desertar). El PGG puede ser voluntario (VPGG) si los jugadores tienen la opción de no participar y compulsivo (CPGG) en caso contrario. Un ejemplo de los CPPG son los problemas ambientales globales.

Definición 5. *Dilema Social: Está definido por dos propiedades: (a) El pago que recibe cada individuo por desertar es mayor que el pago que recibe por cooperar, independientemente de lo que los demás individuos de la sociedad hagan (desertar es la estrategia dominante del juego), y (b) Todos reciben un mejor pago si todos cooperan que si todos desertan. La sobre explotación de recursos y la contaminación son dilemas sociales [Daw80].*

Un ejemplo del dilema social es el dilema del prisionero. El dilema del prisionero clásico se describe de la siguiente forma [Vel06]: Dos hombres son arrestados por robo y acuerdan en secreto que ninguno de los dos confesará que cometió el robo.

Los hombres dentro de la comisaría no pueden comunicarse entre sí. El policía que los detiene les dice a cada uno de ellos lo mismo. Si ninguno admite haber robado, ambos tendrán como pena un año en prisión. Si ambos confiesan haber robado, la pena será de dos años de prisión. Pero si uno confiesa haber robado y el otro lo niega. El primero saldrá libre y el segundo tendrá una pena de tres años de cárcel.

Si ninguno confiesa, significa que están cooperando entre sí. Si uno de ellos confiesa está desertando, está rompiendo el trato. Como no pueden saber si la otra parte confesará o no (desertará del acuerdo o mantendrá el acuerdo). La opción racional es confesar tanto si el otro confiesa (en ese caso, pasarán ambos dos años en la cárcel) como si el otro no confiesa (en ese caso él por desertar saldrá libre y el otro por cooperar pasará tres años en la cárcel).

Sin embargo, si se tiene en cuenta el grupo y no sólo el individuo, ambos estarían mejor si cooperaran (mantuvieran el acuerdo) que si desertaran. En el primer caso ambos pasarían un año en la cárcel, en el segundo caso, ambos pasarían dos años en prisión.

Definición 6. *Tragedia de los comunes: Es un dilema social que ocurre cuando una acción que beneficia a algunos miembros de la comunidad en un periodo corto de tiempo, resulta perjudicial para el bienestar de la comunidad a largo plazo [Psy].*

En el artículo del mismo nombre [Har68] se explica el concepto utilizando el siguiente ejemplo: En un campo de pastoreo comunal, cada criador buscará mantener el mayor número posible de animales en el terreno a fin de maximizar sus ganancias. Este arreglo funciona mientras no se sobrepase la capacidad de carga del lugar y aparezcan las consecuencias del sobrepastoreo.

Agregar un animal más a su rebaño tiene un lado positivo y otro negativo para el criador; aumenta su ganancias pero disminuye la calidad del terreno. Como las ganancias por la venta del animal las recibe únicamente el dueño pero los efectos negativos del sobrepastoreo se comparte entre todos; la pérdida es una pequeña parte de la ganancia, y cada criador decide aumentar cada vez más su rebaño. Este comportamiento lleva finalmente a la destrucción del bien.

Definición 7. *Trampa Social: Ocurre cuando un comportamiento que resulta en una recompensa inmediata conlleva un castigo a largo plazo.*

Definición 8. *Castigo altruista: Cuando el castigo es costoso para el individuo que lo aplica y no le reporta ningún beneficio.*

Definición 9. *Peer-punishment (Castigo por pares): Después de terminado el PGG (cuando ya se han repartido los beneficios provenientes del juego a todos los participantes), los individuos deciden si van a aplicar el castigo a los explotadores.*

Definición 10. *Pool-punishment (Castigo por pozo): Los participantes deben decidir si aportan a un pozo que se utiliza para castigar a los desertores (punishment pool) antes de aportar al PGG. El monto del castigo está determinado por el tamaño del pozo [SHTS10].*

Definición 11. *Equilibrio de Nash: Es una combinación de estrategias para los jugadores de un juego, tal que la estrategia de cada jugador es la mejor respuesta a las estrategias de los demás jugadores [DR98]. De esta forma ningún jugador tendrá incentivos para cambiar su estrategia en forma unilateral.*

Definición 12. *Bien Público: Son aquellos bienes que se disfrutan en común, de forma que, el consumo del bien por parte de cada uno de los individuos no produce la disminución del consumo del bien de cualquiera de los demás [Sam54].*

Concepto de estabilidad En un sistema dinámico, punto fijo (punto de equilibrio o punto estacionario) se refiere a los puntos donde la velocidad del sistema es cero, es decir; si el sistema es modelado por la ecuación

$$\dot{x} = f(x)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ $(x = x_1, ..., x_n)$, entonces los puntos de equilibrio son los puntos que verifican

$$f(x^*) = 0$$

Un punto fijo puede ser caracterizado de acuerdo al comportamiento de las soluciones o trayectorias en su vecindad. Decimos que un punto fijo es asintóticamente estable (un atractor) si todas las soluciones o trayectorias en su vecindad tienden al punto fijo cuando el tiempo tiende al infinito, es decir

$$x^* = \lim_{t\to\infty} x(t) \qquad \text{si } x(t) \in V(x^*), \text{ donde } V(x^*) \text{ representa la vecindad de } x^*.$$

Por otra parte un punto fijo se denomina estable si la respuesta del sistema ante una pequeña perturbación permanece pequeña cuando $t \to \infty$.

Un punto fijo se denomina inestable (una fuente o repulsor) si ante una pequeña perturbación la respuesta del sistema aumenta la perturbación cuando $t \to \infty$.

En un sistema dinámico, la estabilidad estructural del sistema trata de la robustez del diagrama de fases (es decir de las soluciones o trayectorias). Un sistema es estructuralmente estable si para cualquier perturbación suficientemente pequeña de las ecuaciones que lo definen, el flujo resultante es topológicamente equivalente a aquel de las ecuaciones sin perturbar. A la pérdida de la estabilidad estructural de un sistema se le denomina bifurcación.

Cuando ocurre una bifurcación el diagrama de fases cambia cualitativamente; pueden aparecer nuevos puntos fijos y los puntos ya existentes pueden pasar de ser estables a volverse inestables o viceversa.

2.3 Metodología

2.3.1 Dinámica del replicador

Los modelos estudiados utilizan la dinámica del replicador conocido en la literatura como "*replicator dynamics*" [TJ78]. Esta dinámica modela la selección natural dependiente de la frecuencia en una población infinita sin mutación. Las frecuencias varían de acuerdo a la diferencia entre el pago de la estrategia y el pago promedio de la población de acuerdo a la fórmula:

$$\dot{x}_i = x_i(P_i - \bar{P}), \tag{2.7}$$

donde x_i es la frecuencia de la estrategia i, P_i es el pago de la misma , $\bar{P}$ es el pago promedio de todas las estrategias dado por $\bar{P} = \sum P_i x_i$ y $\dot{x}_i$ es la tasa de crecimiento de la estrategia i. La suma de las frecuencias de las estrategias debe ser igual a 1.

2.3.2 Flujo de datos y algoritmo

Para realizar la simulación se debe ingresar las frecuencias iniciales de las estrategias y los parámetros. Los parámetros varían de un modelo a otro. Los datos ingresados son necesarios para calcular el pago de cada estrategia y el pago promedio de la población.

Para aplicar la dinámica del replicador se utilizó el método Runge Kutta. Como salida se obtiene los vectores con las frecuencias de cada estrategia y el vector tiempo. Las frecuencias se ingresan luego al programa que genera el gráfico ternario

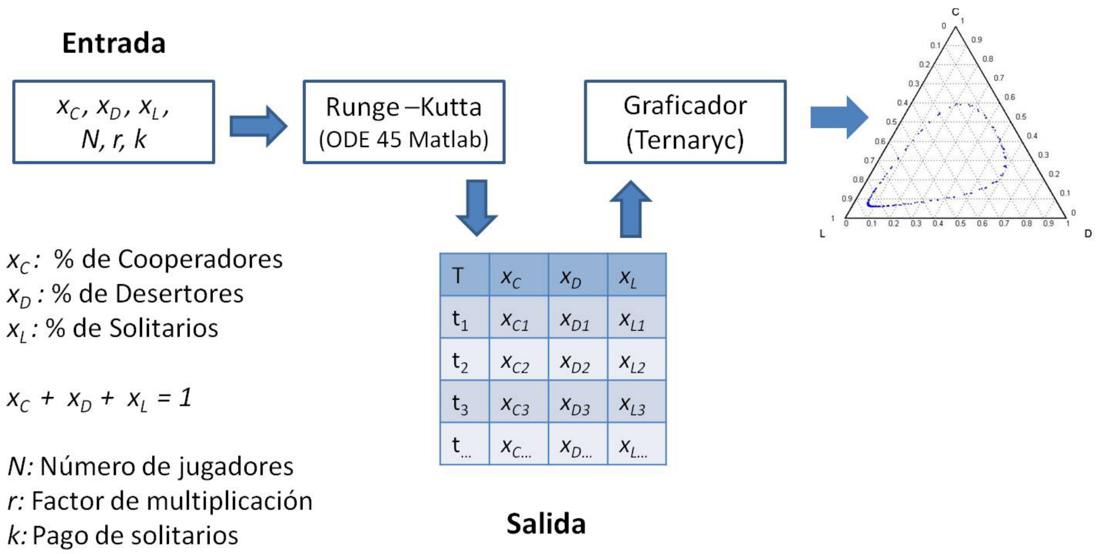


Figura 2.1: Flujo de datos

Entrada: N número de participantes, r factor de multiplicación, σ pago de los solitarios, x_c frecuencia de cooperadores, x_d frecuencia de desertores, x_l frecuencia de solitarios

Salida: x_{c1}, x_{c2}, ..., $x_{c...}$ frecuencia de cooperadores, $x_{d1...}$, x_{d2}, ..., $x_{d...}$ frecuencia de desertores, $x_{l1...}$, x_{l2}, ..., $x_{l...}$ frecuencia de solitarios, $t_{1...}$ tiempo

mientras *existan más* x_c, x_d *y* x_l **hacer**

Aplicar la dinámica del replicador utilizando el método Runge-Kutta

Almacenar resultados

fin_mientras

Llamar al graficador

Algoritmo 1: Modelo 1

2.3.3 Gráfico ternario

El gráfico ternario (Figura 2.2) permite representar gráficamente los valores de tres variables utilizando un triángulo equilátero. En este caso se utiliza para graficar a las tres estrategias: Cooperadores (C), desertores (D) y solitarios (L). La suma de las frecuencias de las tres estrategias es igual a 1 (100%).

Cada uno de los vértices representan el 100% de una estrategia. En el punto C, por ejemplo, la población está compuesta exclusivamente por cooperadores. El lado del triángulo opuesto a ese vértice representa el 0% de la estrategia; si una población se encuentra sobre la línea LD en la misma no existen cooperadores, pero si desertores y solitarios.

Un punto que se encuentre dentro del triángulo representa a una población en donde están presentes las tres estrategias. Para conocer la proporción de cada una se debe leer los tres lados del triángulo como se muestra en la Figura 2.2.

Un gráfico ternario es un diagrama de fases que muestra todos los estados posibles del sistema. Un diagrama de fases completo está compuesto por varios

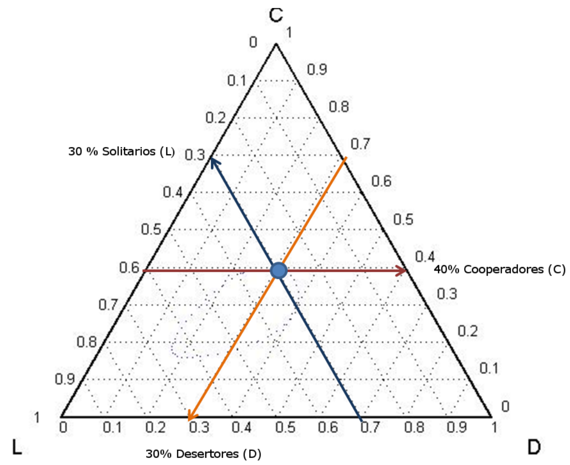


Figura 2.2: Gráfico ternario

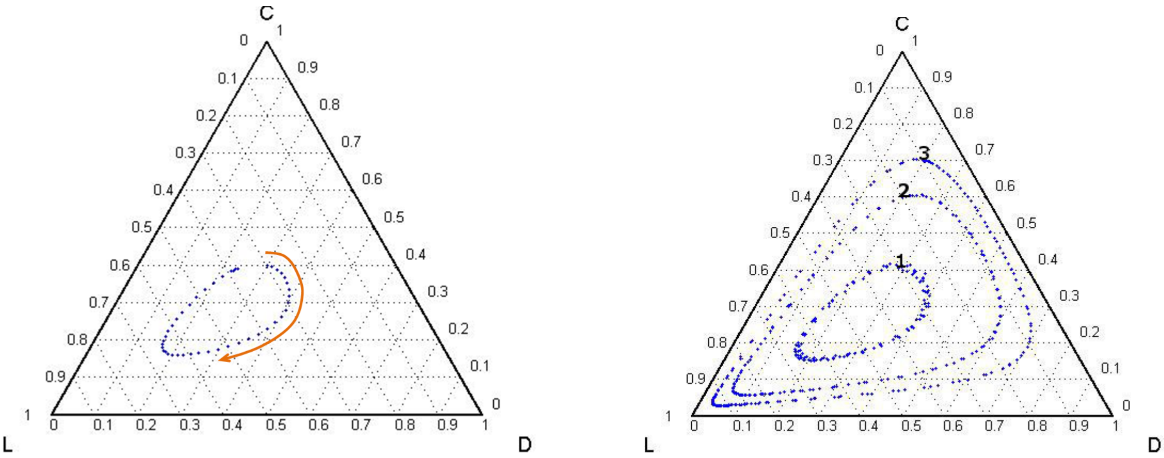
puntos de equilibrio y líneas de flujo que unen los diferentes diagramas locales.

Si se toma un valor inicial para cooperadores, desertores y solitarios se puede observar como evoluciona la población en el tiempo siguiendo la trayectoria de fase.

En la Figura 2.3 (a) se muestra un ejemplo. Como punto de partida se toma una población con 40% de cooperadores, 30% de desertores y 30% de solitarios. Se puede observar como las frecuencias de las estrategias varían con el paso del tiempo. Esto refleja el comportamiento de la población. En este caso, una población que se inicia con una mayoría de cooperadores, con el tiempo pasa a estar compuesta mayoritariamente por desertores y más adelante se compone principalmente de solitarios. Se forma un ciclo, en donde cada una de las estrategias domina a una de las demás estrategias, pero es a su vez dominada por la tercera.

En la Figura 2.3 (b) se toman varios puntos de partida. El punto 1 con 40% de cooperadores, 30% de desertores y 30% de solitarios. El punto 2, con 60% de cooperadores, 20% de desertores y 20% de solitarios. Finalmente, el punto 3 con 70% de cooperadores, 20% de desertores y 10% de solitarios

Otra forma de visualizar los resultados es el gráfico de las estrategias en función al tiempo. En la Figura 2.4 se puede ver la simulación para los mismos valores de la Figura 2.3 (a). La estrategia cooperadores que es mayoría al



(a) (b)

Figura 2.3: (a) Simulación con un punto inicial. Valores iniciales: 40% de cooperadores, 30% de desertores y 30% de solitarios. (b) Simulación con varios puntos iniciales. Valores iniciales. Punto 1: 40% de cooperadores, 30% de desertores y 30% de solitarios. Punto 2: 60% de cooperadores, 20% de desertores y 20% de solitarios. Punto 3: 70% de cooperadores, 20% de desertores y 10% de solitarios

iniciar la simulación es superada por la estrategia desertores y más adelante por la estrategia solitarios. Al igual que con el gráfico ternario se puede observar el ciclo de dominancia entre las tres estrategias.

2.4 Modelos de estudio

Modelo 1. En [HDHS02], se propone que la participación en el juego sea voluntaria. En el modelo se supone que la población es de gran tamaño y que esta compuesta por cooperadores "c", desertores "d" y solitarios "l". Cada tanto se ofrece a una muestra aleatoria de N individuos la oportunidad de participar del PGG. Los cooperadores y desertores aceptarán y los solitarios rechazarán la oferta [HDHS02]. El pago de cada una de las estrategias está dado por las fórmulas:

$$P_d = \sigma x_l^{N-l} + r\frac{x_c}{1-x_l}\left(1-\frac{1-x_l^N}{N(1-x_l)}\right), \tag{2.8}$$

$$P_c = P_d - (r-1)x_l^{N-1} + \frac{r}{N}\frac{1-x_l^N}{(1-x_l)} - 1, \tag{2.9}$$

$$P_l = \sigma, \tag{2.10}$$

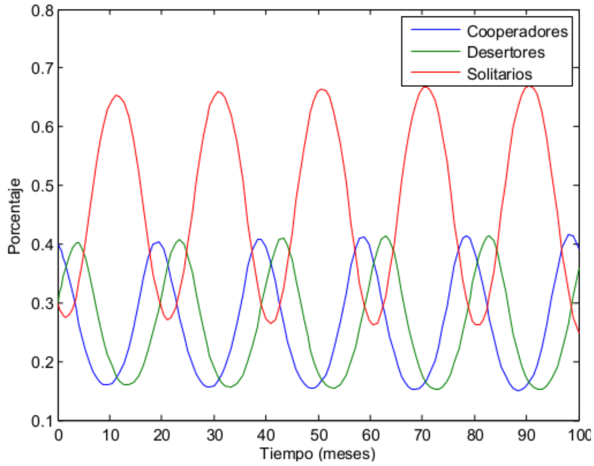


Figura 2.4: Gráfico de porcentaje de estrategias en función del tiempo. Valores iniciales: 40% de cooperadores, 30% de desertores y 30% de solitarios.

donde x_c, x_d y x_l son las frecuencias de los cooperadores, desertores y solitarios $(x_c + x_d + x_l = 1)$; r es el factor de multiplicación y N es el grupo muestra[6] de individuos seleccionados para participar del juego. Los solitarios tienen un pago fijo σ que no depende de los demás. Si sólo un individuo decide jugar, su pago es igual al de un solitario.

Se supone que r es mayor a 1, así, si todos cooperan están mejor que si todos desertan y que σ es menor que el pago obtenido por un grupo compuesto por cooperadores pero mayor que el de un grupo de desertores $(0 < \sigma < (r-1)c)$. El costo de contribuir c se normaliza a 1.

Las tres estrategias generan un ciclo tipo Roca-Papel-Tijera, donde los cooperadores son invadidos por desertores, los desertores por los solitarios y los solitarios por los cooperadores [HDHS02].

El efecto de incluir a los solitarios en el PGG, consiste en que los desertores ya no pueden dominar la población y la cooperación se mantiene en cierta proporción a lo largo del tiempo. La dinámica Roca-Papel-Tijera resultado de la posibilidad de abstenerse en un PGG fue comprobado experimentalmente en [SKM03].

Modelo 2. Con el Modelo 1, las tres estrategias coexisten; no dominan los

[6]Grupo muestra: Individuos seleccionados al azar de la población total a los que se les ofrece participar del PGG.

desertores, pero tampoco los cooperadores. Una forma de reforzar la cooperación consiste en incluir una cuarta estrategia; los castigadores “p” con el propósito de castigar a los desertores y a los cooperadores que no castigan. De acuerdo a este modelo [Fow05], el castigo puede emerger en una población donde los individuos no tienen incentivo para contribuir ni para castigar a los que no contribuyen. Los castigadores ingresan y dominan la población de cooperadores, desertores y solitarios. Los pagos de las estrategias están definidos por:

$$
\begin{aligned}
P_d &= r\frac{x_c + x_p}{1 - x_l} - px_p, && (2.11)\\
P_c &= r\frac{x_c + x_p}{1 - x_l} - c - \alpha p x_p, && (2.12)\\
P_l &= \sigma, && (2.13)\\
P_p &= r\frac{x_c + x_p}{1 - x_l} - c - kx_d - \alpha k x_c, && (2.14)
\end{aligned}
$$

donde x_c, x_d, x_l y x_p son las frecuencias de cooperadores, desertores, solitarios y castigadores ($x_c + x_d + x_l + x_p = 1$); r es el factor de multiplicación, σ es el pago fijo de los solitarios, c es el monto que aportan los cooperadores y castigadores.

Se castiga tanto a los desertores como a los cooperadores que no castigan (castigo de segundo orden). Cada castigador paga un costo k para producir el castigo p a los desertores. El castigo de segundo orden es una fracción α ($0 < \alpha < 1$) del castigo a los desertores; cada castigador paga αk para producir el castigo αp a los cooperadores que no castigan.

Los parámetros deben ser todos positivos, el beneficio neto para la población de una contribución individual debe superar el pago de un solitario ($r - c > \sigma$) y el castigo debe ser mayor que el monto que se aporta al juego ($p > c$).

La opción de salir (de ser un solitario) evita que el juego sea dominado por los desertores, y los castigadores, al tener mejor pago que los solitarios pueden evolucionar en la población. En [Fow05] se sugiere que con la evolución del castigo, el ciclo de dominancia que existe en un VPGG debería desaparecer.

Como se menciona en [Fow05] se pueden presentar objeciones al modelo: por un lado, no es frecuente observar en experimentos de laboratorio el castigo de segundo orden y por otra parte, una población de castigadores puede ser a su vez invadida por castigadores que castiguen menos (con menor α).

Modelo 3. En [BHS06], se cuestiona el resultado obtenido por el Modelo 2, donde los castigadores ingresan y dominan a la población. Esto ocurre porque se permite que el PGG sea jugado por un sólo participante; el pago de este único jugador es mayor que el de los solitarios e igual al de un grupo de cooperadores, de esta forma un solo cooperador o un solo castigador puede invadir una población de solitarios [BHS06]. En este modelo, se utilizan las expresiones x_l^{N-1} y $(1-x_d)^{N-2}$ para cubrir estos casos, se modifican las fórmulas y se proponen los siguientes pagos:

$$\begin{aligned}
P_d &= \sigma x_l^{N-1} + r(x_c + x_p)F_N(l) - \beta x_p(N-1), && (2.15)\\
P_c &= \sigma x_l^{N-1} + (r-1)(1-x_l^{N-1}) - r x_d F_N(l) \\
&- \alpha\beta x_p(N-1)[1-(1-x_d)^{N-2}], && (2.16)\\
P_l &= \sigma, && (2.17)\\
P_p &= \sigma x_l^{N-1} + (r-1)(1-x_l^{N-1}) - r x_d F_N(l) \\
&- \alpha\gamma x_c(N-1)[1-(1-x_d)^{N-2}] \\
&- \gamma x_d(N-1), && (2.18)
\end{aligned}$$

con

$$F_N(l) := \frac{1}{1-x_l}\left(1 - \frac{1-x_l^N}{N(1-x_l)}\right) \quad (2.19)$$

donde $x_c + x_d + x_l + x_p = 1$ y N es el número de individuos que participan del PGG; si un sólo un jugador participa, su pago se ve reducido al de un solitario. Los castigadores reducen β del pago de los desertores y $\alpha\beta$ del de los cooperadores que no castigan a un costo γ y $\alpha\gamma$ respectivamente. Se supone que el aporte de los cooperadores y castigadores al juego c es igual a 1, que $N > r > (1 + \sigma)$ y $\beta > \alpha > 0$.

Como explica [BHS06], este modelo, muestra un comportamiento biestable[7]; dependiendo de las condiciones iniciales el sistema converge a un equilibrio de Nash con cooperadores y castigadores o a un estado donde los castigadores desaparecen y se vuelve al ciclo de dominancia de solitarios, cooperadores y desertores.

Modelo 4. En este modelo [HTB$^+$08], se estudia como varía el efecto obtenido al combinar la participación voluntaria y el castigo, dependiendo si la población es finita o infinita. Se utilizan las cuatro estrategias: cooperadores “c”, desertores “d”, solitarios “l” y castigadores “p”. Un grupo de N individuos es seleccionado al azar. Los cooperadores, desertores y castigadores participan del juego mientras los solitarios obtienen un pago σ fijo e independiente, si un solo jugador decide participar su pago se ve reducido al de los solitarios. El aporte de los cooperadores y castigadores al juego es c. Los castigadores imponen una multa β a los desertores a un costo personal γ, con $\beta > \gamma$. Los cooperadores que no castigan también son castigados pero la multa y el costo se ve reducido a $\alpha\beta$ y $\alpha\gamma$ donde $0 \leq \alpha \leq 1$.

El pago de los solitarios se supone, es menor que el de un grupo de cooperadores, pero mayor que el de un grupo de desertores $(r - 1)c > \sigma > 0$. El factor r debe ser menor que N, para analizar el origen y la evolución de la cooperación cuando existe el dilema social; en caso contrario la mejor opción es siempre cooperar [HTB$^+$08].

Población infinita. Para analizar el caso de población infinita se utiliza la

[7] Un sistema biestable tiene dos estados estables y uno inestable (umbral) que los separa.

dinámica del replicador; los pagos promedios de cada estrategia están dados por:

$$
\begin{aligned}
P_d &= x_l^{N-1}\sigma + B - x_p(N-1)\beta, & (2.20)\\
P_c &= x_l^{N-1}\sigma + B - F(l)c - x_p(N-1)G(d)\alpha\beta, & (2.21)\\
P_l &= \sigma, & (2.22)\\
P_p &= x_l^{N-1}\sigma + B - F(l)c - x_d(N-1)\gamma & \\
&- x_c(N-1)G(d)\alpha\gamma, & (2.23)
\end{aligned}
$$

con

$$
\begin{aligned}
B &= rc\frac{x_c + x_p}{1 - x_l}\left(1 - \frac{1 - x_l^N}{N(1 - x_l)}\right), & (2.24)\\
F(l) &= 1 + x_l^{N-1} - (r-1) - \frac{r}{N}\frac{1 - x_l^N}{(1 - x_l)}, & (2.25)\\
G(d) &= 1 - (1 - x_d)^{N-2}, & (2.26)
\end{aligned}
$$

donde $x_c + x_d + x_l + x_p = 1$; B es el retorno promedio del juego para los desertores, $F(l)$ indica la diferencia de pagos entre los que contribuyen (cooperadores y castigadores) y los desertores antes del castigo y $G(d)$ la probabilidad de que los cooperadores (que no castigan) sean encontrados y castigados.

Población finita. El análisis de poblaciones finitas se basa en el proceso de Moran ([TFSN04]) que se usa para describir procesos en biología y consiste en seleccionar al azar a un individuo de una población con una probabilidad proporcional a su aptitud; este individuo produce un clon que reemplaza en la población a otro individuo seleccionado al azar independientemente de su aptitud.

De acuerdo a [HTB+08], este modelo se puede representar de igual manera al ser un proceso de imitación donde un individuo seleccionado al azar adopta la estrategia de otro individuo seleccionado con una probabilidad proporcional a su aptitud y donde las mutaciones corresponden a individuos que experimentan al azar con diferentes estrategias.

En el juego, N individuos son seleccionados al azar de una población de tamaño M donde $N = n_c + n_d + n_l + n_p$ y $M = C + D + L + P$. La probabilidad de interactuar en un grupo de n_c cooperadores, n_d desertores, n_l solitarios y n_p castigadores está dado por [HTB+08]

$$H(C, n_c, D, n_d, L, n_l, P, n_p) = \frac{\binom{C}{n_c}\binom{D}{n_d}\binom{L}{n_l}\binom{P}{n_p}}{\binom{M}{N}}. \tag{2.27}$$

Los pagos promedios de las estrategias para un grupo de tamaño S ($S = n_c + n_d + n_p$) son:

$$\begin{aligned}
P_D &= \frac{\binom{L}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}\sigma + B - \frac{P}{M-1}(N-1)\beta, && (2.28)\\
P_C &= \frac{\binom{L}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}\sigma + B - F(L)c - \frac{P}{M-1}(N-1)... \\
&... \; G(D)\alpha\beta, && (2.29)\\
P_L &= \sigma, && (2.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_P &= \frac{\binom{L}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}\sigma + B - F(L)c - \frac{D}{M-1}(N-1)\gamma \\
&- \frac{C}{M-1}(N-1)G(D)\alpha\beta, && (2.31)
\end{aligned}$$

con

$$
\begin{aligned}
B &= rc\frac{C+P}{M-L-1}\left(1-\frac{1}{N(M-L)}\ \cdots\right.\\
&\cdots\ \left.\left(M-(L-N+1)\frac{\binom{L}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}\right)\right), && (2.32)\\
F(L) &= 1-\frac{r}{N}\frac{M-N}{M-L-1}+\frac{\binom{L}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}\left(\frac{r}{N}\frac{L+1}{M-L-1}\right.\\
&+\ \left. r\frac{M-L-2}{M-L-1}-1\right), && (2.33)\\
G(D) &= 1-\frac{M-1}{M-D-1}\frac{\binom{M-D-1}{N-1}}{\binom{M-1}{N-1}}. && (2.34)
\end{aligned}
$$

Los mecanismos de abstención y castigo producen diferentes resultados de acuerdo al tamaño de la población. Si es infinita, el sistema es biestable y depende de las condiciones iniciales para que desaparezcan los castigadores y se tenga un ciclo de dominancia entre las estrategias o se forme una mezcla neutral de cooperadores y castigadores [HTB$^+$08].

En una población finita, la abstención posibilita el establecimiento del castigo. El estado "100% solitarios" actúa como un punto de inflexión donde el sistema puede cambiar al estado de cooperación o de castigo con igual probabilidad [HTB$^+$08]. Cuando el número de participantes es pequeño existe la posibilidad que por pura casualidad el grupo esté compuesto mayoritariamente por cooperadores o castigadores. Ambas estrategias tienen un pago superior al pago de los solitarios y por esta razón aumentan en la población.

La diferencia está en que una población compuesta principalmente por cooperadores es fácilmente invadida por desertores y como resultado se vuelve al ciclo de cooperadores, desertores y solitarios. En cambio una población con mayoría de castigadores es más estable; para ser invadida, primero los cooperadores deben aumentar en número por la deriva al azar que es un proceso más lento y ahí recién los desertores pueden invadir a la población[HTB$^+$08].

Modelo 5. En ciertas circunstancias el juego de bienes públicos es compulsivo (CPPG) y el jugador forma parte del juego, tanto si desea como si no. Esto ocurre por ejemplo con los problemas de contaminación y sobre explotación de recursos naturales a nivel global. En [SU11] se modela el juego compulsivo y se usa un fondo de recompensa (incentivo positivo) como mecanismo para mantener la cooperación.

En este modelo hay tres estrategias, los recompensadores “r”, los cooperadores “c” y los desertores “d”, donde $x_r + x_c + x_d = 1$. De la población total, se seleccionan al azar grupos de N individuos (con $N \geq 2$). Los cooperadores y recompensadores aportan c_1 ($c_1 > 0$) al juego. El monto obtenido se multiplica por r_1 (con $r_1 > 1$) y se divide entre los jugadores de dos formas diferentes. Si cada jugador recibe nuevamente una parte de su aporte se trata de altruismo débil y el fondo se divide entre todos los participantes (N), si es altruismo fuerte el monto se divide entre $N-1$ individuos. El PGG con altruismo fuerte es un dilema social para cualquier valor de r_1, con altruismo débil, es un dilema social si $r_1 < N$ [SU11].

A los jugadores se le pide además que contribuyan con c_2 ($c_2 > 1$) para un fondo destinado a las recompensas, los que aportan son llamados recompensadores. El monto obtenido se multiplica por r_2 ($r_2 > 1$) y se distribuye equitativamente entre todos los cooperadores y recompensadores. El sistema de recompensas por lo tanto es a su vez un dilema social si $r_2 < S$ (siendo S la suma de cooperadores y recompensadores).

El pago esperado de una estrategia es entonces el resultado de la suma del pago obtenido del PGG y del fondo de recompensa,

$$P_R = P_R^1 + P_R^2, \tag{2.35}$$

$$P_C = P_C^1 + P_C^2, \tag{2.36}$$

$$P_D = P_D^1 + P_D^2, \tag{2.37}$$

donde, P_R es el pago total de los recompensadores, resultado de la suma del pago del PGG, P_R^1 y el pago de la recompensa, P_R^2; lo mismo se aplica a los cooperadores P_C y desertores P_D. Los pagos obtenidos del juego para el caso de altruismo débil son:

$$\begin{aligned} P_D^1 &= r_1 c_1 \left(1 - \frac{1}{N}\right)(1 - x_d), && (2.38)\\ P_C^1 &= P_R^1 = P_D^1 - c_1 \left(1 - \frac{r_1}{N}\right), && (2.39) \end{aligned}$$

y para el caso de altruismo fuerte:

$$\begin{aligned} P_D^1 &= r_1 c_1 (1 - x_d), && (2.40)\\ P_C^1 &= P_R^1 = P_D^1 - c_1, && (2.41) \end{aligned}$$

el pago proveniente del fondo es igual a:

$$\begin{aligned} P_D^2 &= 0, && (2.42)\\ P_C^2 &= r_2 c_2 \left(1 - \frac{1 - x_d^N}{N(1 - x_d)}\right)\left(\frac{x_r}{1 - x_d}\right), && (2.43)\\ P_R^2 &= P_C^2 - c_2 \left(1 - \frac{r_2}{N}\frac{1 - x_d^N}{1 - x_d}\right), && (2.44) \end{aligned}$$

y el pago promedio de la población es:

$$\bar{P} = c(r - 1)(1 - x_d) + c_2(r_2 - 1x_r) \tag{2.45}$$

En este modelo, la condición necesaria para que el sistema de recompensas pueda sostener la cooperación en una población con explotadores en un CPGG, es que la recompensa óptima del grupo $c_2(r_2 - 1)$ supere el costo σ que representa el juego para un contribuyente. Para la variante altruismo débil $\sigma = c_1(1 - r_1/N)$ y para la variante altruismo fuerte $\sigma = c_1$. La contribución al juego y al fondo de recompensa, se mantiene incluso cuando los explotadores de segundo orden pueden dominar el sistema de recompensa ($r_2 < N$) [SU11].

Las estrategias generan un ciclo donde los recompensadores son invadidos por los cooperadores, los cooperadores por los desertores y finalmente los desertores son invadidos por los recompensadores. En este modelo los desertores son los encargados de mantener el ciclo; el mismo papel que cumplen los solitarios en un VPGG [SU11].

Los resultados se mantienen incluso si $0 < r_1 < 1$; como se menciona en [SU11]. Este es el caso de muchos problemas ambientales globales y de energía en donde la cooperación a corto plazo da poco beneficio y la estrategia dominante es no cooperar.

La recompensa es un bien público que puede ser explotado por los cooperadores que no quieren recompensar; para evitarlo, en este modelo se propone que los cooperadores sean castigados reduciéndoles la recompensa en $\alpha\%$. El pago del fondo de recompensas para los cooperadores es entonces igual a:

$$P_C^2 = (1-\alpha)r_2c_2\left(1 - \frac{1-x_d^N}{N(1-x_d)}\right)\left(\frac{x_r}{1-x_d}\right) \tag{2.46}$$

Al incluir las sanciones de segundo orden al modelo, el sistema puede converger a un estado con 100% recompensadores sin importar las condiciones iniciales [SU11].

Modelo 6. En [SBDS12] se analiza la interacción entre incentivos (tanto positivos como negativos) proveídos por una institución y la abstención del juego como mecanismos para originar y estabilizar la cooperación.

Son tres estrategias, cooperadores “c”, desertores “d” y solitarios “l”. De una población grande se selecciona al azar un grupo muestra de N individuos ($N \geq 2$) a los que se les da la oportunidad de participar del juego aportando g (con $g > 0$). Cada uno de los J ($0 \leq J \leq N$) individuos que aceptan participar decide si aporta o no con c ($c > 0$) al juego. El monto obtenido se multiplica luego por r $(1 < r < N)$ y se divide entre $J-1$ individuos si se trata de la variante *"others-only"* (similar al altruismo fuerte en el Modelo 5) o bien entre todos los participantes (J) si se utiliza la variante *"self-returning"* (similar al altruismo débil en el Modelo 5). Deben haber al menos dos jugadores para que se realice el juego.

El incentivo total definido por la institución sancionadora es JI (donde I el incentivo per cápita); un cooperador recibirá un premio de JI/Jc (Jc es el número de cooperadores) si el incentivo es positivo; un desertor disminuirá su pago en JI/Jd (Jd es el número de desertores) si el incentivo es negativo.

En la variante *"others-only"* los pagos están definidos de la siguiente forma. Cuando no existen incentivos:

$$\begin{aligned} P_D^o &= \left(rc\frac{x_c}{1-x_l} - g\right)(1-x_l^{N-1}), & (2.47)\\ P_D^o - P_C^o &= c(1-x_l^{N-1}), & (2.48)\\ \bar{P}^o &= (1-x_l^{N-1})[(r-1)cx_c - (1-x_l)g], & (2.49)\end{aligned}$$

si se recompensa a los cooperadores (incentivo positivo) son:

$$\begin{aligned} P_D^r &= P_D^o, & (2.50)\\ P_D^r - P_C^r &= (P_D^o - P_C^o) - I[(1-x_l^{N-1}) \\ &+ \frac{x_d}{x_c}(1-(1-x_c)^{N-1})], & (2.51)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{P}^r &= \bar{P}^o + I[x_c(1-x_l^{N-1} \\ &+ x_d(1-(1-x_c)^{N-1}))], & (2.52)\end{aligned}$$

y si se castiga a los desertores (incentivo negativo) son:

$$
\begin{aligned}
P_C^p &= P_C^o, && (2.53)\\
P_D^p - P_C^p &= (P_D^o - P_C^o) - I[(1 - x_l^{N-1}) \\
&+ \frac{x_c}{x_d}(1 - (1 - x_d)^{N-1})] && (2.54)\\
\bar{P}^p &= \bar{P}^o - I[x_d(1 - x_l^{N-1} \\
&+ x_c(1 - (1 - x_d)^{N-1}))] && (2.55)
\end{aligned}
$$

donde, P_D^o y P_C^o son los pagos de los desertores y cooperadores si el juego no tiene incentivo; P_D^r y P_C^r son los pagos si el juego tiene incentivo positivo y P_D^p y P_C^p son los pagos si el juego tiene incentivo negativo. $\bar{P}^o$, $\bar{P}^r$, $\bar{P}^p$ son los pagos promedios de la población.

En ausencia de incentivos, este modelo produce el ciclo de dominancia de estrategias tipo Roca-Papel-Tijera.

Los incentivos son eficientes para evitar la invasión de desertores en un grupo de cooperadores, pero a menudo no es suficiente para convertir a un grupo de desertores en cooperadores. Al agregar la opción de salir del juego, se mejora la eficiencia de los incentivos: es menos costoso alcanzar la cooperación en un VPGG que en un CPGG [SBDS12].

En el VPGG con incentivos, los resultados del modelo dependen del monto y el tipo de incentivo. La recompensa es mejor para alcanzar el bienestar del grupo al fomentar el comportamiento deseado, pero es más costoso. El incentivo positivo debe superar el valor de c (el aporte de los cooperadores) para alcanzar el 100% de cooperación. El incentivo negativo logra eventualmente el mismo resultado con sólo sobrepasar c/N.

Para la variante *"self-returning"*, los pagos de cada estrategia, si no se utilizan incentivos, están definidos por:

$$P_D^o = -(1-x_l^{N-1})g + rc\frac{x_c}{1-x_l}\left(1-\frac{1-x_l^{N-1}}{N(1-x_l)}\right), \quad (2.56)$$

$$P_D^o - P_C^o = c + (r-1)cx_l^{N-1} - \frac{rc}{N}\frac{1-x_l^N}{1-x_l}, \quad (2.57)$$

$$\bar{P}^o = (1-x_l^{N-1})[(r-1)cx_c - (1-x_l)g], \quad (2.58)$$

donde, P_D^o y P_C^o son los pagos de los desertores y cooperadores si el juego no tiene incentivo y $\bar{P}^o$ es el pago promedio de la población. Los pagos cuando se aplican los incentivos son los mismos que los utilizados en la variante *"others-only"*.

De acuerdo con [SBDS12] la dinámica del sistema se vuelve más compleja al utilizar esta variante, pero los resultados obtenidos son similares.

También se analiza como opción, que los jugadores deban pagar una tasa destinada exclusivamente a proveer los incentivos (*"user pays variant"*); los resultados varían muy poco mientras la tasa a pagar no sea muy alta. Como una extensión de la misma variante, se estudió el retorno de la tasa a los contribuyentes si en la población no existieran desertores, en este caso incentivos negativos pequeños son suficientes para maximizar el bienestar social [SBDS12].

Capítulo 3

JUNTAS DE SANEAMIENTO (JS)

Las Juntas de Saneamiento (JS), son asociaciones civiles con personería jurídica que proveen servicio de agua potable y saneamiento en comunidades rurales o urbanas con población de hasta 10.000 habitantes. El Servicio Nacional de Saneamiento Ambiental (SENASA) del Ministerio de Salud Pública y Bienestar Social (MSPyBS) es el encargado de promover la formación de las juntas y de proveerles de asesoría financiera, técnica y administrativa [OPS10].

3.1 Importancia de las JS

La importancia de las JS para la provisión de agua potable se pone en evidencia con las encuestas realizadas por la Dirección General de Estadísticas, Encuestas y Censos (DGEEC); de acuerdo al Anuario 2010, de1 total país de 1.575.975 viviendas, 427.686 ($27,1\%$) son servidas por una JS [DGE12].

A fin de 2008 existían 1.982 juntas; en su mayoría (53%) de tamaño pequeño, con menos de 100 conexiones, aunque algunas de ellas superaban las 1.000 conexiones. Según los datos del SENASA sobre 197 JS, en ese momento el costo del servicio oscilaba entre 5.000 y 20.000 Gs. pagando la mayoría de los contribuyentes 10.000 Gs., mientras que el costo de conexión era en promedio de 500.000 Gs. [OPS10].

3.2 Formación de las JS

La conformación de una JS puede deberse a una propuesta del SENASA a la comunidad o a la propia iniciativa de la ciudadanía. Como primer paso, se realiza una asamblea constitutiva donde se elige a la comisión directiva de la JS. La comisión está compuesta por cinco a nueve miembros pertenecientes a la comunidad y beneficiarios del servicio, menos uno de ellos que es nombrado directamente por la municipalidad; los mismos no reciben remuneración por el trabajo.

En una nueva asamblea se aprueban los estatutos que reglamentan las actividades administrativas, de gestión y control de las JS, entre ellas el ingreso, retiro, suspensión o expulsión de los futuros usuarios. Con el estatuto aprobado se gestiona la personería jurídica y se realizan los estudios técnicos relevantes para la construcción de las obras [PNU08].

El financiamiento para la construcción e instalación del equipo necesario para el funcionamiento de una JS, está definido por el Decreto Nº 3.617/2004 que "establece una política de financiamiento relacionada con la inversión en el sistema de agua potable en el sector rural con recursos de la donación, del préstamo y del fondo público". Las condiciones de la financiación depende del número de conexiones de la JS. Si es menor a 150, el estado subsidia el 82%; con más conexiones el subsidio es del 40%. En el caso de las comunidades indígenas, el subsidio estatal alcanza el 85%. El porcentaje que falta (en cualquiera de los casos) lo debe aportar la comunidad, sea en efectivo o especie. El SENASA otorga préstamos a largo plazo a la comunidad de hasta el 30% del aporte en el caso de las JS con más de 150 conexiones [OPS10].

El SENASA realiza cursos de capacitación en el área administrativa para los miembros de la comisión y en el área técnica para los operarios a fin de obtener un desempeño eficiente de la JS, teniendo en cuenta, que una vez que el sistema está en funcionamiento la comunidad debe hacerse responsable de su explotación y mantenimiento.

Aunque la forma en que surge la JS no es considerada dentro de los modelos de cooperación estudiados en este trabajo, es interesante conocer porque explica el contexto en el que vive la comunidad. Son los mismos pobladores los que deben primero aportar para construir las obras necesarias para el servicio de agua y luego son los responsables de su funcionamiento y administración.

3.3 El problema de la morosidad en las JS

Dentro de las JS, hay ejemplos tanto de éxitos como de fracasos. Algunas son capaces de autosustentarse e incluso ampliar la cobertura de los servicios, como es el caso de la JS de Itagua, una de las más antiguas, que cuenta con 7.000 usuarios y provee además de agua potable, el servicio de alcantarillado a una parte de la ciudad.

Otras JS sin embargo, tienen problemas para enfrentar el costo del mantenimiento o reparación de equipos e infraestructura. En ciertos casos se da como resultado de una junta muy pequeña que no cuenta con suficientes recursos económicos para los gastos [FABG10], pero en otros casos el obstáculo para lograr la sostenibilidad es la alta tasa de morosidad entre los usuarios; en [PNU08] se menciona a la falta de pago como una de las principales causas del fracaso de una JS.

En contrapartida, como un ingrediente importante en el éxito de las juntas se señala a la existencia de normas aceptadas y cumplidas; si los usuarios pagan y la tarifa es adecuada para el mantenimiento del servicio, una junta puede sostenerse y crecer; por otra parte la falta de pagos, el uso inadecuado de los fondos, la falta de alternancia en la comisión y la dificultad para penalizar a los que incumplen las normas, genera desconfianza y disminuye la capacidad de la comunidad para ampliar y mejorar la calidad de los servicios [PNU08].

3.4 La evolución de la cooperación y las JS

Una JS representa un ejemplo del problema de la evolución de la cooperación y podría modelarse utilizando PGG. Los bienes públicos (véase Definición 4) presentan dos características; el consumo del bien por parte de uno de los usuarios no disminuye el consumo de los demás (no hay rivalidad) y no es posible o es muy costoso evitar el acceso de cualquier persona al bien (no hay exclusión). Muy pocos bienes públicos son completamente no-rivales y no-excluyentes, los mismos son conocidos como bienes públicos puros y como ejemplos se suelen citar la defensa nacional y los faros.

En la práctica, lo que se encuentra son bienes que cumplen en mayor o menor proporción con estas características formando una escala que va de los bienes públicos puros a los bienes privados puros [Kol98] [GFM01]. Este sería el caso de las JS. El servicio de agua potable es en cierto grado rival; el agua consumida por un usuario ya no puede ser utilizada por otra persona, sin embargo; si la provisión de agua es superior a la necesaria (como es en el caso en gran parte de las JS), no se produce competencia por el recurso, el consumo del agua por parte de un usuario no se ve afectado por el consumo de los otros. De esta forma, en este trabajo consideramos que no hay rivalidad en la obtención del agua.

Por otra parte, como se menciona en [BV06] y [Har82], esta característica no evita la aparición de explotadores que utilizan el recurso sin aportar al servicio que es el tema de interés al modelar la cooperación. Limitar el acceso al bien público a los usuarios que no pagan por el servicio es posible en las JS, pero en la práctica es difícil de realizar; el costo (principalmente el social) de excluir a los participantes una vez que se les ha provisto el servicio es alto.

Bajo estas circunstancias, como ocurre en un PGG con dos estrategias, la opción de no aportar y beneficiarse del aporte de los demás es la opción racional, al no pagar la cuota de agua y seguir utilizando el recurso, el individuo recibe un beneficio sin pagar el costo de producirlo, pero si todos actúan igual, la JS no puede perdurar en el tiempo.

Aparece el problema ya conocido por sus diferentes nombres: trampa social (véase Definición 7), dilema social (véase Definición 5), tragedia de los comunes (véase Definición 6), *free-rider problem*, etc. La morosidad en las JS representa un dilema social, o trampa social; los que no pagan (desertores) son beneficiados a corto plazo ahorrando el aporte pero recibiendo igualmente el servicio, pero a largo plazo, si la JS no puede sostenerse porque el número de morosos aumenta y los contribuyentes (cooperadores) no son suficientes; toda la comunidad, sea cooperador o desertor, sufre las consecuencias.

Es interesante que la mención de "normas aceptadas y cumplidas" como la forma de alcanzar el éxito en una JS [PNU08] es lo que sugiere Garret Hardin en su artículo *"The Tragedy of the Commons"* [Har68] donde se habla de *"mutual coercion mutually agreed upon"* como una forma de superar la tragedia de los comunes.

3.5 La Teoría de Juegos y las JS

El problema de la sostenibilidad de un proyecto de provisión de agua potable basado en las comunidades debido a la morosidad de sus usuarios y su visión como un problema modelable utilizando la teoría de juegos se presenta en *"The Free Rider Problem in Community-Based Rural Water Supply: A Game Theoretic Analysis"* [BV06]. El mismo analiza los proyectos comunales en comunidades rurales de Sudáfrica y señala que muchos de ellos fracasan al no poder reunir los fondos suficientes para la explotación y el mantenimiento del servicio de agua potable.

En [BV06] se describo cómo el agua es provista en grifos comunales de forma que es imposible evitar el acceso de cualquier miembro de la comunidad al recurso, haya pagado o no su aporte. Esto representa un incentivo para utilizar el recurso sin aportar generándose el *free-rider problem*. En algunos casos se implementó como solución la exclusión de aquellos que no colaboraban por medio de llaves asignadas a un miembro de la comunidad encargado de proveer el servicio solamente a aquellos que habían aportado. Aún así, siempre existía la posibilidad de conexiones clandestinas.

En las JS, como las conexiones son en cada vivienda, el recurso, en teoría, no es accesible a aquellos que no aportan porque existen mecanismos de sanción y corte del servicio para los que adeudan cuotas. Sin embargo, en la realidad, al tratarse de comunidades habitualmente pequeñas donde la mayoría de las familias están relacionadas, todos se conocen y el trabajo en la JS no es remunerado, el proceso de expulsar a un usuario que no paga, se vuelve mucho más complicado.

En [PNU08] los miembros de las JS relatan sus experiencias y mencionan por ejemplo que aunque los estatutos establecen los procedimientos para aplicar sanciones o realizar el corte del servicio, estas medidas no se aplican frecuentemente porque significa entrar en conflicto con los vecinos. Por todo esto, en las JS el incentivo de no aportar y explotar a los cooperadores se mantiene.

Aunque el trabajo presentado por [BV06] trata el problema de la morosidad en las comunidades rurales y se puede observar que coinciden en muchos puntos con los problemas de las JS, los modelos no son iguales. La distribución del agua es diferente, así como la forma en que se administra el proyecto.

A diferencia de [BV06] donde se utiliza la teoría de juegos clásica para analizar la situación; en este trabajo se utiliza la TJE.

La TJE modela la dinámica del juego y permite analizar la interacción entre las diferentes estrategias. Si el comportamiento obtenido al aplicar un modelo de cooperación se asemeja a aquello que ocurre en las comunidades, la información obtenida podría servir para desarrollar reglas que tiendan a evitar resultados desfavorables y a fomentar el comportamiento deseado.

En el siguiente capítulo se aplican algunos de los modelos estudiados en el Capítulo 2 con datos reales de dos JS del país.

Capítulo 4

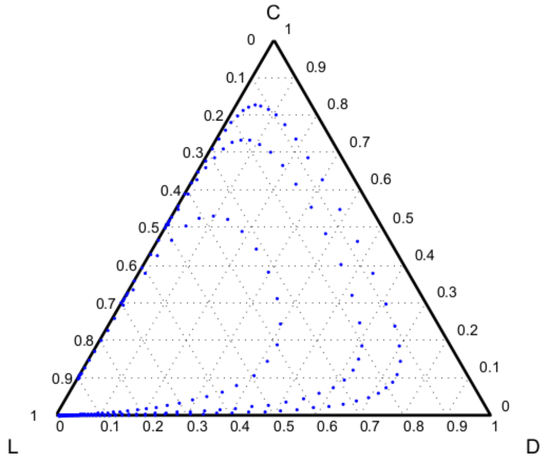
EXPERIMENTOS COMPARATIVOS

En la primera parte de este capítulo se presentan los resultados de los diferentes modelos de la evolución de la cooperación estudiados en el Capítulo 2. Se describe el comportamiento de los modelos y los estados de equilibrio como fueron presentados en los correspondientes artículos. En la segunda parte se los aplica en un modelo práctico con datos reales de las JS y se analiza el comportamiento predicho por los modelos. Las predicciones no han sido verificadas en el campo. Los modelos se implementaron en Matlab© con las fórmulas expuestas anteriormente.

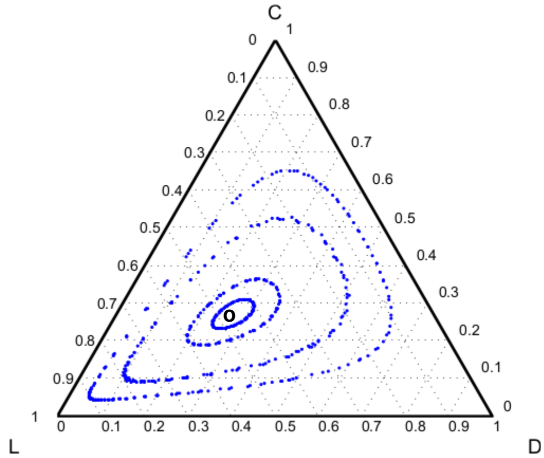
4.1 Modelos de estudio

En esta sección se muestran los resultados de los modelos estudiados, se comparan y se sistematizan en la Tabla 1 de acuerdo a sus características.

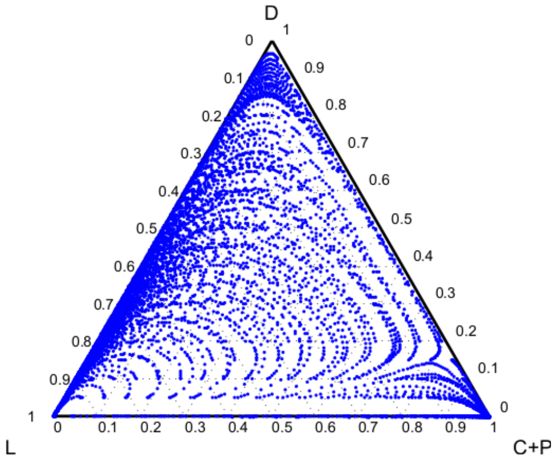
En el Modelo 1, VPGG con tres estrategias: cooperadores, desertores y solitarios, se forma un ciclo tipo Roca-Papel-Tijera. Si en el grupo existen muchos cooperadores, los desertores que tienen un mejor pago al no aportar al juego invaden. A medida que los desertores aumentan en la población su pago disminuye hasta que se vuelve menor que el de los solitarios. En este momento, los solitarios invaden a los desertores y aumentan en la población. Cuando la mayoría son solitarios, el número de participantes en el juego disminuye y el pago de los cooperadores aumenta hasta que se vuelve mejor que el de los solitarios, entonces los cooperadores invaden y vuelven a aumentar en la población cerrando el ciclo.



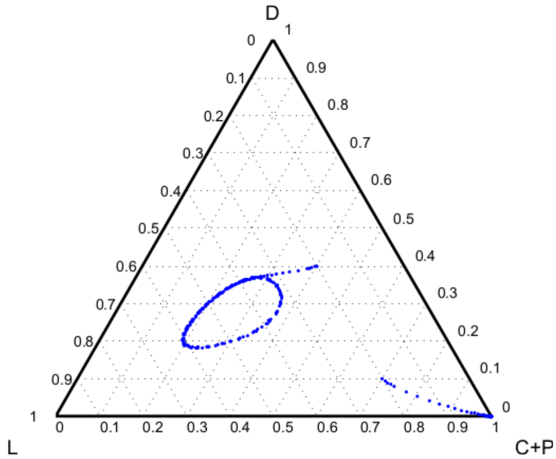
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.1: (a y b) Modelo 1. VPGG sin castigo. Parámetros: (a) $N = 5$, $r = 1.8$, $\sigma = 0,5$ y (b) $N = 5$, $r = 3$, $\sigma = 1$. (c) Modelo 2. VPGG con castigo. Parámetros: $r = 3$, $\sigma = 1$, $c = 1$, $p = 3$, $\alpha = 0,2$. (d) Modelo 4. VPGG con castigo. Parámetros: $N = 5$, $r = 3$, $c = 1$, $\sigma = 1$, $\beta = 1,2$, $\gamma = 1$.

Como se explica en [HDHS02], el sistema tiene tres puntos de equilibrio tipo silla[1] (C, D y L) donde la población está compuesta exclusivamente de cooperadores (C), desertores (D) o solitarios (L) respectivamente (Figuras 4.1 (a) y (b)).

[1]En un punto de equilibrio tipo silla las trayectorias se acercan al punto siguiendo una dirección y se alejan siguiendo otra. Es siempre inestable.

Los resultados dependen del valor de r que es la cantidad por la que se multiplica el aporte c de los cooperadores para luego ser dividido equitativamente entre los participantes del juego.

Cuando r es menor o igual a 2 (Figura 4.1 (a)), en el interior del gráfico, las trayectorias parten y retornan a L. En una población con predominancia de solitarios, primero se incrementa la cooperación, seguido por el aumento de la deserción y luego un largo periodo de predominancia de solitarios cerrando el ciclo.

Si r es mayor a 2 aparece un centro[2] O rodeado de órbitas cerradas (Figura 4.1 (b)). El conjunto de órbitas es estable con respecto al estado inicial de la población; las condiciones iniciales determinan la órbita a seguir y se retorna al punto de inicio luego de un periodo de tiempo. En este caso, aunque las frecuencias de las tres estrategias oscilan la cooperación no desaparece sino que se mantiene a lo largo del tiempo.

En el Modelo 2, se agrega una nueva estrategia al juego voluntario; los castigadores (P), que aportan al juego al igual que los cooperadores y además imponen una sanción tanto a los desertores como a los cooperadores que no castigan.

Al ser cuatro estrategias, en el gráfico ternario se las representa de la siguiente forma: Vértice D (frecuencia de desertores), vértice L (frecuencia de solitarios) y vértice C+P (la suma de las frecuencias de los cooperadores y castigadores).

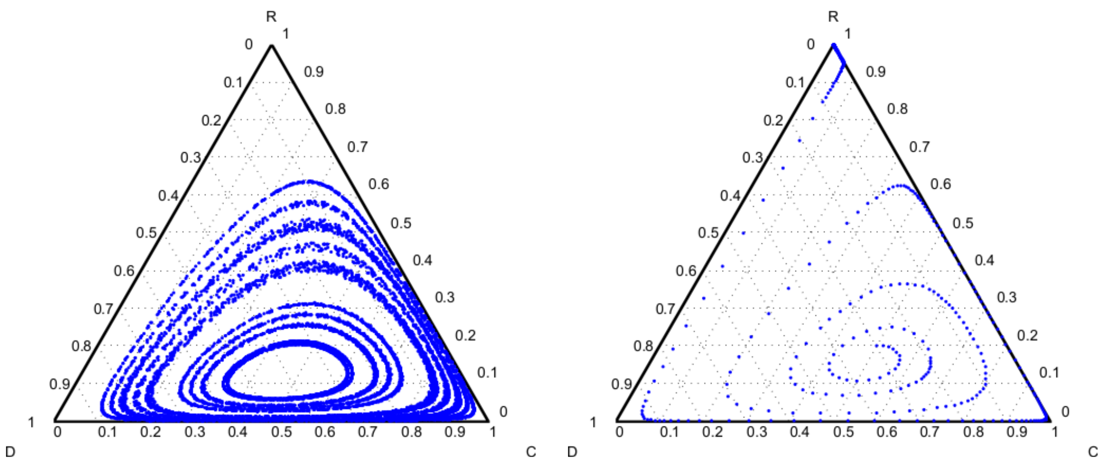
En los resultados [Fow05] señala que el ciclo de dominancia entre las estrategias del VPGG aún se mantiene pero que dentro del gráfico aparece una región en la que la población tiende al estado de 100% castigadores (Figura 4.1 (c)). En [Fow05] también se señala que el sistema presenta un punto de equilibrio para ciertas combinaciones de valores, pero que este punto nunca es estable.

En el Modelo 4, se analiza el VPGG con cuatro estrategias (cooperadores, desertores, solitarios y castigadores) para poblaciones finitas e infinitas. En una

[2]Un centro es un punto de equilibrio neutralmente estable. En su proximidad todas las órbitas son cerradas, ninguna entra y ninguna sale.

población finita se llega al establecimiento de la cooperación. En cambio, en una población infinita, la dinámica del sistema es biestable y el resultado depende de la composición inicial de la población [HTB+08].

En la Figura 4.1 (d), se puede ver el resultado en una población infinita usando dos valores iniciales. Para $x_c = 0,2$; $x_d = 0,4$; $x_l = 0,2$ y $x_p = 0,2$, desaparecen los castigadores y reaparece el ciclo de dominancia entre cooperadores, desertores y solitarios. Con una población compuesta por $x_c = 0,4$; $x_d = 0,1$; $x_l = 0,2$ y $x_p = 0,3$ se forma una mezcla neutral de cooperadores y castigadores donde ambos reciben el mismo pago (al no existir desertores a quienes castigar).



(a) (b)

Figura 4.2: Modelo 5. CPGG con recompensadores y altruismo débil, (a) sin castigo y (b) con castigo de segundo orden. Parámetros: (a) $N = 5$, $r_1 = 3$, $c_2 = 1$, $r_2 = 3$, $c_1 = 1$ y (b) $N = 5$, $r_1 = 3$, $c_2 = 1$, $r_2 = 3$, $c_1 = 1$, $\alpha = 20$.

En el Modelo 5, el juego es compulsivo (CPGG) con tres estrategias, desertores, solitarios y recompensadores. Se forma un ciclo de dominancia tipo Roca-Papel-Tijera entre cooperadores, desertores y recompensadores (Figura 4.2 (a)), si los recompensadores son mayoría, los cooperadores (explotadores de segundo orden) comienzan a aumentar en la población; al aumentar los cooperadores, los desertores invaden por tener mejor pago, luego, cuando los desertores abundan, hay pocos jugadores a quienes recompensar, el pago de la estrategia mejora, los recompensadores vuelven a aumentar en la población y se cierra el ciclo.

Como se muestra en [SU11], los vértices del gráfico (R, C y D) (Figura 4.2 (a)) son puntos de equilibrio tipo silla; en estos puntos la población es homogénea porque sólo una estrategia está presente. El borde conforma un ciclo heteroclínico[3] y en el interior existe un punto fijo único que es un centro rodeado de órbitas cerradas.

Si se aplica un castigo a los cooperadores que no recompensan (explotadores de segundo orden) reduciéndoles la recompensa en $\alpha\%$, la población converge al ciclo heteroclínico del borde del gráfico. Cuando α alcanza un umbral, el vértice R se convierte en un atractor global y en el borde R-C del gráfico aparece un punto fijo que divide las cuencas de atracción[4] de los recompensadores y los cooperadores; este punto es estable ante la invasión de desertores [SU11]. De esta forma cuando $\alpha\%$ es suficientemente grande, el sistema puede converger a un estado con 100% recompensadores sin importar las condiciones iniciales (Figura 4.2 (b)).

El Modelo 6, es un VPGG aplicando incentivos que pueden ser positivos o negativos. Los resultados obtenidos expone [SBDS12] dependen del monto y el tipo de incentivo.

Si el incentivo es muy pequeño (es menor a c/N), no se logra modificar el comportamiento de los desertores y no se logra la cooperación. Si es mayor que c, siempre se alcanza la cooperación. El efecto obtenido con valores intermedios entre c/N y c depende del tipo de incentivo utilizado.

Con incentivo positivo, al cruzar el umbral c/N aparece el punto de equilibrio tipo silla T en el borde C-D, pero en este caso divide las trayectorias que parte de D hacia L de aquellas que parten y retornan a L (Figura 4.3 (a)). Al ir incrementando el incentivo, aparece Q que se mueve de T a L (Figura 4.3 (b)) ; todas las trayectorias en ese momento se dirigen a T o a L. Cuando Q sale del

[3]Un ciclo heteroclínico está compuesto por puntos de equilibrios conectados por órbitas heteroclínicas. Una órbita heteroclínica une dos puntos de equilibrios diferentes

[4]El conjunto de todas las condiciones iniciales posibles que convergen al mismo atractor se denomina cuenca de atracción. Al cambiar las condiciones iniciales es posible pasar de una cuenca de atracción a otra.

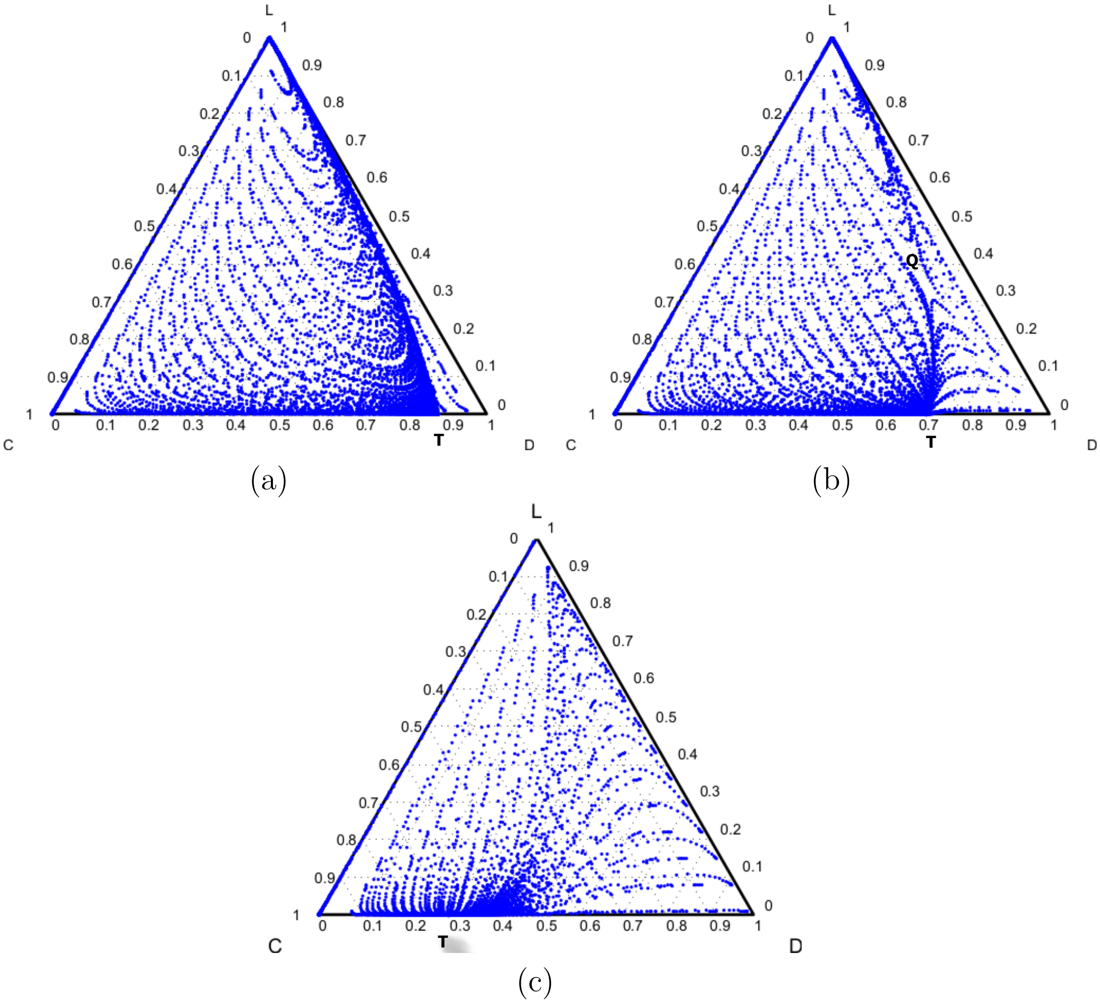


Figura 4.3: Modelo 6 (Variante “others-only”). VPGG con incentivos positivos. Parámetros: $N = 5$, $r = 3$, $c = 1$, $g = 0,5$. (a) $I = 0,25$, (b) $I = 0,35$ y (c) $I = 0,7$.

triángulo, todas las trayectorias convergen a T (Figura 4.3 (c)), produciendo una población donde coexisten cooperadores y desertores. Si el incentivo supera el valor de c, T se combina con C y se obtiene 100% de cooperación [SBDS12].

Con incentivo negativo; al superar el valor c/N aparece un punto de equilibrio T tipo silla en el borde C-D (Figura 4.4 (a)). La trayectoria que va de L a T divide el gráfico en dos zonas. En una las trayectorias que salen de L llegan a C y en la otra las trayectorias parten y retornan a L. Los autores [SBDS12] suponen que si pequeñas perturbaciones al azar pueden afectar a la población, ésta eventualmente llegaría al equilibrio estable C. Las perturbaciones equivaldrían a

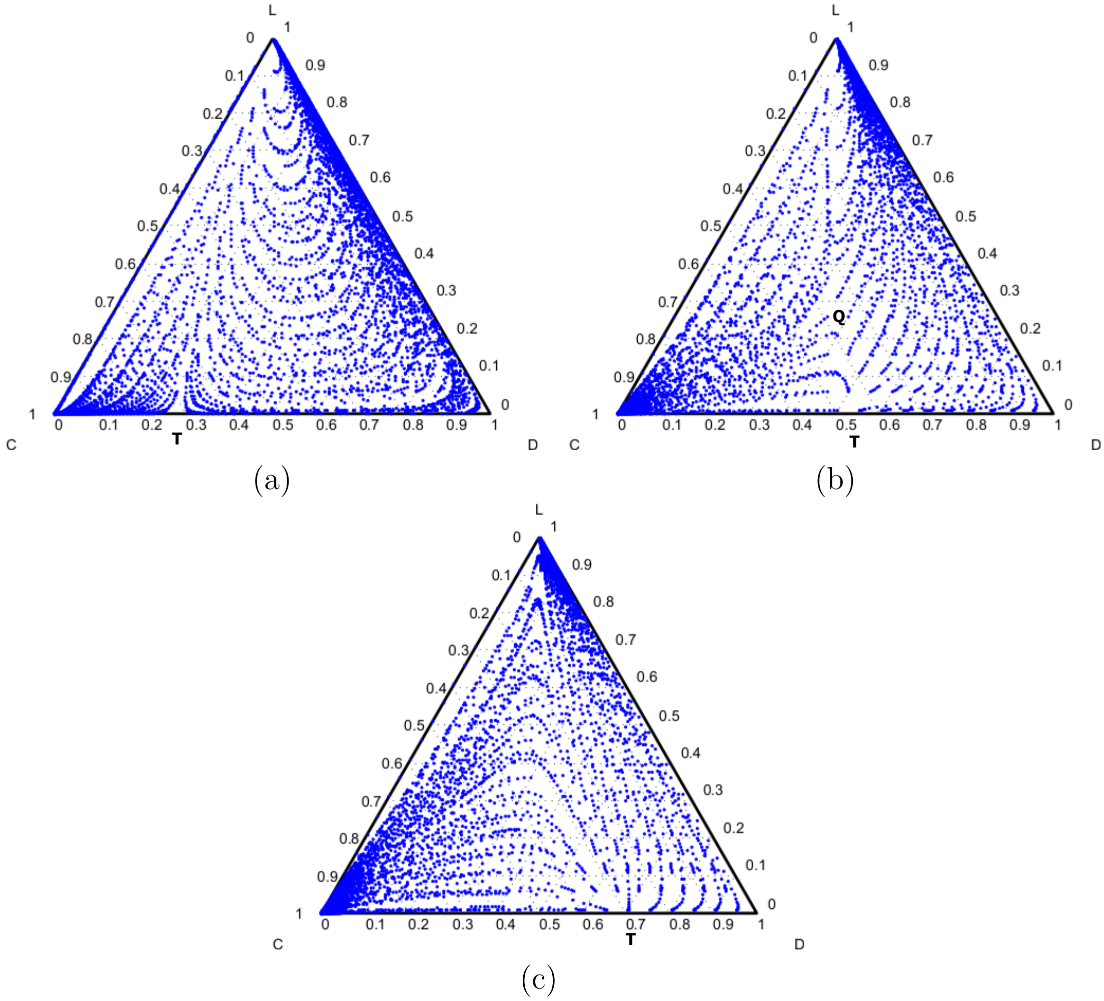


Figura 4.4: Modelo 6 (Variante “others-only”). VPGG con incentivos negativos. Parámetros: $N = 5$, $r = 3$, $c = 1$, $g = 0,5$. (a) $I = 0,35$, (b) $I = 0,55$ y (c) $I = 0,7$.

individuos de la población que modifican su estrategia.

Al aumentar más el incentivo, aparece un punto de equilibrio tipo silla Q que ingresa al triángulo por T a través de una bifurcación tipo silla-nodo[5]. Si se sigue aumentando el incentivo, Q se desplaza por el interior del triángulo hacia L (Figura 4.4 (b)), mientras que T se desplaza en el borde C-D hacia D; eventualmente Q sale del triángulo a través de L y T que es ahora una fuente (Figura 4.4 (c)), se sigue desplazando hasta llegar unirse con D cuando el incentivo supera el valor de c [SBDS12].

[5]La bifurcación tipo silla-nodo es el mecanismo básico de creación y destrucción de puntos fijos. Cuando varía un parámetro, dos puntos fijos se acerca, colisionan y se destruyen mutuamente. El equilibrio estable es un nodo y el equilibrio inestables es un punto tipo silla.

En los gráficos se puede comparar el efecto tanto al variar el monto del incentivo como al variar el tipo de incentivo. Utilizando recompensa y la variante "others-only", en las Figuras 4.3 (a), (b) y (c), se puede ver cómo varían los resultados si se modifica el monto del incentivo. En los tres casos el resultado es la coexistencia de cooperadores y desertores; pero al aumentar el incentivo aumenta el porcentaje final de cooperadores presentes en la población.

Observando la Figura 4.3 (c) y la Figura 4.4 (c), se puede compara el efecto del tipo de incentivo (castigo o recompensa) para la misma cantidad de incentivo. Con el castigo, la población alcanza eventualmente la cooperación mientras que con la recompensa la población se compone de cooperadores y desertores.

Tabla 4.1: Tabla comparativa

Modelo	Año	Ref.	Tipo de Juego	Estrategias	Tipo decastigo/ recompensa	Castigo de segundo orden	Población	Condiciones
1	2002	[HDHS02]	VPGG	Cooperador, Desertor, Solitario	-	-	Grande	$r > 1$, $0 < \sigma < r - 1$
2	2005	[Fow05]	VPGG	Cooperador, Desertor, Solitario, Castigador	*Peer punishment*	Si	Grande	$r - 1 > \sigma$, $p > c$
3	2006	[BHS06]	VPGG	Cooperador, Desertor, Solitario, Castigador	*Peer punishment*	Si	Grande	$N > r > 1 + \sigma$, $\beta > 1 > \alpha > 0$
4	2008	[HTB+08]	VPGG	Cooperador, Desertor, Solitario, Castigador	*Peer punishment*	Si	Infinita, Finita	$r < N$ $0 \leq \alpha < 1$, $(r-1)c > \sigma > 0$, $\beta > \gamma$
5	2011	[SU11]	CPGG	Cooperador, Desertor, Recompensador	*Pool rewarding*	Si	Infinita	$N \geq 2$, $r_1 < N$ (para altruismo débil)
6	2012	[SBDS12]	VPGG	Cooperador, Desertor, Solitario	*Pool rewarding/ punishment*	-	Grande	$N \geq 2$, $J \geq 2$, $1 < r < N$

4.2 Tabla comparativa

En la Tabla I se presenta un resumen de los modelos estudiados señalando sus características principales: el tipo de juego, las estrategias presentes, el tipo de incentivo y la forma en que se aplica, así como las condiciones necesarias para que el modelo funcione.

Como se puede ver, combinar el mecanismo de la abstención con la aplicación de incentivos es lo más utilizado. La abstención facilita el establecimiento de la cooperación al evitar que los desertores puedan dominar totalmente la población. Una vez que se establece la cooperación, los incentivos sirven para prevenir la invasión de los desertores.

Sin embargo, no siempre es posible salir del juego, de ahí la aplicación del juego compulsivo para representar situaciones actuales como la contaminación a escala global.

Se observa también que la forma de implementar los castigos, se modificó con el tiempo. Los modelos pasaron de utilizar *peer-punishment/rewarding* a *pool-punishment/rewarding*. Las estrategias de castigo o recompensa, desaparecen tomo tales y se transforman en una tasa que se aporta al juego para utilizarse luego en la aplicación de sanciones o recompensas. Siguiendo en cierta forma a la historia en donde se pasó de que los propios integrantes de la sociedad castiguen a los explotadores a delegar este trabajo a una institución que se ocupa de sancionar a los que no cumplen las reglas.

4.3 Juntas de Saneamiento [JS]

Para aplicar los modelos de cooperación estudiados en la Sección 4.1 en un caso real, se ha seleccionado como ejemplo a las Juntas de Saneamiento (JS). Las mismas proveen agua potable y saneamiento a más del 25% de la población del

Paraguay [DGE12] y presentan a menudo problemas relacionados con la cooperación.

La morosidad en las JS representa un dilema social, o trampa social; los que no pagan (desertores) son beneficiados a corto plazo ahorrando el aporte pero recibiendo igualmente el servicio, pero a largo plazo, si la JS no puede sostenerse porque el número de morosos aumenta y los contribuyentes (cooperadores) no son suficientes; toda la comunidad, sea cooperador o desertor, sufre las consecuencias.

Se realizó la búsqueda de información referente a las JS en periódicos locales y en documentos elaborados por las propias comunidades. La primera JS a analizar es la de San Juan Nepomuceno (SJN). Los datos se extraen de la publicación [ABC12]; de ella se usan el número total de conexiones (1.650) y el promedio de conexiones que cobran por mes (1.028) para obtener el porcentaje de cooperadores y desertores de la población (62% cooperadores y 38% desertores).

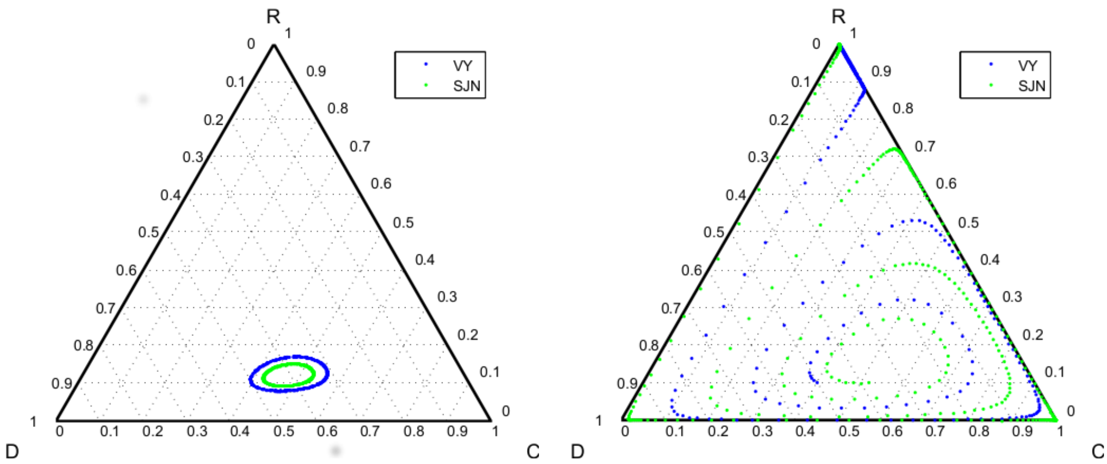
La segunda JS se encuentra en la localidad de Villa Ygatimi (VY). De acuerdo a la propuesta del plan de desarrollo sustentable y ordenamiento territorial del municipio [MGG$^+$12], los morosos constituyen el 50% del total de usuarios del servicio.

4.3.1 Juegos de bienes públicos compulsivos (CPGG)

Si el único proveedor de agua potable de estas comunidades fuera la JS, se trata de un juego compulsivo donde los jugadores no pueden abandonar el juego. En ese caso se utilizaría el Modelo 5.

Este modelo tiene tres estrategias, cooperadores, desertores y recompensadores. Como los datos obtenidos solamente nos dan información sobre el porcentaje de cooperadores y desertores, suponemos que un 10% de los cooperadores deciden implementar un sistema de premios y pasan a ser recompensadores. Se modifica sólo en un 10% para mantener los datos lo más cercanos a la realidad. Con esta modificación, la población de San Juan Nepomuceno estaría compuesta por

52% de cooperadores, 38% de desertores y 10 % de recompensadores ($x_c = 0,52$; $x_d = 0,38$ y $x_l = 0,1$). Mientras que la de Villa Ygatimi sería 40% de cooperadores, 50% de desertores y 10 % de recompensadores ($x_c = 0,4$; $x_d = 0,5$ y $x_l = 0,1$).



(a) (b)

Figura 4.5: Juntas de Saneamiento. Modelo 5. CPGG con recompensadores y altruismo débil, (a) sin castigo y (b) con castigo de segundo orden. Parámetros: (a) $N = 5$, $r_1 = 3$, $c_2 = 1$, $r_2 = 3$, $c_1 = 1$ y (b) $N = 5$, $r_1 = 3$, $c_2 = 1$, $r_2 = 3$, $c_1 = 1, \alpha = 20$. Valores iniciales: (SJN) $x_c = 0,52$; $x_d = 0,38$; $x_r = 0,1$ y (VY) $x_c = 0,4$; $x_d = 0,5$; $x_r = 0,1$.

El resultado es el ciclo de dominancia de estrategias donde la cooperación no alcanza el 100% pero tampoco desaparece completamente (Figura 4.5 (a)). El porcentaje de individuos que utilizan cada una de las tres estrategias varía y cada cierto tiempo cuando se cierra el ciclo, vuelven a tener el mismo valor.

Para la JS significa que el proyecto tendría altibajos, con buenos momentos cuando la mayoría sean cooperadores o recompensadores y malos momentos cuando la mayoría sean desertores. La JS de Villa Ygatimi (representada por la línea azul en los gráficos) tendría altibajos más pronunciados que los de San Juan Nepomuceno (línea verde). Esencialmente ambas juntas se comportarían cualitativamente en forma semejante.

Si se agrega un castigo a los cooperadores que no recompensan, sacándoles un porcentaje de la recompensa ($\alpha = 20$ Figura 4.5 (b)), se obtiene con el tiempo, una población compuesta totalmente de recompensadores. En una JS esto significaría que eventualmente no existirían desertores en la comunidad y que cada uno de los usuarios aportaría tanto al proyecto como al fondo de recompensa (100% recompensadores). Sin embargo, este resultado no se alcanzaría en forma inmediata.

Las JS pasarían por etapas de muy buen funcionamiento cuando los recompensadores fueran mayoría. En este momento, el porcentaje de cooperadores comenzaría a aumentar superando a los recompensadores. Como la cooperación sigue existiendo, las JS no sentirían mucho el cambio, pero una comunidad compuesta principalmente por cooperadores, puede ser invadida por los desertores.

Al aumentar el porcentaje de desertores, las JS tendrían problemas para subsistir. Luego de cierto tiempo; sin embargo, el número de recompensadores volvería a incrementarse en la población, superando el porcentaje alcanzado la primera vez; lo mismo ocurriría más adelante con los cooperadores y desertores.

Las JS tendrían alternadamente etapas buenas y malas; las buenas cada vez más buenas y las malas cada vez más difíciles de superar, que amenazarían la supervivencia de la junta.

En el caso de Villa Ygatimi después de etapas buenas y malas, la población estaría por un cierto tiempo formada por cooperadores y recompensadores (sin desertores). Los cooperadores cambiarían paulatinamente su estrategia y la población estaría finalmente compuesta sólo por recompensadores (Figura 4.5 (b), punto R).

La JS de San Juan Nepomuceno, por otra parte, prácticamente desaparecería antes de alcanzar el punto R. Los desertores constituirían casi la totalidad de la población antes de ser superados gradualmente por los recompensadores que aumentarían en el grupo hasta llegar al 100%.

4.3.2 Juegos de bienes públicos voluntarios (VPGG)

Si se supone que los usuarios pueden obtener agua de una fuente alternativa a la JS, entonces el juego es voluntario. Se ha seleccionado dos de los modelos anteriormente estudiados. El Modelo 1 que no utiliza incentivos y el Modelo 6 que puede utilizar incentivos y además permite optar por la recompensa o el castigo (Modelo 6).

Ambos modelos tienen tres estrategias: cooperadores, desertores y solitarios. Al igual que con el caso anterior, para contar con las tres estrategias se considera que 10% de los cooperadores pasarían a ser solitarios (abandonarían el proyecto) debido a la alta morosidad del grupo. La población de Villa Ygatimi estaría formada entonces por 40% cooperadores , 50% desertores y 10% de solitarios ($x_c = 0,4$; $x_d = 0,5$ y $x_l = 0,1$), mientras que la de San Juan Nepomuceno quedaría compuesta por 52% cooperadores, 38% desertores y 10% de solitarios ($x_c = 0,52$; $x_d = 0,38$ y $x_l = 0,1$).

Modelo 1

Con este modelo las estrategias generan un ciclo de dominancia similar al observado en el Modelo 5, pero con diferentes estrategias. Cuando en la JS la mayoría fueran cooperadores esta funcionaría sin contratiempos; pero sería susceptible al incremento de desertores (usuarios que no pagan el servicio pero lo reciben igual gracias al aporte de los cooperadores).

Con el aumento de los desertores la JS tendría un menor ingreso y se generarían problemas para mantener el servicio. En estas circunstancias, los usuarios optarían por salir del proyecto y abastecerse de agua potable de alguna otra forma (se convertirían en solitarios). La JS se reduciría a muy pocos usuarios y podría inclusive dejar de funcionar.

Si el grupo de usuarios se vuelve muy pequeño y está compuesto principal-

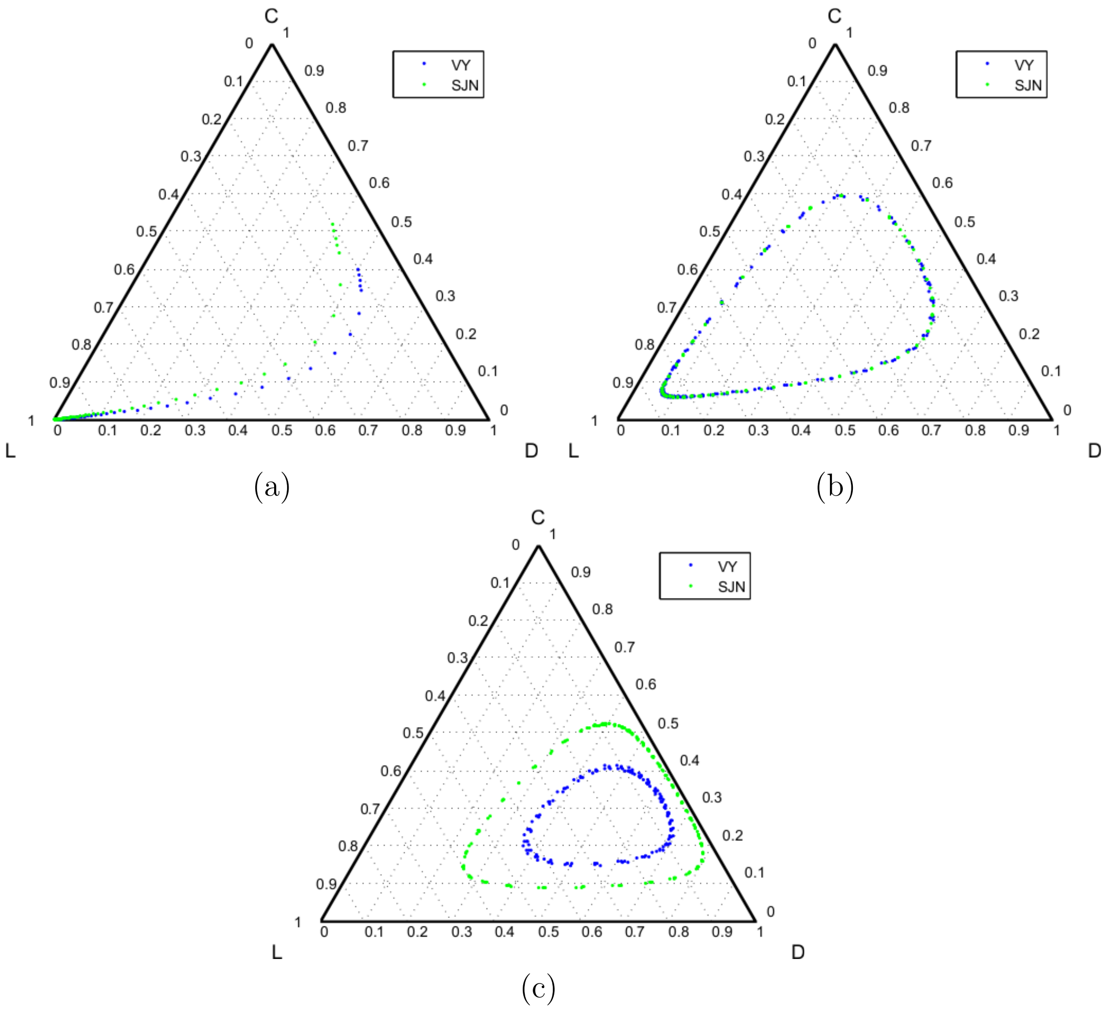


Figura 4.6: Juntas de Saneamiento. Modelo 1. VPGG sin incentivo. Parámetros: $N = 5$, $\sigma = 1$, (a) $r = 2$, (b) $r = 3$ y (c) $r = 3,5$. Valores iniciales: (SJN) $x_c = 0,52$; $x_d = 0,38$; $x_r = 0,1$ y (VY) $x_c = 0,4$; $x_d = 0,5$; $x_r = 0,1$.

mente por cooperadores la JS se recuperaría porque el beneficio que obtiene un grupo de cooperadores dentro del proyecto es mayor que el que recibirían como solitarios si lo abandonan. Aún en el caso en que la JS desaparezca, es posible que un grupo de cooperadores se una para reactivar el proyecto, por la necesidad de la comunidad de contar con servicio de agua potable. En ambos casos la cooperación aumentaría nuevamente en el grupo cerrando el ciclo.

Como se mencionó anteriormente, en el Modelo 1 los resultados dependen del valor de r. Como éste es el valor por el cual se multiplica el aporte total de los cooperadores, al aumentar r, se aumenta el beneficio recibido por cada uno de los participantes. En una JS podría considerarse como la eficiencia en el manejo de los recursos de la junta.

Con $r = 2$ (Figura 4.6 (a)), la JS desaparecería, y probablemente volvería a surgir debido a la necesidad. Con $r = 3$ (Figura 4.6 (b)), se observan los ciclos donde las JS pasan por altibajos, pero no llegan a desaparecer. Para este valor, ambas juntas se comportan de igual manera. Al aumentar a $r = 4$ (Figura 4.6 (c)), los ciclos se vuelven menos acentuados, especialmente para SJN. Aunque esto significaría menos altibajos para las JS, se debe considerar que el porcentaje máximo de deserción alcanzado es mayor al obtenido con $r = 3$.

Se puede observar que el aumento de r, no produce el aumento de la cooperación en el grupo como se podría suponer. El porcentaje más alto de cooperación alcanzado en un ciclo con $r = 4$ es casi 10% menor que el alcanzado con $r = 3$ para la junta de SJN. Para la junta de VY el porcentaje cooperación alcanzado es 20% menor con $r = 4$ que con $r = 3$.

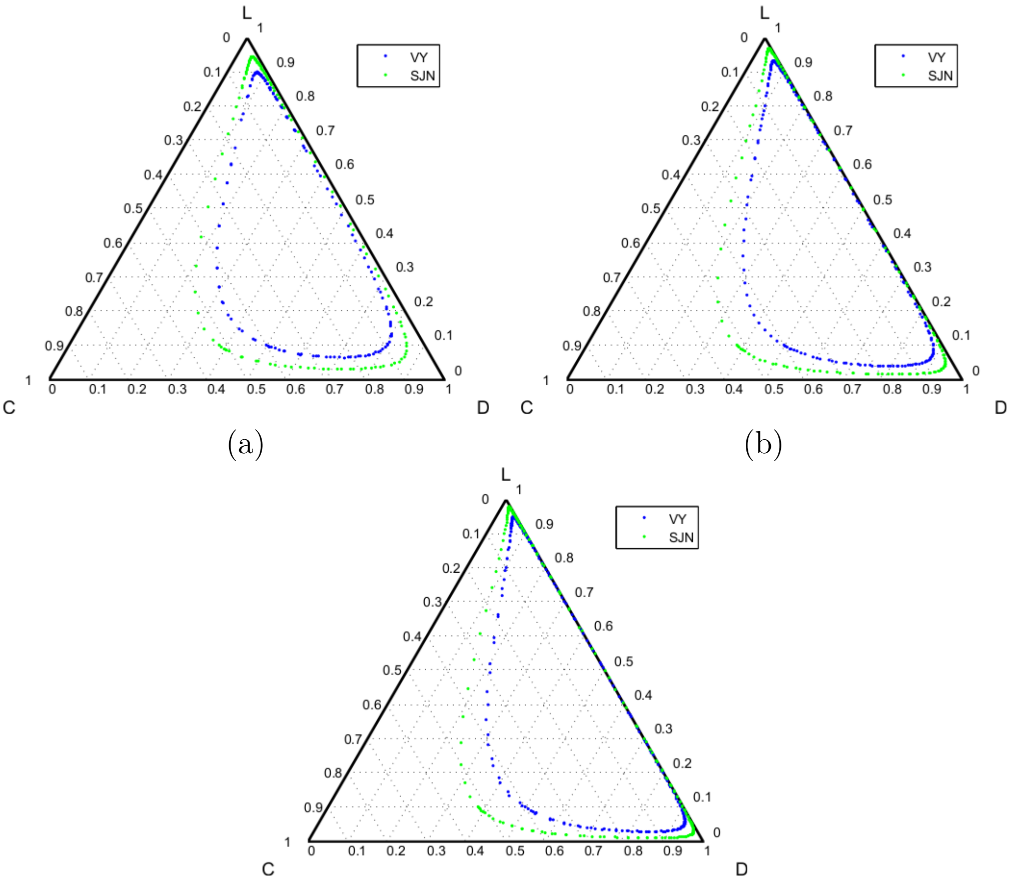
El efecto más evidente al aumentar r, es la disminución del porcentaje de solitarios. Esto se puede explicar porque una junta de saneamiento eficiente es atractiva para aquellos que en un principio prefirieron no participar del proyecto y proveerse de agua de forma independiente. Al ingresar los solitarios al proyecto como cooperadores, se podría suponer que los antiguos cooperadores decidan dejar de aportar y volverse desertores. De esa forma se explicaría, la disminución de cooperadores y aumento de los desertores.

Modelo 6

En [SBDS12], se desarrollan variantes del modelo original, que difieren entre sí por la forma en que se aplican los incentivos o el retorno que obtienen los participantes.

En ausencia de incentivos, este modelo produce el ciclo de dominancia de estrategias tipo Roca-Papel-Tijera [SBDS12]. En las Figuras 4.8 se observan los resultados al variar la contribución c (costo del servicio) de los cooperadores si en el juego no se introducen incentivos.

Como se puede observar, al aumentar el costo del servicio, no se mejora la cooperación. Aumentar el costo no soluciona el problema de la morosidad porque son aquellos usuarios que ya están pagando por el servicio los que deben pagar aún más, mientras que los morosos no se ven afectados por esta situación.



(a) (b)

(c)

Figura 4.7: Juntas de Saneamiento. Modelo 6. VPGG sin incentivo. Parámetros: $N = 5$, $r = 3$, $c = 1$, $g = 0,5$, $I = 0$, (a) $c = 1$, (b) $c = 1,5$ y (c) $c = 2$. Valores iniciales: (SJN) $x_c = 0,52$; $x_d = 0,38$; $x_r = 0,1$ y (VY) $x_c = 0,4$; $x_d = 0,5$; $x_r = 0,1$.

.

El resultado es que se desalienta la cooperación, se puede ver que el porcentaje de desertores y solitarios aumenta levemente a medida que se incrementa c (Figuras 4.7 (b) y (c). Inclusive para $c = 2$ la cooperación desaparece en ciertos momentos (Figura 4.7 (c)) y luego vuelve a surgir.

Al agregar incentivos los resultados se modifican. El Modelo 6 presenta diferentes variantes del PGG. Para el análisis de las JS, sería más adecuada la variante *"self-returning"*, en donde cada jugador recibe nuevamente parte de su aporte ya que el beneficio se divide entre todos los usuarios.

Como se menciona en [SBDS12], cuando el incentivo es muy pequeño (menor a $c(1-r/n)/n$); el efecto es imperceptible y cuando es muy grande (mayor a $c(1-r/n)$), el resultado es siempre la cooperación total. Los valores intermedios producen diferentes resultados dependiendo del tipo de incentivo.

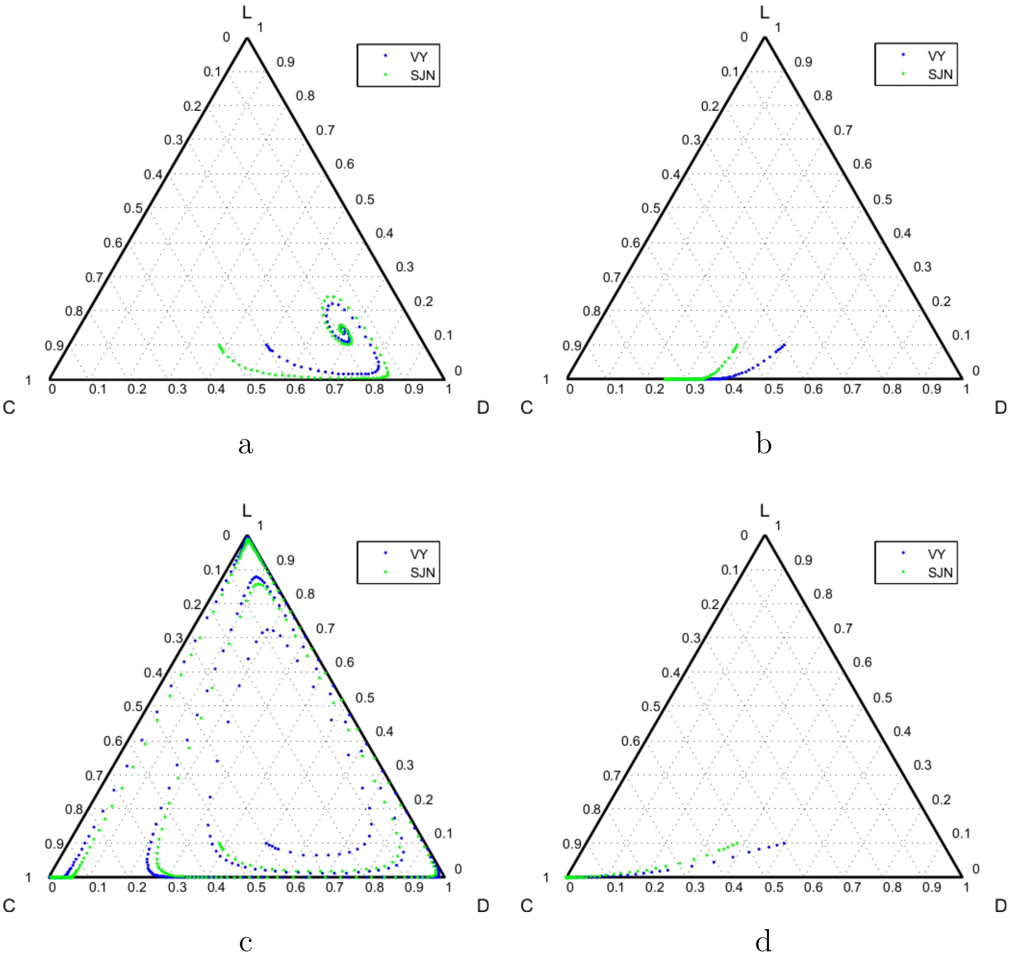


Figura 4.8: Juntas de Saneamiento. Modelo 6 (Variante "self-returning"). VPGG con incentivos (a) y (b) positivos y (c) y (d) negativos. Parámetros: $N=5$, $r=3$, $c=1$, $g=0,5$, (a) y (c) $I=0,1$, (b) y (d) $I=0,3$. Valores iniciales: (SJN) $x_c=0,52$; $x_d=0,38$; $x_r=0,1$ y (VY) $x_c=0,4$; $x_d=0,5$; $x_r=0,1$.

.

De acuerdo a este modelo; si en la comunidad se recompensa a los usuarios que pagan puntualmente el servicio de agua potable (los cooperadores). Para un incentivo pequeño ($I = 0,1$), el resultado sería la coexistencia de las tres estrategias: cooperadores, desertores y solitarios; pero con una clara mayoría de desertores (entre 60% y 70% de la población total). La comunidad tendría entonces una JS de la que no participarían todos los pobladores y que tendría un servicio deficiente por la alta tasa de morosidad, pero que de todas formas sería capaz de perdurar en el tiempo (Figura 4.8 (a)).

Si se aumentara la recompensa hasta $I = 0,3$, los solitarios desaparecerían (toda la comunidad participaría del proyecto) pero se mantendría la coexistencia entre cooperadores y desertores. El porcentaje de cooperadores aumentaría notablemente pasando a formar más del 70% de la población mientras que la morosidad disminuiría a menos del 30% (Figura 4.8 (b)).

En caso de utilizar incentivos negativos y castigar a los morosos (desertores), la comunidad, eventualmente alcanza el 100% de cooperación.

Si $I = 0,1$, la JS pasaría alternadamente por etapas buenas (cada vez mejores) y malas (cada vez peores), antes de llegar finalmente a un grupo compuesto exclusivamente por cooperadores. A pesar de que el resultado final es satisfactorio, todo el proceso puede resultar perjudicial para la comunidad (Figura 4.8 (c)).

Con $I = 0,3$, ya no se observan las fluctuaciones; el porcentaje de cooperadores va aumentando paulatinamente hasta alcanzar el 100% de la población, lo que significaría que la JS mejoraría gradualmente. (Figura 4.8 (d)).

Tanto con incentivos positivos o negativos, se puede observar que para este modelo, ambas JS se comportan de manera muy similar.

Capítulo 5

CONCLUSIÓN

Se ha estudiado la teoría de juegos evolutivos (TJE) y dentro de ella específicamente algunos modelos que analizan el origen y la evolución de la cooperación utilizando los mecanismos de abstención (la posibilidad de no participar en el proyecto) y/o la aplicación de incentivos.

Estos modelos fueron primero implementados y comparados, para luego ser sistematizados en una tabla de acuerdo a sus características principales con el propósito de facilitar la elección de aquellos más adecuados para aplicar a problemas específicos relacionados con la morosidad y el análisis de la cooperación.

Como caso práctico se ha escogido a las juntas de saneamiento (JS). Con ayuda de la tabla fueron seleccionados tres modelos que se han utilizado para modelar la evolución de la cooperación en dos JS del país.

Las simulaciones muestran que la cooperación es inestable. El comportamiento más común son ciclos donde se alternan la cooperación y la deserción.

El mecanismo de la abstención, por sí solo y sin la necesidad de aplicar ningún incentivo, favorecería la continuidad de la junta en el tiempo. Se presentarían ciclos sucesivos donde predominarían la cooperación y la deserción en el grupo. Dependiendo de la amplitud de los ciclos, la calidad del servicio y el funcionamiento de las juntas se verían más o menos afectados.

Eventualmente podrían presentarse ocasiones donde la cooperación sea muy pequeña o ninguna, produciendo como resultado que la mayoría de los miembros de la comunidad o todos abandonen el proyecto. Esta situación no sería permanente; considerando la importancia de la provisión de agua potable, algunos individuos volverían nuevamente a la JS, restableciendo la cooperación.

Aplicar incentivos permite mejorar el porcentaje de cooperación que existe dentro del grupo. Como fue estudiado en [SBDS12], la recompensa y el castigo actúan de forma diferente para incentivos moderados. La recompensa produce el incremento de la cooperación, pero mantiene un porcentaje de desertores dentro de la población. El castigo produce con el paso del tiempo la cooperación de todos.

Si bien lo ideal sería lograr la cooperación de todo el grupo; es necesario tener en cuenta en una situación real como es el caso de una JS, el proceso por el que debe pasar la comunidad para alcanzarla.

Al aplicar una recompensa, a medida que se incrementa el incentivo aumentaría en forma paulatina la cooperación al mismo tiempo que disminuiría la deserción del grupo. Con el castigo, la JS podría pasar por ciclos sucesivos de deserción y cooperación que se vuelven cada vez más acentuados y que podrían inclusive poner en peligro la existencia de la junta en vez de lograr el objetivo deseado de la cooperación.

No se ha realizado aún el trabajo de seguimiento necesario para comparar los resultados obtenidos en la simulación con la situación real de las JS. Sin embargo, si se consideran las noticias sobre las JS que aparecen en los medios de comunicación que tratan en su mayoría de las inauguraciones de nuevas juntas y de intervenciones a JS que tienen serios problemas de morosidad, se puede tener suficiente seguridad de que fenómenos como por ejemplo el ciclo de estrategias que aparece en los modelos se produce también en la realidad.

Si bien cada JS debería ser estudiada en forma individual, algunos consejos generales que se puede obtener del análisis de los modelos son: Mantener el juego voluntario de ser posible, de esta forma se mantiene la cooperación en el tiempo.

Si se busca reforzar un comportamiento cooperativo como es el pago a tiempo de las cuotas de agua, se debería utilizar recompensas. Si en cambio, lo que se busca es la cooperación total sin importar el proceso se utilizaría castigo.

En ambos casos el incentivo debe ser al menos moderado para lograr un resultado rápido y perceptible. Si la recompensa es muy baja, serían pocos los que modificarían su conducta y no sería evidente la mejora en la comunidad. Si en cambio el castigo es muy bajo la JS pasaría por varios ciclos de buenos y malos tiempos antes de alcanzar la cooperación.

También se debe tener el cuenta que aumentar el costo del servicio con el fin de obtener el dinero necesario para mantener a la junta funcionando puede tener un resultado no esperado al desanimar a los cooperadores que son los que van a asumir el incremento en el costo.

5.1 Principales contribuciones

Entre las contribuciones de esta tesis se puede nombrar:

- La presentación detallada de diferentes modelos desarrollados durante los últimos años para el estudio del origen y la evolución de la cooperación en base a la teoría de juegos evolutivos utilizando los incentivos y la abstención.

- La elaboración de una taxonomía de los diferentes modelos existentes y su caracterización para el uso en situaciones prácticas.

- La aplicación de la taxonomía al ejemplo concreto de la junta de saneamiento (JS) para más adelante verificar los resultados obtenidos con la situación real de las JS.

- En la junta de saneamiento, la cooperación es una necesidad para la subsistencia de la misma. El comportamiento previsto de acuerdo a cada modelo permite extraer información que ayude a la toma de decisiones para evitar situaciones desfavorables al mantenimiento de la cooperación.

5.2 Trabajos futuros

Entre los trabajos futuros debemos mencionar:

- En lo referente a la junta de saneamiento: El seguimiento de las juntas locales, de forma a contrastar el comportamiento teórico con su evolución real.
- En lo referente a la evolución de la cooperación: La necesidad de profundizar los conceptos en torno al altruismo y la evolución.
- Comprender mejor los criterios de recompensa del altruismo, ya sea directos o indirectos y el modelamiento de los mismos.
- ¿Existen otras reglas para mantener la cooperación? ¿Y para restablecer la cooperación en caso que esta deje de existir?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[ABC12] ABC. Recomiendan actualizar tarifa de provisión de agua en Caazapá. ABC, Suplemento Económico. Asunción (PY); Julio 1. (Edición impresa). Disponible en: http://www.abc.com.py/edicion-impresa/suplementos/economico/recomiendan-actualizar-tarifa-de-provision-de-agua-en-caazapa-420652.html [25 Noviembre 2012], 2012.

[AD88] Robert Axelrod and D. Dion. The further evolution of cooperation. *Science*, 242(4884):1385–1390, 1988.

[AH81] Robert Axelrod and WD Hamilton. The evolution of cooperation. *Science*, 211(27):1390 – 1396, 1981.

[BBS12] Rocío Botta, Gerardo Blanco, and Christian E Schaerer. La Evolución de los Juegos Evolutivos : Análisis de la evolución de la cooperación. In *Congreso de Ingeniería en Electro-Electrónica, Comunicaciones y Computación ARANDUCON 2012*, page 9, Asunción, PY, 2012.

[BHS06] Hannelore Brandt, Christoph Hauert, and Karl Sigmund. Punishing and abstaining for public goods. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 103(2):495–7, January 2006.

[BV06] Matthew Breier and Martine Visser. The Free Rider Problem in Community-Based Rural Water Supply: A Game Theoretic Analysis. (06), 2006.

[Col06] Andrew M Colman. The puzzle of cooperation. *Nature*, 440(7085):744–745, April 2006.

[Cur87] Helena Curtis. *Biologia*. Worth Publishers, 4ta. edicion edition, 1987.

[Dar59] C. Darwin. *On the Origin of the Species by Means of Natural Selection: Or, The Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*. John Murray, 1859.

[Daw80] RM Dawes. Social dilemmas. *Annual review of psychology*, 1980.

[Daw99] R. Dawkins. *The Extended Phenotype: The Long Reach of the Gene*. Popular Science. Oxford University Press, 1999.

[DGE12] DGEEC. Anuario Estadístico del Paraguay 2010. In *Anuario Estadístico del Paraguay 2010*, chapter 2. DGEEC, Fernando de la Mora, 2012.

[DR98] L.A. Dugatkin and H.K. Reeve. *Game theory & animal behavior*. Oxford University Press, 1998.

[FABG10] Diego Fernández, CA Aguilera, Juan Bóbeda, and J Giménez. Plan estratégico sectorial de agua potable y saneamiento de Paraguay. 2010.

[FF04] Ernst Fehr and Urs Fischbacher. Social norms and human cooperation. *Trends in cognitive sciences*, 8(4):185–90, April 2004.

[FFdP94] N. Fiedler-Ferrara and C.P.C. do Prado. *Caos: uma introducao*. Edgar Blucher, 1994.

[FG02] Ernst Fehr and Simon Gächter. Altruistic punishment in humans. *Nature*, 415(6868):137–40, January 2002.

[Fow05] James H Fowler. Altruistic punishment and the origin of cooperation. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102(19):7047–9, May 2005.

[GC00] L.A. Giraldeau and T. Caraco. *Social Foraging Theory.* Monographs in Behavior and Ecology. Princenton University Press, 2000.

[GFM01] C.D. Gerrard, M.A. Ferroni, and A. Mody. *Global Public Policies and Programs: Implications for Financing and Evaluation: Proceedings from a World Bank Workshop.* Commodity Working Papers. World Bank, 2001.

[Ham64] W D Hamilton. The genetical evolution of social behaviour. I. *Journal of theoretical biology*, 7(1):1–16, July 1964.

[Har68] Garrett Hardin. The Tragedy of the Commons. *Science*, 162:1243–1248, 1968.

[Har82] Russell Hardin. *Collective Action.* Rff Press. Taylor & Francis, 1982.

[HDHS02] Christoph Hauert, Silvia De Monte, Josef Hofbauer, and Karl Sigmund. Volunteering as Red Queen mechanism for cooperation in public goods games. *Science (New York, N.Y.)*, 296(5570):1129–32, May 2002.

[HS03] Josef Hofbauer and Karl Sigmund. Evolutionary game dynamics. *Society*, 40(4):479–519, 2003.

[HS10] Christian Hilbe and Karl Sigmund. Incentives and opportunism: from the carrot to the stick. *Proceedings. Biological sciences / The Royal Society*, 277(1693):2427–33, August 2010.

[HTB+08] Christoph Hauert, Arne Traulsen, Hannelore Brandt, Martin A Nowak, and Karl Sigmund. Public Goods With Punishment and Abstaining in Finite and Infinite Populations. *Biological Theory*, 3(2):114–122, 2008.

[Kol98] Peter Kollock. Social dilemmas: The anatomy of cooperation. *Annual Review of Sociology*, 24(1):183–214, 1998.

[Kuh09] Steven Kuhn. Prisonerś dilemma. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2009 edition, 2009.

[Lei10] E G Leigh. The group selection controversy. *Journal of evolutionary biology*, 23(1):6–19, January 2010.

[MGG+12] José Martínez, Roberto Giménez, Enrique Garay, Ignacia S. de Sanabria, Saturnino Alvarenga Giménez, and Elvio Gonzalez Caballero. Propuesta Plan de Desarrollo Sustentable y ordenamiento territorial del municipio de Villa Ygatimi Departamento de Canindeyú Septiembre - 2012. Technical report, 2012.

[NM92] MA Nowak and RM May. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, 359, 1992.

[Now06] Martin A Nowak. Five Rules for the Evolution of Cooperation. *Science*, 314(December), 2006.

[NS98] Martin A. Nowak and Karl Sigmund. Evolution of indirect reciprocity by image scoring. *Nature*, 393(6685):573–7, June 1998.

[OPS10] OPS. *Actualización del análisis sectorial de agua potable y saneamiento de Paraguay*. 2010.

[PNU08] PNUD. Experiencias ciudadanas innovadores: juntas de saneamiento y farmacias sociales en el Paraguay. Technical report, 2008.

[Psy] Psychology Dictionary. What is TRAGEDY OF THE COMMONS definition of TRAGEDY OF THE COMMONS (Psychology Dictionary).

[Sam54] P.A. Samuelson. The pure theory of public expenditure. *The review of economics and statistics*, 36(4):387–389, 1954.

[San98] William H Sandholm. WHAT HAVE WE LEARNED FROM EVOLUTIONARY GAME SO FAR. *Society*, (August 1997):1–29, 1998.

[SBDS12] Tatsuya Sasaki, Ake Brännström, Ulf Dieckmann, and Karl Sigmund. The take-it-or-leave-it option allows small penalties to overcome social dilemmas. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 109(4):1165–9, January 2012.

[SHTS10] Karl Sigmund, Christoph Hauert, Arne Traulsen, and Hannelore Silva. Social Control and the Social Contract: The Emergence of Sanctioning Systems for Collective Action. *Dynamic Games and Applications*, 1(1):149–171, October 2010.

[Sig07] Karl Sigmund. Punish or perish? Retaliation and collaboration among humans. *Trends in ecology & evolution*, 22(11):593–600, November 2007.

[SKM03] Dirk Semmann, Hans-Jürgen Krambeck, and Manfred Milinski. Volunteering leads to rock – paper – scissors dynamics in a public goods game. *Nature*, 425(September), 2003.

[Smi82] John Maynard Smith. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, 1982.

[Smi86] John Maynard Smith. Evolutionary game theory. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 22(1-3):43–49, October 1986.

[SP73] John Maynard Smith and G. R. Price. The Logic of Animal Contest. *Nature*, 246(2):15–18, 1973.

[SU11] Tatsuya Sasaki and Tatsuo Unemi. Replicator dynamics in public goods games with reward funds. *Journal of theoretical biology*, 287:109–14, October 2011.

[TFSN04] Christine Taylor, Drew Fudenberg, Akira Sasaki, and Martin a Nowak. Evolutionary game dynamics in finite populations. *Bulletin of mathematical biology*, 66(6):1621–44, November 2004.

[Tho85] Bernhard Thomas. On evolutionarily stable sets. *Journal of Mathematical Biology*, 22(1):105–115, 1985.

[TJ78] Peter D Taylor and Leo B. Jonker. Evolutionary stable strategies and game dynamics. *Mathematical Biosciences*, 40(1-2):145–156, July 1978.

[Tri71] Robert L . Trivers. The Evolution of Reciprocal Altruism Published by : The University of Chicago Press Stable URL :. *The Quarterly Review of Biology*, 46(1):35–57, 1971.

[Vel06] M. Velasquez. *Ética en los negocios: conceptos y casos*. Prentice Hall, 2006.

[VNM53] J. Von Neumann and O. Morgenstern. *Theory of games and economic behavior*. Science: Economics. Princeton University Press, 1953.

ANEXOS A

PUBLICACIONES Y RECONOCIMIENTOS

Parte de esta tesis fue presentada en el Congreso de Ingeniería Electro-Electrónica, Comunicaciones y Computación ARANDUCON 2012 realizado en Asunción en noviembre de 2012, recibiendo una mención como trabajo distinguido.

Parte de esta tesis fue sometida a la Conferencia Latinoamericana de Informática CLEI 2013 a realizarse en el mes de octubre. Fue aprobada su presentación y fue seleccionada para su posterior publicación en la revista electrónica del CLEI (CLEI Electronic Journal).

A.1 Aranducon 2012

Rocío Botta, Gerardo Blanco, and Christian E Schaerer. La Evolución de los Juegos Evolutivos : Análisis de la evolución de la cooperación. In *Congreso de Ingeniería en Electro-Electrónica, Comunicaciones y Computación ARANDUCON 2012*, page 9, Asunción, PY, 2012.

Abstract En un grupo de individuos que se unen para producir un bien o proveer un servicio, los cooperadores que pagan el costo de producir el bien a menudo son explotados por aquellos que sin aportar reciben de igual forma el beneficio. La aplicación de incentivos (premios o castigos) y la opción de no participar en la iniciativa son dos mecanismos que de acuerdo a estudios realizados favorecen y estabilizan la cooperación en un grupo de individuos no relacionados. Diversos modelos fueron desarrollados a lo largo del tiempo, que utilizan uno o ambos mecanismos. De hecho, en la vida real, los esfuerzos colectivos tienen diferentes características; en algunos casos hay incentivos en forma de premios o castigos, mientras que en otros no. Asimismo, hay iniciativas en donde el individuo decide si quiere o no participar, pero en otros casos es imposible abstenerse, como ocurre en muchos problemas relacionados con el medio ambiente. En este trabajo se analizan varios modelos, que utilizan como marco la teoría de juegos evolutivos y los juegos de bienes públicos. Comparamos y sistematizamos los modelos. También presentamos una tabla de características, que permiten comparar los modelos de forma a seleccionar el más conveniente en función de las necesidades de un problema específico. Los resultados comparativos demuestran que el nivel de cooperación obtenido en cada uno depende del o de los mecanismos utilizados y de la forma en que son aplicados dentro del juego.

Palabras claves:Teoría de juegos evolutivos, juegos de bienes públicos, evolución de la cooperación.

A.2 CLEI 2013

Abstract In a group of individuals that come together to produce a good or provide a service the cooperators who pay to produce the good, are often exploited by those who receive the benefit without paying the cost. Models were developed over time using incentives (rewards or punishment) and the option of leaving the initiative to promote and stabilize the cooperation.

In this paper we analyze several models that use as a framework the evolutionary game theory and public goods games. We compare them and systematized their characteristics in a table to select the most suitable for a specific problem.

To apply the models we chose the problem of cooperation in community projects of water supply. The comparative results demonstrate that the level of cooperation obtained depends on the mechanisms used, how they are applied and the initial composition of the population.

Index Terms: Evolutionary game theory, public goods games, evolution of cooperation.

ANEXOS B

CÓDIGO

B.1 Código del Modelo 1

%Programa principal

clc

clear all

global r k N

%Cargar parámetros

prompt = 'Población (N):','Interés (r):','Pago de los loners (k):';

dlg-title = 'Variables de entrada';

num-lines = 1;

def = '5','3','1';

answer = inputdlg(prompt,dlg-title,num-lines,def);

N= str2num(answer1); *%Número de participantes*

r= str2num(answer2) ; *%Factor de multiplicación*

k= str2num(answer3) ; *%Pago fijo que reciben los loners*

%Cargar valores iniciales para las estrategias

prompt = ' Inicial de Cooperadores:', ' Inicial de Desertores:',' Inicial de Solitarios:';

dlg-title = 'Variables de entrada, cada valor corresponde a una corrida, si se ingresan 3 valores para Cooperadores, cada una será el valor inicial de una corrida diferente';

num-lines = 3;

def = ’0.4, 0.7, 0.3’ ,’0.5, 0.2, 0.3’,’0.1, 0.1, 0.4’,;

answer = inputdlg(prompt,dlg-title,num-lines,def);

x= str2num(answer1); *%Cooperadores*

y= str2num(answer2); *%Desertores*

w= str2num(answer3); *%Solitarios*

datos-grafico=zeros(0,3);

for i= 1:length(x)

    [T,Y] = ode45(@afu,[0 100],[x(i) y(i) w(i)]);

    datos-grafico=[datos-grafico; [Y(:,3) Y(:,2) Y(:,1)]];

    save(’datos-grafico’, ’datos-grafico’); *%Se guardan los valores para el gráfico*

end

%Gráfico ternario

termain

%Gráficos de las estrategias en el tiempo

figure

plot(T,Y)

hleg1 = legend(’Cooperadores’,’Desertores’,’Solitarios’);

ylabel(’Porcentaje’);

xlabel(’Tiempo (meses)’);

%Función afu

function dy = afu(T,y)

global r k N

$lon1 = y(3)^{(N-1)}$;

$lon2 = y(3)^{N}$;

$lon3 = 1 - y(3)$;

%Pagos de desertores, cooperadores y solitarios

```
Pd= (k*lon1)+(r*(y(1)/lon3)*(1-((1-lon2)/(N*lon3))));
Pc= Pd - ((r-1)*lon1) + ((r/N )*((1-lon2)/lon3))-1;
Pl=k;
%Pago promedio de la población
Pprom= (y(1)* Pc) + (y(2)* Pd) + (y(3)* Pl);
dy = zeros(3,1);
dy(1)= y(1)* (Pc-Pprom);
dy(2)= y(2)* (Pd-Pprom);
dy(3)= y(3)* (Pl-Pprom);
end
```