

**Ubicación de Centros de Distribución desde la perspectiva del  
Gobierno Municipal. Un enfoque Multiobjetivo**

**Rafael Alejandro Aquino Silva**

Orientadores: Prof. Benjamín Barán D.Sc.  
Prof. Fabio López-Pires D.Sc.

Tesis presentada a la Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción,  
como requisito para la obtención del Grado de Máster en Ciencias de la  
Computación.

SAN LORENZO - PARAGUAY

Diciembre - 2017

**UBICACIÓN DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN DESDE LA  
PERSPECTIVA DEL GOBIERNO MUNICIPAL. UN ENFOQUE  
MULTIOBJETIVO**

Rafael Alejandro Aquino Silva

Aprobado en Diciembre de 2017 por:

---

Prof. Benjamín Barán, DSc.

---

Prof. Diego Pinto Roa, Dr.

---

Prof. Christian von Lüken, Dr.

---

Prof. Enrique Chaparro Viveros, DSc. FP-UNE

Datos internacionales de Catalogación en la Publicación (CIP)  
DE BIBLIOTECA CENTRAL DE LA UNA

Aquino Silva,Rafael Alejandro

Ubicación de Centros de Distribución desde la perspectiva del Gobierno Municipal. Un enfoque Multibjetivo/Rafael Alejandro Aquino Silva. – San Lorenzo, 2017.

56 p. : il.

Tesis (Maestría en Ciencias de la Computación) – Facultad Politécnica, 2017.

Bibliografía.

1. Logística. 2. Algoritmos Evolutivos. 3. Evolutionary Algorithms. 4. Problema de Ubicación y Ruteo. 5. Location-Routing Problem. I. Título.

CDD 519.4

*A mi familia y a la memoria de mi hermana Ana Paula*

# Agradecimientos

A la Santísima Virgen María y al Santo Cura de Ars, por su intercesión.

A mis padres y hermanos, quienes siempre mantuvieron su apoyo a mis estudios.

A Catherine Lorenzi, quien siempre estuvo a mi lado para alentarme a seguir.

Agradezco a todos mis compañeros del NIDTEC, por la calidez y el trato que nunca voy a olvidar.

Mi profundo agradecimiento a los grandes científicos y maestros con quienes tuve el honor de trabajar y aprender, en especial a los profesores Benjamín Barán y Fabio López.

Agradezco al NIDTEC por brindarme la oportunidad.

Agradezco al CONACYT por la beca otorgada.

## Ubicación de Centros de Distribución desde la perspectiva del Gobierno Municipal. Un enfoque Multiobjetivo

Autor: Rafael Alejandro Aquino  
Silva

Orientadores: Benjamín Barán  
Fabio López-Pires

### RESUMEN

Actualmente, ciudades como Asunción-Paraguay sufren graves problemas ambientales y de tráfico como consecuencia del aumento de las necesidades comerciales y el crecimiento sin precedentes del parque automotor. Para resolver los mencionados problemas, nuevas estrategias de distribución de mercaderías deben ser propuestas.

Las estrategias de distribución tradicionales, que consisten en enviar las mercaderías directamente de las fábricas a los clientes, podrían no ser las más adecuadas para una ciudad con las características de Asunción-Paraguay. Los camiones podrían no poder transitar por ciertas zonas de la ciudad debido a restricciones legales, problemas de espacio o seguridad, o por cuestiones ambientales. Es más, los clientes generalmente necesitan sólo una pequeña cantidad de productos, por tanto utilizar camiones podría no ser una solución económicamente efectiva.

La *distribución de dos niveles* propone ubicar entre las fábricas y clientes unos depósitos intermedios, llamados Centros de Distribución Urbanos o *CDCs*, siglas en inglés de *city distribution centers*. La carga que llega a los *CDCs* en varios camiones desde distintas fábricas se consolida en vehículos más pequeños para ser distribuida a los clientes finales. Dicho sistema de distribución está formulado matemáticamente como el Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles, más conocido como *Two-Echelon Location-Routing Problem (2E-LRP)*.

Esta Tesis propone una formulación Multobjetivo y Multiproducto del *Green 2E-LRP*, que contempla la reducción de las emisiones contaminantes de los vehículos. Se propuso conjuntamente un Algoritmo Evolutivo para la resolución del problema formulado. Resultados experimentales muestran que el Algoritmo propuesto encuentra soluciones de igual calidad que una alternativa de búsqueda exhaustiva, considerando la métrica de *Hipervolumen*, y que es escalable a instancias grandes del problema que no pueden ser resueltas en tiempo razonable con técnicas de fuerza bruta.

**Location of Distribution Centers from the City Government  
perspective. A Multi-Objective Approach**

Author: Rafael Alejandro Aquino Silva

Advisors: Benjamín Barán

Fabio López-Pires

**SUMMARY**

Nowadays, cities such as Asunción-Paraguay suffer from serious environmental and traffic problems as a result of increasing commercial needs and an unprecedented growth of the number of vehicles in the road. To solve those problems, new strategies for commodity distribution must be proposed.

Traditional distribution strategies, which consist of shipping goods directly from manufacturers to customers, might not be appropriate for a city like Asunción, Paraguay. Trucks may not be able to move through certain areas of the city due to legal restrictions, space or safety issues, or environmental concerns. Furthermore, customers generally need only a small amount of products, so in this case using trucks may not be an cost-effective solution.

The *two-level distribution* proposes locating intermediate depots called *CDCs*, acronyms of *City Distribution Centers*, between manufacturers and customers. Shipments that arrives at *CDCs* in several trucks from different manufacturers are consolidated into smaller vehicles and then distributed to final customers. This distribution system is expressed mathematically as the *Two-Echelon Location-Routing Problem (2E-LRP)*.

This Thesis proposes a Multi-objective and Multi-product formulation of the *Green 2E-LRP*, which considers reduction of pollutant emissions of vehicles, together with an Evolutionary Algorithm to solve the presented problem. Experimental results show that the proposed Algorithm finds solutions of the same quality as an exhaustive search alternative, considering the *Hypervolume* metric, and that it is scalable to big sized problem instances that cannot be solved in reasonable time with brute force techniques.

# ÍNDICE GENERAL

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABLAS	xi
LISTA DE ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS	xiv
<b>1 Presentación</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.2.1 Objetivo General . . . . .	3
1.2.2 Objetivos Específicos . . . . .	3
1.3 Estructura de la Tesis . . . . .	4
<b>2 Trabajos Relacionados y Motivación</b>	<b>5</b>
2.1 <i>LRP</i> Multiobjetivo . . . . .	5
2.2 <i>LRP</i> Multiproducto . . . . .	7
2.3 Metaheurísticas para el <i>LRP</i> . . . . .	7
2.4 Resumen y Motivación . . . . .	8
<b>3 Formulación Matemática del Problema</b>	<b>10</b>
3.1 Descripción del modelo . . . . .	10
3.2 Datos de entrada . . . . .	11
3.2.1 Conjuntos . . . . .	11
3.2.2 Parámetros . . . . .	12
3.2.3 Variables de Decisión . . . . .	13
3.3 Restricciones . . . . .	15
3.4 Funciones Objetivo . . . . .	17
3.5 Ejemplo Didáctico . . . . .	19
3.5.1 Descripción y Datos de la Instancia de Ejemplo . . . . .	19
3.5.2 Solución Posible . . . . .	21

<b>4</b>	<b>Beneficios de un Esquema de Distribución en Dos Niveles</b>	<b>25</b>
4.1	Entorno experimental . . . . .	26
4.1.1	Resultados Experimentales y Análisis . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Algoritmo Propuesto</b>	<b>31</b>
5.1	Descripción del Algoritmo . . . . .	31
5.2	Segundo nivel - Algoritmo Evolutivo . . . . .	33
5.2.1	Representación de una solución . . . . .	33
5.2.2	Selección . . . . .	34
5.2.3	Cruzamiento . . . . .	35
5.2.4	Mutación . . . . .	37
5.3	Primer Nivel - Búsqueda Exhaustiva . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Pruebas Experimentales</b>	<b>41</b>
6.1	Entorno Experimental . . . . .	41
6.2	Pruebas Experimentales . . . . .	42
6.2.1	Validación del Algoritmo Propuesto . . . . .	42
6.2.2	Escalabilidad del Algoritmo Propuesto . . . . .	45
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>47</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Datos de las instancias de prueba utilizadas en el Capítulo 4</b>	<b>53</b>
A.1	Datos comunes para ambas instancias . . . . .	53
A.2	Datos específicos para cada instancia . . . . .	55

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Ejemplo de un <i>LRP</i> de dos niveles . . . . .	2
2.1	Un ejemplo de representación de una solución al <i>LRP</i> . . . . .	8
3.1	Representación gráfica de la instancia de ejemplo. . . . .	19
3.2	Representación gráfica de una solución posible a la instancia de ejemplo. . . . .	22
4.1	Mapa mostrando la ubicación de los <i>CDCs</i> , clientes y fábricas contemplados en las instancias de prueba . . . . .	27
5.1	Representación visual del segundo nivel de una solución de ejemplo a un problema <i>2E-LRP</i> . . . . .	35
5.2	Ejemplo visual del cruzamiento del vector de clientes <i>C</i> . . . . .	36
5.3	Ejemplo visual del cruzamiento de los vectores de <i>CDCs</i> y vehículos <i>D</i> y <i>V</i> . . . . .	36
5.4	Ejemplo visual de la reparación de un cromosoma inválido. . . . .	37
5.5	Ejemplo visual de la mutación del vector de <i>CDCs</i> <i>D</i> . . . . .	38
5.6	Ejemplo visual de la primera mutación del vector de vehículos <i>V</i> . . . . .	38
5.7	Ejemplo visual de una segunda mutación del vector de vehículos <i>V</i> . . . . .	39
5.8	Ejemplo visual de la mutación del vector de clientes <i>C</i> . . . . .	39
6.1	Mapa mostrando la ubicación de los <i>CDCs</i> , clientes y fábricas contemplados en la instancia utilizada para validar el algoritmo propuesto . . . . .	42
6.2	Mapa mostrando la ubicación de los <i>CDCs</i> , clientes y fábricas contemplados en la instancia utilizada para demostrar escalabilidad . . . . .	43
6.3	Gráfico de <i>hipervolumen</i> y tiempo transcurrido, de los conjuntos de soluciones no dominadas encontradas por el algoritmo evolutivo propuesto para una instancia con 53 clientes . . . . .	45

# LISTA DE TABLAS

2.1	Resumen de las principales funciones objetivo consideradas en los modelos <i>LRP</i> multiobjetivo . . . . .	6
3.1	Conjuntos de la formulación propuesta. . . . .	11
3.2	Parámetros utilizados en el formulación propuesta. . . . .	13
3.3	VARIABLES de decisión de la formulación propuesta . . . . .	14
3.4	Datos de los vehículos del primer nivel de la instancia de ejemplo. . . . .	20
3.5	Datos de los vehículos del segundo nivel de la instancia de ejemplo. . . . .	20
3.6	Costos de transporte del primer nivel de la instancia de ejemplo. . . . .	20
3.7	Costos de transporte del segundo nivel y de instalación de <i>CDCs</i> de la instancia de ejemplo. . . . .	21
3.8	Resumen de los valores calculados para la solución posible a la instancia de ejemplo. . . . .	23
3.9	Valor de las funciones objetivo para la solución posible a la instancia de ejemplo. . . . .	24
4.1	Conjunto de soluciones no dominadas óptimas para la instancia de distribución directa. . . . .	28
4.2	Conjunto de soluciones no dominadas óptimas para la instancia de distribución en dos niveles . . . . .	28
4.3	Comparación de dos soluciones. . . . .	29
6.1	Resultados experimentales de evaluación de la calidad de soluciones del Algoritmo Evolutivo propuesto . . . . .	44
A.1	Datos sobre <i>CDCs</i> y clientes. . . . .	53
A.2	Datos de las flotas de vehículos. . . . .	53
A.3	Distancias y tiempos de viaje, dados en el formato <i>distancia/tiempo</i> . . . . .	54
A.4	Costos de envío del primer nivel. . . . .	54
A.5	Datos de la Instancia 1. . . . .	55

A.6 Datos de la segunda instancia. . . . . 56

# LISTA DE ALGORITMOS

1	Esquema de alto nivel del Algoritmo Evolutivo propuesto. . . . .	32
---	--	----

# LISTA DE ABREVIATURAS Y SÍMBOLOS

2E-LRP	<i>Two-Echelon Location-Routing Problem</i> , Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles.
2E-VRP	<i>Two-Echelon Vehicle Routing Problem</i> , Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles.
CDC	<i>City Distribution Center</i> , Centro de Distribución Urbano.
CO	Monóxido de Carbono.
CO <sub>2</sub>	Dióxido de Carbono.
GB	Giga-Byte.
GHz	Giga-Hertz.
LRP	<i>Location-Routing Problem</i> , Problema de Ubicación y Ruteo.
MOEA	<i>Multi-Objective Evolutionary Algorithm</i> , Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo.
MOLRP	<i>Multi-objective Location-Routing Problem</i> , Problema de Ubicación y Ruteo Multi-objetivo.
NP	Nondeterministic Polynomial Time, Tiempo Polinomial no determinista.
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i> .
RAM	<i>Random Access Memory</i> , Memoria de acceso aleatorio.
VRP	<i>Vehicle Routing Problem</i> , Problema de Ruteo de Vehículos.

# Capítulo 1

## Presentación

### 1.1 Introducción

El Problema de Ubicación y Ruteo, más conocido como *Location-Routing Problem (LRP)* es un problema de optimización combinatoria *NP-Completo* [1] considerado como una extensión al popular Problema de Ruteo de Vehículos o *Vehicle Routing Problem (VRP)* [2]. El *VRP* consiste en encontrar rutas óptimas para una flota de vehículos, estacionados en uno o más depósitos, con el objetivo de abastecer a un conjunto de clientes. En el *LRP*, por otra parte, se optimiza no solamente el ruteo sino también la ubicación y número de los depósitos, los cuales se consideran fijos en el *VRP* [1]. Este problema considera un conjunto de potenciales depósitos así como un conjunto de clientes y se puede considerar como el *LRP* estándar o de un nivel (*single-echelon LRP*). En contrapartida, en un *LRP* de dos niveles, o *two-echelon LRP (2E-LRP)*, se añade un conjunto de fabricantes, que conforma el primer nivel junto con los depósitos, mientras el segundo nivel se compone de los depósitos y los clientes. Dichos depósitos se llaman también Satélites o Centros de Distribución Urbanos (*city distribution centers* o *CDCs* por sus siglas en inglés) [3])<sup>1</sup>.

En un *LRP* de dos niveles, los bienes producidos por los fabricantes se envían primero a los depósitos para luego ser distribuidos a los clientes finales. En la Figura 1.1 se muestra un ejemplo de un *LRP* de dos niveles en donde  $\alpha$  y  $\beta$ , en la parte superior, representan a los fabricantes que abastecen a los *CDCs* A y B. Los *CDCs* A y B a su vez satisfacen la demanda de los clientes 1 al 5. En particular, la Figura 1.1 muestra una posible solución en donde dos vehículos proveen a los 5 clientes utilizando únicamente el depósito A, ahorrando de este modo el costo de instalación del depósito B.

---

<sup>1</sup>El término *CDC* se utilizará preferentemente a lo largo del presente documento.

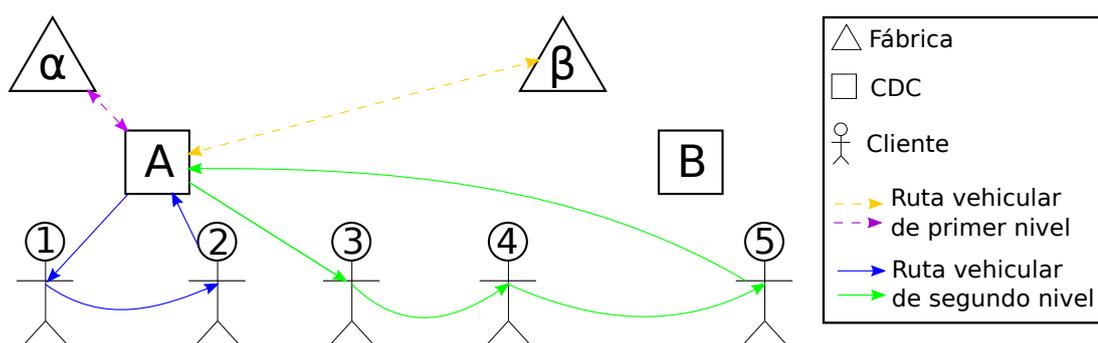


Figura 1.1: Ejemplo de un *LRP* de dos niveles (*2E-LRP*). Nótese que el *CDC* B no está siendo utilizado.

El envío bienes directamente de las fábricas a los clientes finales utilizando una flota de vehículos pesados podría no ser la estrategia más adecuada para una ciudad con problemas de congestión de tráfico como Asunción, Paraguay. Los camiones podrían no poder transitar por ciertas zonas de la ciudad debido a restricciones legales, problemas de espacio o seguridad, o por cuestiones ambientales. Es más, los clientes generalmente necesitan sólo una pequeña cantidad de productos, por lo tanto, utilizar camiones grandes podría no ser una solución económicamente efectiva.

Un vehículo en funcionamiento emite varios contaminantes mientras opera [4]. La lista de contaminantes incluye, entre muchos otros, monóxido de carbono ( $CO$ ) y dióxido de carbono ( $CO_2$ ) [4]. En efecto, el tráfico de carretera es una de las mayores fuentes de gases de efecto invernadero, y está creciendo con el tiempo [5]. Como resultado, una nueva y creciente línea de investigación conocida como “*Green Logistics*” apunta a minimizar los efectos dañinos en el ambiente causados por las actividades de transporte [6].

La mayoría de las decisiones de la vida real no pueden ser modeladas con suficiente precisión utilizando una única función objetivo [7]. Esto se debe a que frecuentemente los objetivos a ser optimizados son *contradictorios* o de *naturalezas distintas*. Como ejemplo de objetivos contradictorios, considérese el tiempo de entrega de mercadería y las emisiones de contaminantes; aumentar el tamaño de la flota de vehículos reduciría el tiempo de entrega, pero podría provocar un aumento de las emisiones. Por otro lado, una flota de vehículos pequeña generalmente implica una menor inversión y menor impacto ambiental, más estos dos objetivos se miden en unidades fundamentalmente diferentes; en este caso ambos objetivos son de naturaleza distinta. En este contexto, cuando se deben modelar objetivos que son contradictorios o de naturaleza distinta, la Optimización Multiobjetivo podría ser el enfoque más adecuado.

Como se ha señalado al principio de la sección, el *LRP* es un problema *NP-Completo* [1], por lo que instancias grandes del problema no pueden ser resueltas en tiempo razonable utilizando métodos de búsqueda exhaustiva o fuerza bruta. Por esta razón, técnicas metaheurísticas como los Algoritmos Evolutivos [8], podrían ser útiles para resolver el problema en un tiempo razonable.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo General

El objetivo principal de este trabajo es proponer una formulación matemática Multiobjetivo del Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles (*2E-LRP*) y un Algoritmo Evolutivo para su resolución, que potencialmente sirvan al Gobierno Municipal como ayuda en la toma de decisiones sobre la ubicación e instalación de Centros de Distribución Urbanos (*CDCs*).

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcanzar el objetivo principal de este trabajo, se identificaron los siguientes objetivos específicos:

- Proponer por primera vez una formulación matemática del Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles (*2E-LRP*) en el marco de “*Green Logistics*”, con un enfoque Multiobjetivo y que considere la circulación de múltiples productos.
- Proponer un algoritmo evolutivo multiobjetivo para la solución del problema formulado.
- Presentar indicios sobre las ventajas de utilizar un esquema de distribución basado en la utilización de Centros de Distribución Urbanos (*CDCs*) en lugar de continuar con la distribución directa de cada fabricante.
- Comprobar la validez del algoritmo evolutivo propuesto mediante la comparación de soluciones obtenidas por el mismo contra soluciones óptimas halladas mediante una técnica de búsqueda exhaustiva.
- Validar experimentalmente la escalabilidad de la metaheurística utilizada como base del algoritmo propuesto en comparación a una técnica de búsqueda exhaustiva.

## 1.3 Estructura de la Tesis

El resto de la presente tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentan una revisión de trabajos relacionados y la motivación que llevó a la realización del trabajo. En el Capítulo 3 se presenta una formulación matemática del *Location-Routing Problem* de dos niveles, el primer aporte de esta tesis. Luego, en el Capítulo 4, se exponen los beneficios de utilizar un esquema de distribución de dos niveles, en comparación a un sistema de distribución directa. El segundo aporte de la tesis se presenta en el Capítulo 5, siendo éste un Algoritmo Evolutivo para resolver el modelo expuesto en el Capítulo 3. En el Capítulo 6 se estudian los resultados de experimentos computacionales realizados con el Algoritmo Evolutivo propuesto. Por último, el Capítulo 7 cierra la tesis con conclusiones finales y sugerencias para trabajos futuros.

## Capítulo 2

# Trabajos Relacionados y Motivación

En este capítulo se expone una breve reseña de los trabajos realizados en las áreas de investigación concernientes a los objetivos propuestos, junto a la motivación que dio como resultado a los principales aportes de esta tesis.

El gobierno municipal tiene bajo su autoridad a diversos actores, todos con sus propios intereses particulares, y debe tomar decisiones teniendo en cuenta los intereses generales pero sin descuidar los particulares. En este contexto, es necesario observar considerar los problemas *LRP* Multiobjetivo propuestos en la literatura.

Como se mencionó en el Capítulo 1, los clientes generalmente tiene necesidad de múltiples productos, por lo que se indagará sobre las formulaciones multiproducto del *LRP*.

Dado que el *LRP* es un problema *NP*-Completo (como se expuso en el Capítulo 1), instancias grandes del mismo no pueden ser resueltas en tiempo razonable utilizando técnicas tradicionales. Por tanto, es necesario buscar una alternativa de solución que permita utilizar la formulación propuesta para casos prácticos. En el presente capítulo, se explorarán las metaheurísticas propuestas en la literatura para el *LRP* de dos niveles (*2E-LRP*).

### 2.1 *LRP* Multiobjetivo

La mayoría de los artículos todavía tratan sobre modelos mono-objetivo, aunque hay una tendencia de prestar mayor atención a los *LRP* multiobjetivo (*MOLRP*) [9]. En [7], Lopes et al. reconocen que la mayoría de las decisiones de la vida real no pueden ser modeladas con precisión con una única función objetivo.

La Tabla 2.1, inspirada en [7], presenta un resumen de los principales objetivos considerados para el *MOLRP*, agrupados en tres categorías identificadas.

Tabla 2.1: Resumen de las principales funciones objetivo consideradas en los modelos *LRP* multiobjetivo, inspirado en [7].

Categoría	Objetivo
<b>Minimización de Costos</b>	Número de depósitos
	Costo de instalación de depósitos
	Costo de transporte
	Distancia de recorrido
	Tiempo de recorrido
	Carga transportada (peso)
	Distancia recorrida por los clientes para acceder a los depósitos
<b>Aspectos ambientales</b>	Costo total
	Minimización de riesgo o molestias ocasionadas por el transporte
	Minimización del riesgo por proximidad a los depósitos
	Minimización del riesgo derivado del transporte e instalación de depósitos
<b>Distribución equitativa (objetivos minimizados)</b>	Maximización de la satisfacción o demanda entregada
	Riesgo máximo
	Proximidad máxima a depósitos insalubres o desagradables
	Riesgo total máximo
	Desigualdad de carga horaria laborar
<b>Otros</b>	Desequilibrio de cargas
	Demanda de clientes no satisfecha
	Otros objetivos concernientes a un modelo específico

En [10], Caballero et al. (2007) presentan un *LRP* con cinco funciones objetivo y describen una aplicación en la instalación de plantas de incineración de residuos en el sur de España. Los objetivos contemplan el posible rechazo de las poblaciones tanto a la habilitación de plantas de procesamiento como a las rutas por donde se transportan los residuos, además de objetivos económicos.

Tavakkoli-Moghadam et al. (2010) proponen en [11] un *LRP* biobjetivo con clientes opcionales. El primer objetivo minimiza el costo total mientras el segundo maximiza la demanda cumplida.

En [12], Govindan et al. (2014) introducen un *2E-LRP* biobjetivo, multiperiodo<sup>1</sup> y con ventanas de tiempo<sup>2</sup> para la distribución de alimentos perecederos. El primer objetivo minimiza el costo total mientras que el segundo minimiza el impacto ambiental. Dicho trabajo es, al leer saber y entender del autor de la tesis, el único *2E-LRP* que puede ser considerado dentro de "*Green Logistics*" [6].

<sup>1</sup>Multiperiodo: el problema contempla que la distribución de mercadería se hace a lo largo de varios periodos, por ejemplo varios días.

<sup>2</sup>Ventanas de tiempo: los vehículos deben visitar a cada cliente dentro de un periodo de tiempo específico.

## 2.2 *LRP* Multiproducto

Al momento de elaboración de esta tesis no se ha encontrado ningún *2E-LRP* que considere que se transporten múltiples productos, mientras que para el *2E-VRP* (*Two-Echelon Vehicle Routing Problem*) multiproducto destacan el trabajo de Crainic et al. [13] (2009) y, más recientemente, el de Eitzen et al. [14] (2017). En [13], Crainic et al. presentan un modelo mono-objetivo y multiproducto del *2E-VRP*. En [14], por otra parte, Eitzen et al. presentan una primera formulación multiobjetivo del *2E-VRP* multiproducto con cuatro funciones objetivo: minimización de costos del primer y segundo nivel, minimización de cantidad de vehículos y minimización de emisiones de dióxido de carbono.

## 2.3 Metaheurísticas para el *LRP*

Tanto en el artículo de Lopes et al. [7] (2013) como en el de Prodhon y Prins [15] (2014), el trabajo de Ting y Chen [16] (2013) es el único citado por utilizar una metaheurística de Colonias de Hormigas [8]. En [16], Ting y Chen proponen utilizar tres colonias independientes: la primera para establecer los depósitos, la segunda para asignar clientes a cada depósito ya establecido y la tercera para determinar el orden de visita de los clientes (ruteo).

En [17], Derbel et al. (2012) presentan un algoritmo genético híbrido para resolver un *LRP* mono-objetivo de *un nivel* y con una flota homogénea de vehículos de capacidad no especificada. En el mencionado trabajo, una solución se representa con dos vectores,  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  y  $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ , siendo  $n$  el número de clientes.  $A$  es un vector que representa el conjunto de *CDCs* abiertos y los clientes asignados a los mismos. La asignación de clientes a *CDCs* se deduce de la siguiente manera: siendo  $I$  el conjunto de *CDCs* y  $n$  el número de clientes, por cada índice  $l \in \{1, \dots, n\}$ , si  $a_l = i \in I$  significa que el cliente  $l$  está asignado al *CDC*  $i$ . Por el otro lado,  $P$  es un vector de permutación que establece la prioridad de un cliente dentro de una ruta. El orden de visita de los clientes se deduce de la siguiente manera: siendo  $J$  el conjunto de clientes y  $n$  el número de clientes, por cada índice  $l \in \{1, \dots, n\}$ ,  $p_l \in J$  corresponde a un cliente. Dado dos índices  $l, l' \in \{1, \dots, n\}$ , tal que  $l < l'$  y  $a_l = a_{l'} = i \in I$  (esto es, si los clientes  $p_l$  y  $p_{l'}$  están asignados al mismo *CDC*) entonces el cliente  $p_l$  es atendido antes que  $p_{l'}$ .

La Figura 2.1 muestra un ejemplo de la representación propuesta en [17], utilizando una instancia de 3 depósitos y 8 clientes.  $A = (3, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3)$

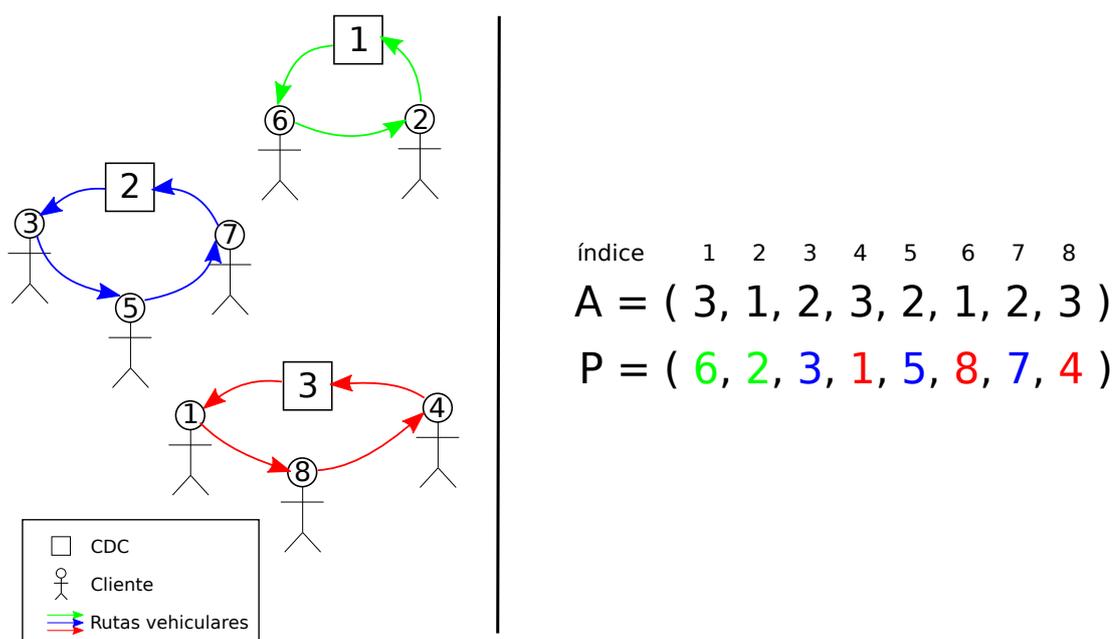


Figura 2.1: Un ejemplo de representación de una solución al *LRP* según Derbel et al. [17] (2013).

significa que el *CDC* 1 atiende a los clientes 2 y 6, el *CDC* 2 a los clientes 3, 5 y 7 y el *CDC* 3 a los clientes 1, 4 y 8. Teniendo en cuenta  $P = (6, 2, 3, 1, 5, 8, 7, 4)$ , como el 6 está antes que el 2 en  $P$ , el orden de visita es (6, 2). 3, 5 y 7 están en dicho orden en  $P$ , por lo que el orden de visita sigue siendo (3, 5, 7). Finalmente, en  $P$  el 1 está antes del 8 y el 8 antes del 4, por lo que el orden de visita es (1, 8, 4).

Se debe observar que la representación de solución propuesta en [17] no es única; como prueba, una representación alternativa de la solución presentada en la Figura 2.1 se logra utilizando  $P = (6, 2, 3, 5, 7, 1, 8, 4)$ . En dicho caso, el 6 también está antes del 2, el 1 antes del 8 y el 8 antes del 4.

Es necesario hacer notar que, al leer y entender del autor de la presente tesis, no se han encontrado Algoritmos Evolutivos propuestos específicamente para el *2E-LRP*.

## 2.4 Resumen y Motivación

En [12], cada arco entre los nodos del sistema (fabricantes, *CDCs* y clientes) tiene asignado un valor de impacto ambiental promedio, no relacionado a la flota de vehículos. Por tanto, no tiene en cuenta explícitamente el grado de contribución de los vehículos en el impacto ambiental total. Como se mencionó en la Sección 1.1, los vehículos emiten varios contaminantes en cantidades que dependen del

tipo de vehículo, tal como está modelado en [4] y [18].

El *Green 2E-LRP* formulado en esta tesis tiene en cuenta explícitamente las emisiones de los vehículos, utilizando una función objetivo independiente por cada contaminante considerado.

Así como se mencionó en la Sección 2.2, no se han encontrado modelos multiproducto para el *2E-LRP*, más sí para el *2E-VRP*. En la presente tesis se presenta entonces la primera formulación multiproducto del *2E-LRP*.

Como señaló en la Sección 2.3 del presente capítulo, no se han encontrado propuestas de Algoritmos Evolutivos para resolver el *2E-LRP*. El único trabajo con un enfoque evolutivo para el *LRP* estándar (de un nivel) es el propuesto en [17], más, como se mostró anteriormente, la representación de soluciones propuesta en dicho trabajo no es única. Una de las características que hacen a los algoritmos evolutivos más robustos que los métodos tradicionales es justamente poseer un mapeo uno a uno entre representaciones y soluciones potenciales [19].

En la presente tesis se presenta el primer Algoritmo Evolutivo específicamente diseñado para el *2E-LRP*, que soporta una flota heterogénea de vehículos. El Algoritmo propuesto utiliza, a diferencia de algoritmos similares existentes para el *LRP*, una representación que mapea a una y única solución potencial.

## Capítulo 3

# Formulación Matemática del Problema

En este capítulo se presenta una novedosa formulación multiobjetivo del Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles (*2E-LRP*), que contempla la circulación de múltiples productos demandados por los clientes. Considera además una flota de vehículos de características heterogéneas en el segundo nivel y permite *split delivery* en el primero. El modelo propuesto se enmarca dentro de *Green Logistics* al considerar la reducción de emisiones de gases contaminantes, por primera vez, en forma individual. Se ha diseñado el presente modelo teniendo en cuenta la flexibilidad de poder incorporar fácilmente más contaminantes.

La formulación propuesta tiene un enfoque de nivel estratégico, siendo potencialmente de ayuda para el gobierno municipal en el proceso de toma de decisiones referentes a la mejora del tráfico de la ciudad.

### 3.1 Descripción del modelo

El modelo presentado considera un esquema de distribución de *dos niveles*, en donde los fabricantes envían su producción, mediante una flota de vehículos, a centros de distribución urbanos (*CDCs*) en los cuales la carga recibida se consolida y se transporta por medio de una segunda flota a cada cliente final.

El modelo puede definirse de la siguiente manera: Dado un conjunto de fabricantes, un conjunto de lugares potenciales para *CDCs* y un conjunto de clientes que tienen una demanda conocida de varios productos, se debe determinar: dónde instalar los *CDC*, la asignación de clientes a los *CDC* instalados, rutas vehiculares para distribuir la demanda de los clientes en el segundo nivel y rutas vehiculares para abastecer a los *CDC* desde las fábricas en el primer nivel.

Una solución factible al problema debe ser tal que: la demanda de los clientes se satisface sin exceder la capacidad, tiempo de operación máximo y longitud

Tabla 3.1: Conjuntos de la formulación propuesta.

Conjunto	Descripción
$P$	Conjunto de los contaminantes considerados.
$L$	Conjunto de fabricantes.
$R$	Conjunto de vehículos del primer nivel.
$I$	Conjunto de potenciales lugares para $CDCs$ .
$K$	Conjunto de vehículos del segundo nivel.
$I$	Conjunto de clientes.

máxima de viaje de los vehículos en ambos niveles, mientras que la capacidad máxima de los  $CDC$  no debe ser sobrepasada.

Con respecto a los fabricantes, el modelo propuesto asume que: 1) no hay límites en su capacidad de producción y 2) cada uno produce un único y exclusivo producto. Se debe notar que hablar de fábricas y productos es equivalente, al haber una relación uno a uno entre ambos.

Se hacen las siguientes suposiciones sobre los vehículos: 1) en el primer nivel se considera una flota con características homogéneas, 2) en el segundo nivel se considera una flota con características heterogéneas, 3) para las rutas se consideran únicamente caminos cerrados, es decir, que deben comenzar y terminar en el mismo punto, 4) para el presente trabajo se asume que los vehículos emiten monóxido de carbono ( $CO$ ) y dióxido de carbono ( $CO_2$ ), aunque el modelo es lo bastante flexible para considerar más contaminantes si fuere necesario, 5) en el primer nivel se permite *split delivery*<sup>1</sup>, más no en el segundo nivel y por último 6) no se consideran *time windows*<sup>2</sup> en ningún nivel.

## 3.2 Datos de entrada

### 3.2.1 Conjuntos

Los conjuntos considerados por el modelo propuesto, se presentan en la Tabla 3.1. El conjunto  $P$  comprende a los contaminantes que emiten todos los vehículos de ambos niveles (conjuntos  $R$  y  $K$ ).

El conjunto  $I$  comprende a todos los  $CDC$  potenciales, que en el mundo real puede referirse, entre otras, a situaciones como: a) terrenos disponibles en donde construir  $CDCs$ , b) edificaciones en venta en donde acomodar  $CDCs$  o c)  $CDCs$  existentes que requieran una inversión inicial de apertura.

<sup>1</sup>Split delivery: la demanda de un nodo puede ser satisfecha por más de un vehículo.

<sup>2</sup>Time windows: cada nodo posee una ventana de tiempo dentro de la cual debe ser visitado.

### 3.2.2 Parámetros

En la Tabla 3.2 se describen cada uno de los parámetros que el modelo propuesto necesita, agrupados por niveles.

Para cada nivel existe una matriz de distancias:  $c_{l,i}^\alpha$  para el primero y  $c_{i,j}^\beta$  para el segundo, donde  $l$  e  $i$  pueden ser cualquier fábrica o *CDC* mientras  $i$  y  $j$  pueden ser cualquier *CDC* o cliente.

El modelo propuesto considera que se conocen los tiempos de viaje entre todos los nodos del sistema, y permite que dicho tiempo sea diferente para cada vehículo. Por lo tanto, se considera el tiempo de viaje entre nodos como una propiedad más de cada vehículo. En el primer nivel, al considerarse una flota homogénea, se utiliza la matriz  $t_{l,i}^\alpha$ , donde  $l$  e  $i$  pueden ser cualquier fábrica o *CDC*. En el segundo nivel, en donde se considera una flota heterogénea, se requiere una dimensión más y por lo tanto se utiliza el vector tri-dimensional  $t_{i,j,k}^\beta$ , donde  $i$  y  $j$  pueden ser cualquier *CDC* o cliente y  $k$  corresponde al vehículo.

En cuanto a los costos de transporte, en ambos niveles se consideran dos tipos: de envío y de entrega. El costo de envío, es un costo por unidad enviada, dado generalmente por kilogramo (\$/kg). El costo de entrega, por otra parte, está diferente para cada par fábrica-*CDC* en el primer nivel y *CDC*-cliente en el segundo, y no depende de la cantidad enviada. El costo de entrega puede referirse, entre otras cosas, a: a) impuestos del envío, b) costos de mantenimiento del *CDC* o fábrica o c) costos de mantenimiento de la flota vehicular.

Las propiedades de cada vehículo como costo de operación y capacidad máxima se representan por escalares en el primer nivel, ya que se asume una flota homogénea, mientras en el segundo se representan con vectores, al considerarse una flota heterogénea.

Los factores de emisión de contaminantes están dados en unidad de masa por distancia recorrida, por ejemplo, gramos por kilómetro (g/km). En el primer nivel, al considerarse una flota homogénea, los factores de emisión están representados en un vector, mientras en el segundo los factores están representados con una matriz, al considerarse una flota heterogénea.

Se asumen como conocidos también los tiempos de descarga de cada vehículo, en cada *CDC* para la flota del primer nivel y en cada cliente para la del segundo.

En cuanto a los *CDCs*, el modelo considera como conocidos el costo de instalación de cada *CDC* y su capacidad máxima de almacenamiento. El costo de instalación puede referirse, entre otras cosas, a lo que sigue: a) el costo de construir un *CDC*, b) el costo de adquirir un edificio para utilizarlo como *CDC* o c) inversión inicial de apertura de un *CDC* que ya se posee.

Tabla 3.2: Parámetros utilizados en el formulación propuesta.

Parámetro	Descripción	
Primer Nivel ( $\alpha$ como super-índice)	$t_{l,i}^\alpha$	Tiempo de viaje entre los nodos $l, i \in (L \cup I)$ .
	$c_{l,i}^\alpha$	Distancia entre los nodos $l, i \in (L \cup I)$ .
	$F_{l,i}^\alpha$	Costo de entrega del fabricante $l \in L$ al $CDC$ $i \in I$ .
	$V_l^\alpha$	Costo de envío por unidad (ej. \$/kg) del fabricante $l \in L$ .
	$C^\alpha$	Costo operativo por distancia de los vehículos (ej. \$/km).
	$Q^\alpha$	Capacidad máxima de carga de los vehículos.
	$T^\alpha$	Tiempo máximo de viaje de los vehículos.
	$D^\alpha$	Distancia máxima de recorrido de los vehículos.
	$E_p^\alpha$	Factor de emisión por distancia (ej. g/km) de los vehículos, del contaminante $p \in P$ .
	$U_i^\alpha$	Tiempo de descarga de los vehículos en el $CDC$ $i \in I$ .
Segundo Nivel ( $\beta$ como super-índice)	$t_{i,j,k}^\beta$	Tiempo de viaje entre los nodos $i, j \in (I \cup J)$ , del vehículo $k \in K$ .
	$c_{i,j}^\beta$	Distancia entre los nodos $i, j \in (I \cup J)$ .
	$F_{i,j}^\beta$	Costo de entrega del $CDC$ $i \in I$ al cliente $j \in J$ .
	$V_i^\beta$	Costo de envío por unidad (ej. \$/kg) del $CDC$ $i \in I$ .
	$C_k^\beta$	Costo operativo por distancia (ej. \$/km), del vehículo $k \in K$ .
	$Q_k^\beta$	Capacidad máxima de carga del vehículo $k \in K$ .
	$T_k^\beta$	Tiempo máximo de viaje del vehículo $k \in K$ .
	$D_k^\beta$	Distancia máxima de recorrido del vehículo $k \in K$ .
	$E_{k,p}^\beta$	Factor de emisión por distancia (ej. g/km) del vehículo $k \in K$ , del contaminante $p \in P$ .
	$U_{k,j}^\beta$	Tiempo de descarga del vehículo $k \in K$ en el cliente $j \in J$ .
Otras variables	$O_i$	Costo de instalación del $CDC$ $i \in I$ .
	$S_i$	Capacidad máxima de almacenamiento del $CDC$ $i \in I$ .
	$d_{j,l}$	Demanda del cliente $j \in J$ , del producto del fabricante $l \in L$ .

### 3.2.3 Variables de Decisión

Las variables que definen una solución  $X$  al problema se presentan en la Tabla 3.3. Las rutas de los vehículos se almacenan en los vector tri-dimensionales binarios  $x_{l,i,r}^\alpha$  para el primer nivel y  $x_{i,j,k}^\beta$  para el segundo, donde  $l$  e  $i$  pueden ser cualquier fábrica o  $CDC$ ,  $i$  y  $j$  pueden ser cualquier  $CDC$  o cliente,  $r$  corresponde a un vehículo del conjunto del primer nivel  $R$  y  $k$  a un vehículo del conjunto del segundo nivel  $K$ .

En el primer nivel,  $x_{l,i,r}^\alpha = 1$  si y sólo si el vehículo  $r$  de la flota de dicho nivel, viaja desde el nodo  $l$  hasta el nodo  $i$  y en caso contrario,  $x_{l,i,r}^\alpha = 0$ . Del mismo modo, para el segundo nivel,  $x_{i,j,k}^\beta = 1$  si y sólo si el vehículo  $k$  de la flota del segundo nivel viaja desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ , y  $x_{i,j,k}^\beta = 0$  en otro caso.

Tabla 3.3: Variables de decisión que definen un solución  $X$  a la formulación propuesta.

Variable	Descripción
Primer Nivel	$x_{l,i,r}^\alpha$ Es igual a 1 si el nodo $l \in (L \cup I)$ inmediatamente precede al nodo $i \in (L \cup I)$ en la ruta del vehículo $r \in R$ , y es igual 0 en caso contrario.
	$z_{l,i}^\alpha$ Es igual a 1 si el $CDC$ $i \in I$ es abastecido por el fabricante $l \in L$ , y es igual a 0 en caso contrario.
	$w_{l,i,r}^\alpha$ Fracción de la demanda del $CDC$ $i \in I$ , de productos del fabricante $l \in L$ que es transportada por el vehículo $r \in R$ . ( $w_{l,i,r}^\alpha \in [0, 1]$ ).
Segundo Nivel	$x_{i,j,k}^\beta$ Es igual a 1 si el nodo $i \in (I \cup J)$ inmediatamente precede al nodo $j \in (I \cup J)$ en la ruta del vehículo $k \in K$ , y es igual 0 en caso contrario.
	$y_i$ Es igual a 1 si un $CDC$ está instalado en el sitio $i \in I$ , y es igual a 0 en caso contrario.
	$z_{l,i}^\beta$ Es igual a 1 si el cliente $j \in J$ es abastecido desde el $CDC$ $i \in I$ , y es igual a 0 en caso contrario.

Para ambos niveles existen matrices binarias para almacenar la asignación de fábricas a  $CDC$ s y de  $CDC$ s a clientes,  $z_{l,i}^\alpha$  para el primero y  $z_{l,i}^\beta$  para el segundo, en donde  $l$  es una fábrica del conjunto  $L$ ,  $i$  un  $CDC$  del conjunto  $I$  y  $j$  un cliente del conjunto  $J$ .  $z_{l,i}^\alpha = 1$  si y sólo si el  $CDC$   $i$  se abastece de la fábrica  $l$ , y es igual a 0 en otro caso. Del mismo modo,  $z_{l,i}^\beta = 1$  si el cliente  $j$  se abastece del  $CDC$   $i$ , y es igual a 0 en otro caso. Nótese que las  $z_{l,i}^\alpha = 1$  equivale a afirmar que existe algún vehículo  $r \in R$  que sale de la fábrica  $l$  y pasa por el  $CDC$   $i$ , y de forma similar  $z_{l,i}^\beta = 1$  equivale a afirmar que existe algún vehículo  $k \in K$  que sale del  $CDC$   $i$  y pasa por el cliente  $j$ .

En el primer nivel, para permitir *split delivery*, se utiliza la variable real  $w_{l,i,r}$ , en donde  $l$  es una fábrica,  $i$  un  $CDC$  y  $r$  un vehículo del primer nivel.  $w_{l,i,r}$  indica la fracción, comprendida entre 0 y 1 incluidos, del la cantidad total del producto  $l$  solicitada por un  $CDC$   $i$  que es transportada en el vehículo  $r$ . En efecto, si el vehículo  $r$  no transporta producto alguno de la fábrica  $l$ ,  $w_{l,i,r} = 0$  y si abastece totalmente los pedidos del  $CDC$   $i$  del producto  $l$ ,  $w_{l,i,r} = 1$ .

### 3.3 Restricciones

#### Capacidad de los vehículos

La demanda total de los *CDCs* o clientes que un vehículo visita en su ruta no debe exceder la capacidad máxima de carga.

En el primer nivel, la cantidad de productos solicitada por un *CDC* es igual a la demanda total de los clientes a quienes abastece. Luego, la cantidad demanda por un *CDC*  $i \in I$  de un producto  $l \in L$  está dada por

$$\text{CDCDemand}(i, l) = \sum_{j \in J} d_{j,l} \cdot z_{i,j}^{\beta}, \quad (3.1)$$

en donde la variable binaria  $z_{i,j}^{\beta}$  determina si un cliente  $j$  es abastecido por el *CDC*  $i$ . Entonces, se debe cumplir que la fracción de  $\text{CDCDemand}(i, l)$  que un vehículo  $r$  transporta no exceda su capacidad máxima ( $Q^{\alpha}$ ), como se estipula en la Restricción 3.2.

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} w_{l,i,r} \cdot \left( \sum_{j \in J} d_{j,l} \cdot z_{i,j}^{\beta} \right) \leq Q^{\alpha}, \quad \forall r \in R. \quad (3.2)$$

En el segundo nivel, se debe cumplir que la demanda total (de todos los productos solicitados) de los clientes visitados por un vehículo  $k$  no supere su capacidad máxima ( $Q_k^{\beta}$ ), como se expresa en la Restricción 3.3.

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{l \in L} d_{j,l} \cdot x_{i,j,k}^{\beta} \leq Q_k^{\beta}, \quad \forall k \in K. \quad (3.3)$$

#### Longitud máxima de la ruta - Rango máximo

El modelo propuesto considera que cada vehículo tiene un rango máximo, que podría reflejar su autonomía u otras restricciones (legales, organizacionales, etc).

La Restricción 3.4 asegura que ningún vehículo en el primer nivel sobrepase el rango máximo  $D^{\alpha}$ . El lado izquierdo de la Restricción 3.4 corresponde a la sumatoria de las longitudes de todos los segmentos por donde el vehículo  $r$  pasa.

$$\sum_{l \in (L \cup I)} \sum_{i \in (L \cup I)} c_{l,i}^{\alpha} \cdot x_{l,i,r}^{\alpha} \leq D^{\alpha}, \quad \forall r \in R. \quad (3.4)$$

La Restricción 3.5 asegura que ningún vehículo  $k$  del segundo nivel sobrepase su rango máximo  $D_k^{\beta}$ . El lado izquierdo de la Restricción 3.5 corresponde a la

sumatoria de las longitudes de todos los segmentos por donde el vehículo  $k$  circula.

$$\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} c_{i,j}^{\beta} \cdot x_{i,j,k}^{\beta} \leq D_k^{\beta}, \quad \forall k \in K. \quad (3.5)$$

### Tiempo máximo de operación

Se considera un tiempo máximo de operación permitido para cada vehículo, que podría reflejar restricciones laborales u otras. El tiempo total de operación está dado por la duración de la ruta más el tiempo total de descarga de mercaderías en los *CDCs* o clientes visitados.

La Restricción (3.6) asegura que ningún vehículo del primer nivel sobrepase el tiempo máximo de viaje  $T^{\alpha}$ . Por cada vehículo, el primer término del lado izquierdo de la Restricción (3.6) corresponde a la suma de los tiempos de descarga en cada nodo visitado, mientras que el segundo corresponde a la suma de los tiempos de tránsito a cada nodo de la ruta.

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in (L \cup I)} U_i^{\alpha} \cdot x_{l,i,r}^{\alpha} + \sum_{l \in (L \cup I)} \sum_{i \in (L \cup I)} t_{l,i}^{\alpha} \cdot x_{l,i,r}^{\alpha} \leq T^{\alpha}, \quad \forall r \in R. \quad (3.6)$$

La Restricción (3.7) asegura que ningún vehículo  $k$  del segundo nivel sobrepase su límite de tiempo de viaje  $T_k^{\beta}$ . Por cada vehículo, el primer término del lado izquierdo de la Restricción (3.7) corresponde a la suma de los tiempos de descarga en cada nodo visitado, mientras que el segundo corresponde a la suma de los tiempos de tránsito a cada nodo de la ruta.

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in (I \cup J)} U_{k,j}^{\beta} \cdot x_{i,j,k}^{\beta} + \sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} t_{i,j,k}^{\beta} \cdot x_{i,j,k}^{\beta} \leq T_k^{\beta}, \quad \forall k \in K. \quad (3.7)$$

### Capacidad máxima de los *CDCs*

El modelo propuesto considera que los *CDCs* tienen una capacidad máxima de almacenamiento. La Restricción (3.8) asegura que la suma de la demanda total de cada cliente  $j$  abastecido por un *CDC*  $i$  no sobrepase la capacidad máxima de almacenamiento  $S_i$  de dicho *CDC*.

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} z_{i,j}^{\beta} \cdot d_{j,l} \leq S_i, \quad \forall i \in I. \quad (3.8)$$

### 3.4 Funciones Objetivo

#### Minimización del costo total de instalación de *CDCs*

El costo total de instalación está dado por la suma de los costos individuales de cada *CDC* establecido. La formulación del objetivo es como sigue:

$$F_1(X) = \sum_{i \in I} y_i \cdot O_i. \quad (3.9)$$

en donde  $O_i$  es el costo de instalación del *CDC*  $i$ .

#### Minimización de costos operativos de la flota vehicular

Este objetivo consiste en minimizar los costos operativos de ambas flotas al mismo tiempo. El costo operativo de un vehículo está dado por la longitud de su ruta multiplicada por un factor de costo ( $C^\alpha$  en el primer nivel y  $C_k^\beta$  en el segundo).

El factor de costo está dado en unidades monetarias por distancia recorrida (\$/km), y podría reflejar, entre otros, el consumo de combustible de los vehículos. Se podría decir entonces que este objetivo minimiza el consumo de combustible de las flotas vehiculares.

La formulación del objetivo es:

$$F_2(X) = \sum_{r \in R} \sum_{l \in (L \cup I)} \sum_{i \in (L \cup I)} c_{l,i}^\alpha \cdot x_{l,i,r}^\alpha \cdot C^\alpha + \sum_{k \in K} \sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} c_{i,j}^\beta \cdot x_{i,j,k}^\beta \cdot C_k^\beta. \quad (3.10)$$

en donde el primer término corresponde al costo operativo total de la flota del primer nivel mientras que el segundo término corresponde al costo operativo total de la flota del segundo nivel.

#### Minimización de emisiones de monóxido y dióxido de carbono (*CO* y *CO2*)

Las emisiones de un vehículo se calculan como el producto entre la distancia total recorrida y un factor de emisión por cada contaminante considerado. En el primer nivel, el vector  $E_p^\alpha$  contiene los factores de emisión de cada contaminante  $p$ , mientras que en el segundo,  $E_{p,k}^\beta$  corresponde al los factores de emisión del contaminante  $p$  del vehículo  $k$ .

Como en el presente trabajo se consideran dos contaminantes, el conjunto  $P$  posee dos elementos. Luego,  $E_1^\alpha$  y  $E_2^\alpha$  corresponderán a los factores de emisión

del primer nivel de  $CO$  y  $CO_2$ , respectivamente, mientras que  $E_{1,k}^\beta$  y  $E_{2,k}^\beta$  a los factores de emisión de  $CO$  y  $CO_2$  del segundo nivel, respectivamente.

La formulación de los objetivos es como sigue:

$$F_3(X) = \sum_{r \in R} \sum_{l \in (LUJ)} \sum_{i \in (LUJ)} c_{l,i}^\alpha \cdot x_{l,i,r}^\alpha \cdot E_1^\alpha + \sum_{k \in K} \sum_{i \in (IUJ)} \sum_{j \in (IUJ)} c_{i,j}^\beta \cdot x_{i,j,k}^\beta \cdot E_{1,k}^\beta \quad (3.11)$$

$$F_4(X) = \sum_{r \in R} \sum_{l \in (LUJ)} \sum_{i \in (LUJ)} c_{l,i}^\alpha \cdot x_{l,i,r}^\alpha \cdot E_2^\alpha + \sum_{k \in K} \sum_{i \in (IUJ)} \sum_{j \in (IUJ)} c_{i,j}^\beta \cdot x_{i,j,k}^\beta \cdot E_{2,k}^\beta \quad (3.12)$$

en donde la Ecuación (3.11) corresponde a las emisiones de monóxido de carbono y la Ecuación (3.12) a las de dióxido de carbono. El primer término de ambas ecuaciones corresponde a las emisiones totales del primer nivel mientras que el segundo término corresponde a las emisiones totales del segundo nivel.

Aunque para la presente tesis se consideran únicamente dos contaminantes, se pueden añadir nuevos al conjunto  $P$ , y las funciones objetivo correspondientes seguirán la forma de las Ecuaciones (3.11) y (3.12) (variando únicamente el subíndice  $p$  de las variables  $E_p^\alpha$  y  $E_{p,k}^\beta$ ). De este modo se proporciona la suficiente flexibilidad para satisfacer las necesidades de distintos usuarios.

### Minimización de costos de transporte

Se consideran dos tipos de costos de transporte: de envío y de entrega, siendo el costo total la suma de ambos.

La formulación del objetivo es:

$$F_5(X) = \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} \left( \sum_{j \in J} d_{j,l} \cdot z_{i,j}^\beta \right) \cdot z_{l,i}^\alpha \cdot V_l^\alpha + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \left( \sum_{l \in L} d_{j,l} \right) \cdot z_{i,j}^\beta \cdot V_i^\beta \\ + \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} z_{l,i}^\alpha \cdot F_{l,i}^\alpha + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} z_{i,j}^\beta \cdot F_{i,j}^\beta \quad (3.13)$$

Las variables  $F_{l,i}^\alpha$  y  $F_{i,j}^\beta$  corresponden a los costos de entrega del primer y segundo nivel, respectivamente, siendo  $l$  una fábrica,  $i$  un  $CDC$  y  $j$  un cliente. Las variables  $V_l^\alpha$  y  $V_i^\beta$  corresponden a los costos de envío por unidad (dados en \$/km) del primer y segundo nivel, respectivamente, siendo  $l$  una fábrica e  $i$  un  $CDC$ .

Los primeros dos términos de la Ecuación (3.13) corresponden a los costos de envío del primer y segundo nivel, respectivamente, mientras que los últimos dos corresponden a los costos de entrega del primer y segundo nivel, respectivamente.

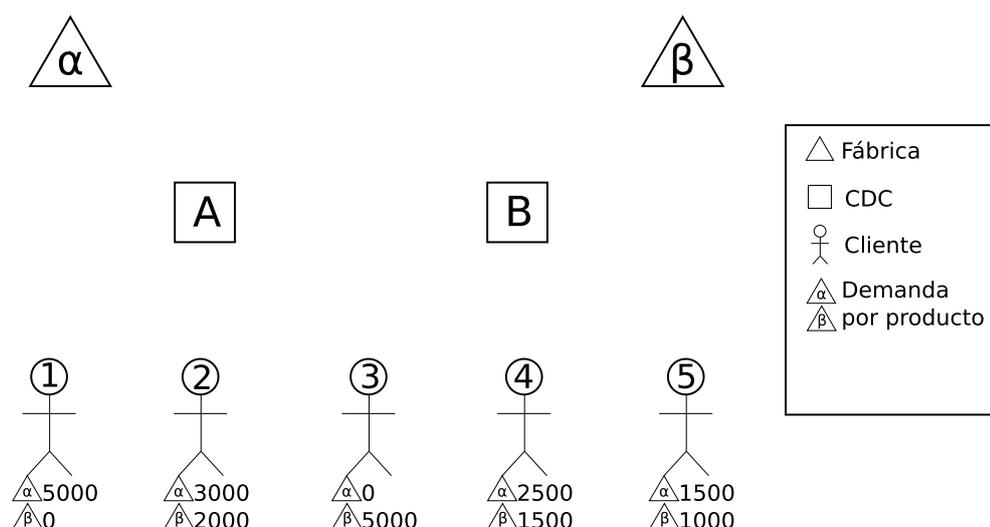


Figura 3.1: Representación gráfica de la instancia de ejemplo.

## 3.5 Ejemplo Didáctico

### 3.5.1 Descripción y Datos de la Instancia de Ejemplo

Para el ejemplo de la presente sección se considerarán dos fábricas, dos *CDCs* y cinco clientes. En otras palabras, el conjunto  $L$  tendrá dos elementos, el conjunto  $I$  tendrá dos elementos y el conjunto  $J$  tendrá cinco elementos. La Figura 3.1 muestra una representación de la instancia en donde, de arriba a abajo, las fábricas están representadas como  $\alpha$  y  $\beta$ , los *CDCs* como A y B y los clientes con números del 1 al 5. Las variables referentes a propiedades de las fábricas y los *CDCs* se presentan en las Tablas 3.6 y 3.7.

La flota de vehículos del primer nivel está compuesta por 2 camiones idénticos de 18 toneladas, cuyos datos se presentan en la Tabla 3.4, mientras la del segundo nivel está compuesta por tres camiones pequeños de 1, 3,5 y 5 toneladas respectivamente, cuyos datos se presentan en la Tabla 3.5. Entonces, el conjunto  $R$  tendrá dos elementos y el conjunto  $K$  tres elementos. Como se consideran dos contaminantes, monóxido de carbono ( $CO$ ) y dióxido de carbono ( $CO_2$ ), el conjunto de contaminantes  $P$  tendrá dos elementos.

En lo que resta de la presente sección se presenta una posible solución a la instancia presentada, y se explican tanto el cumplimiento de restricciones como el cálculo de las funciones objetivo. En honor a la simplicidad, la distancia y tiempos de viaje entre nodos se presenta únicamente para los nodos relevantes a la solución en cuestión.

Tabla 3.4: Datos de los vehículos del primer nivel de la instancia de ejemplo.

Propiedad	Variable	Valor
Capacidad (kg)	$Q^\alpha$	18000
Costo operativo (\$/km)	$C^\alpha$	0,32
Factor de emisión CO (g/km) ( $p = 1$ )	$E_p^\alpha$	2,3
Factor de emisión CO2 (g/km) ( $p = 2$ )	$E_p^\alpha$	1734
Tiempo máximo de viaje (h)	$T^\alpha$	12
Distancia máxima de viaje (km)	$D^\alpha$	980
Tiempo de descarga en el CDC A ( $i = 1$ )	$U_i^\alpha$	2,5
Tiempo de descarga en el CDC B ( $i = 2$ )	$U_i^\alpha$	2

Tabla 3.5: Datos de los vehículos del segundo nivel de la instancia de ejemplo.

Propiedad	Variable	Vehículo $k \in K$		
		$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
Capacidad (kg)	$Q_k^\beta$	1000	3500	5000
Costo operativo (\$/km)	$C_k^\beta$	0,056	0,087	0,087
Factor de emisión CO (g/km) ( $p = 1$ )	$E_{k,p}^\beta$	0,565	0,848	0,680
Factor de emisión CO2 (g/km) ( $p = 2$ )	$E_{k,p}^\beta$	246	256	382
Tiempo máximo de viaje (h)	$T_k^\beta$	12	12	12
Distancia máxima de viaje (km)	$D_k^\beta$	800	800	800
Tiempo de descarga en el Cliente 1 ( $j = 1$ )	$U_{k,j}^\beta$	0,300	0,400	0,500
Tiempo de descarga en el Cliente 2 ( $j = 2$ )	$U_{k,j}^\beta$	0,300	0,400	0,500
Tiempo de descarga en el Cliente 3 ( $j = 3$ )	$U_{k,j}^\beta$	0,500	1	1,300
Tiempo de descarga en el Cliente 4 ( $j = 4$ )	$U_{k,j}^\beta$	0,400	0,800	1
Tiempo de descarga en el Cliente 5 ( $j = 5$ )	$U_{k,j}^\beta$	0,700	1,100	1,500

Tabla 3.6: Costos de transporte del primer nivel de la instancia de ejemplo.

Propiedad	Variable	Fábrica $l \in L$	
		" $\alpha$ ", $l = 1$	" $\beta$ ", $l = 2$
Costo de envío (\$/kg)	$V_l^\alpha$	0,01	0,02
Costo de entrega CDC A ( $i = 1$ ) (\$)	$F_{l,1}^\alpha$	2	1
Costo de entrega CDC B ( $i = 2$ ) (\$)	$F_{l,2}^\alpha$	3	1

Tabla 3.7: Costos de transporte del segundo nivel y de instalación de *CDCs* de la instancia de ejemplo.

Propiedad	Variable	<i>CDC</i> $i \in I$	
		"A", $i = 1$	"B", $i = 2$
Costo de instalación (\$)	$O_i$	200	250
Capacidad máxima (kg)	$S_i$	15000	18000
Costo de envío (\$/kg)	$V_i$	0,02	0,01
Costo de entrega al Cliente 1 ( $j = 1$ )	$F_{i,j}$	1	0
Costo de entrega al Cliente 2 ( $j = 2$ )	$F_{i,j}$	1	0
Costo de entrega al Cliente 3 ( $j = 3$ )	$F_{i,j}$	1	1
Costo de entrega al Cliente 4 ( $j = 4$ )	$F_{i,j}$	2	1
Costo de entrega al Cliente 5 ( $j = 5$ )	$F_{i,j}$	1	0

### 3.5.2 Solución Posible

En esta posible solución, ilustrada en la Figura 3.2, ambos *CDCs* están siendo utilizados. En el primer nivel, ya que hay demanda de todos los productos en ambos *CDCs*, todos los vehículos son utilizados y visitan los dos *CDCs*. La capacidad de ningún vehículo es sobrepasada, por lo que distribuyen la demanda en un solo viaje. En el segundo nivel, se observa que la demanda combinada de los clientes 1 y 2 supera la capacidad del vehículo 1, por lo que éste debe visitarlos en dos viajes separados.

Los valores calculados para el presente ejemplo se presentan en la Tabla 3.8. Se puede observar que ningún vehículo de cualquier supera sus límites de tiempo de operación (que incluye tiempo de viaje y de descarga de productos), longitud de viaje y capacidad de carga (véase la Tabla 3.4 para el primer nivel y Tabla 3.5 para el segundo), cumpliéndose las Restricciones 3.6-3.7, 3.4-3.5 y 3.2-3.3, respectivamente.

La demanda total de los clientes 1 y 2, que son abastecidos por el *CDC* A es de  $300 + 400 + 600 + 100 = 1400\text{kg}$ , no sobrepasando la capacidad de almacenamiento del *CDC* A. Del mismo modo, la demanda total de los clientes 3 al 5 es  $2000 + 0 + 1000 + 200 + 1600 + 2200 = 7000\text{kg}$ ; en este caso tampoco se supera la capacidad del *CDC* B. Entonces, la Restricción 3.8 de capacidad de los *CDC* se cumple.

El costo operativo de cada vehículo se obtiene multiplicando la distancia total recorrida por un factor de costo (véase Tablas 3.4 y 3.5), como sigue:

- En el primer nivel: el costo operativo del primer vehículo es  $16 \times 0,32 = 5,12\$$  y el del segundo es  $17 \times 0,32 = 5,44\$$ .

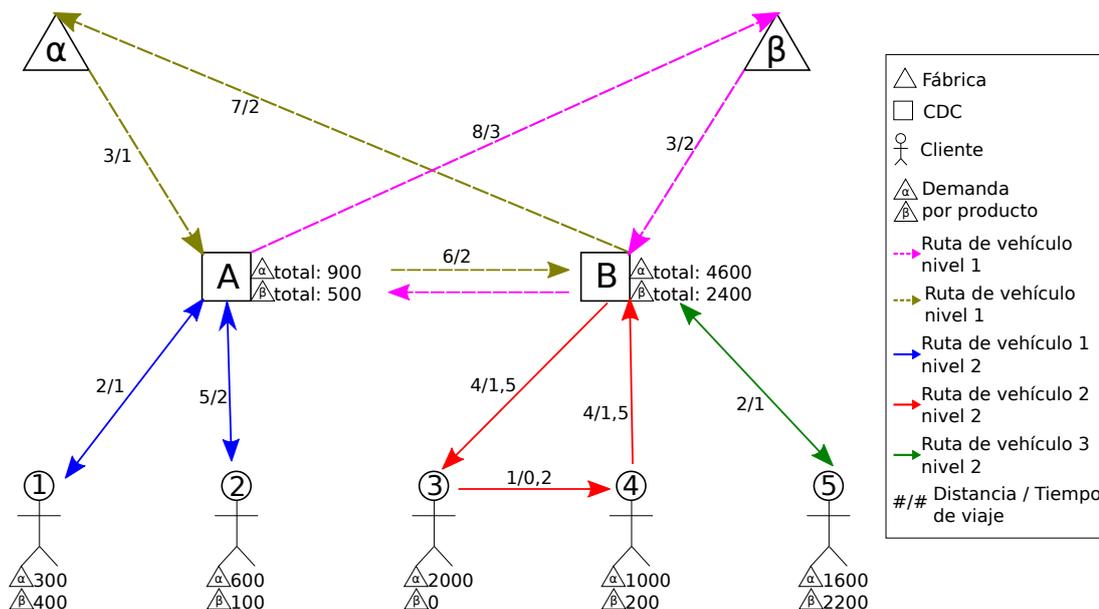


Figura 3.2: Representación gráfica de una solución posible a la instancia de ejemplo.

- En el segundo nivel: el costo operativo para el vehículo 1 es  $(4+10) \times 0,056 = 0,784\$$ , el costo para el vehículo 2 es  $9 \times 0,087 = 0,783\$$ , mientras que el costo para el vehículo 3 es  $4 \times 0,087 = 0,348\$$ .

Las emisiones de cada vehículo se calculan multiplicando la distancia total recorrida por un factor de emisión (ver Tablas 3.4 y 3.5), como sigue:

- En el primer nivel: el vehículo 1 emite  $16 \times 2,3 = 36,8$  g de  $CO$  y  $16 \times 1734 = 27744$  g de  $CO_2$ , mientras que el vehículo 2 emite  $17 \times 2,3 = 39,1$  g de  $CO$  y  $17 \times 1734 = 29478$  g de  $CO_2$ .
- En el segundo nivel: el vehículo 1 emite  $(4 + 10) \times 0,565 = 7,91$  g de  $CO$  y  $(4 + 10) \times 246 = 3444$  g de  $CO_2$ , mientras que el vehículo 2 emite  $9 \times 0,848 = 7,632$  g de  $CO$  y  $9 \times 256 = 2304$  g de  $CO_2$ . Finalmente, el vehículo 3 emite  $4 \times 0,087 = 2,72$  g de  $CO$  y  $4 \times 382 = 1528$  g de  $CO_2$ .

Los costos de transporte se calculan como la suma entre el costo de envío (cantidad enviada  $\times$  costo por kg, véase Tablas 3.4 y 3.5) y el costo de entrega, específico para cada nodo (véase Tablas 3.6 y 3.7), del modo siguiente:

Tabla 3.8: Resumen de los valores calculados para la solución posible a la instancia de ejemplo.

(a) Nodos de la instancia de ejemplo.

Dato	<i>CDC</i>		Cliente				
	A	B	1	2	3	4	5
Costo de envío al nodo	19	94	14	14	20	12	38
Costo de entrega al nodo	3	4	1	1	1	1	0

(b) Vehículos de la instancia de ejemplo.

Dato	Vehículo de nivel 1		Vehículo de nivel 2		
	1	2	1	2	3
Distancia recorrida	16	17	{4; 10}	9	4
Tiempo de operación	9,500	11,500	{2, 300; 4, 300}	5	3,500
Costo operativo	5,120	5,440	{0, 224; 0, 560}	0,783	0,348
Emisiones CO	36,80	39,100	{2, 260; 5, 650}	7,632	2,720
Emisiones CO <sub>2</sub>	27744	29478	{984; 2460}	2304	1528
Carga transportada	5500	2900	{700; 700}	3200	3800

- En el primer nivel:
  - El costo de envío (costo por kg) para el *CDC* A es: 900 kg de la fábrica 1 más 500 kg de la fábrica 2, esto es,  $900 \times 0,01 + 500 \times 0,02 = 19\$$ , y como se abastece de ambas fábricas el costo de entrega es  $2 + 1 = 3\$$ . Luego ambos costos suman en total 22\$.
  - El costo de envío para el *CDC* B es  $4600 \times 0,01 + 2400 \times 0,02\$ = 94\$$  y ya que se abastece de ambas fábricas, el costo de entrega es  $3 + 1 = 4\$$ . Entonces el costo total asciende a 98\$.
- En el segundo nivel:
  - El cliente 1 requiere en total  $300 + 400 = 700\text{kg}$  de productos, entonces el costo de envío es  $700 \times 0,02 = 14\$$ . El costo de entrega es 1\$ al ser abastecido por el *CDC* A. Luego el costo total es asciende 15\$.
  - Para el cliente 2, el costo de envío es  $(600 + 100) \times 0,02 = 14\$$ . Al ser abastecido por el *CDC* A el costo de entrega es de 1\$. Luego el costo total asciende a 15\$.
  - Para el cliente 3, el costo de envío es  $(2000 + 0) \times 0,01 = 20\$$ . Ya que se sirve del *CDC* B, el costo de entrega es 1\$. Entonces, el costo final asciende a 21\$.

Tabla 3.9: Valor de las funciones objetivo para la solución posible a la instancia de ejemplo.

<b>Objetivo</b>	<b>Valor</b>
Costo de instalación de CDCs	450 \$
Costo operativo total	12,475 \$
Emisiones totales de CO	94,162 g
Emisiones totales de CO <sub>2</sub>	64493 g
Costo de transporte	222 \$

- Para el cliente 4, el costo de envío es  $(1000 + 200) \times 0,01 = 12\$$ . Al ser abastecido por el *CDC* B, el costo de entrega es 1\$. Entonces, el costo final asciende a 13\$.
- Para el cliente 5, el costo de envío es  $(1600 + 2200) \times 0,01 = 38\$$ . Al ser abastecido por el *CDC* B, en este caso el costo de entrega es cero, siendo entonces el costo final igual a 38\$.

Con la información obtenida hasta este punto se calculan las funciones objetivo, cuyos valores se presentan en la Tabla 3.9 y se calculan del siguiente modo:

- El costo de instalación de *CDCs* es  $200 + 250 = 450\$$ .
- El costo operativo total, siendo 5,  $12 + 5,44 = 10,56\$$  para el primer nivel y  $0,784 + 0,783 + 0,348 = 1,915\$$  para el segundo, en total alcanza 12,475\$.
- Las emisiones totales de *CO*, siendo  $36,8 + 39,1 = 75,9\text{g}$  para el primer nivel y  $7,91 + 7,632 + 2,72 = 18,262\text{g}$  para el segundo, en total ascienden a 94,162 g
- Las emisiones totales de *CO<sub>2</sub>*, son:  $27744 + 29478 = 57222\text{g}$  para el primer nivel y  $3444 + 2304 + 1528 = 7271\text{g}$  para el segundo, en total ascienden a 64493 g.
- Los costos de transporte se componen de la suma de costos de entrega y de envío, siendo  $(19 + 3) + (94 + 4) = 120\$$  para el primer nivel y  $(14 + 1) + (14 + 1) + (20 + 1) + (12 + 1) + (38 + 0) = 102\$$  para el segundo, alcanzando en total la suma de 222\$.

## Capítulo 4

# Beneficios de un Esquema de Distribución en Dos Niveles

Los principales *stakeholders* de un sistema logístico, teniendo en cuenta la formulación propuesta en el Capítulo 3, son:

- a) los fabricantes,
- b) el gobierno municipal,
- c) el operador de la flota de vehículos y
- d) los clientes finales.

En un sistema de distribución de dos niveles, los fabricantes se centran en los costos de envío de su producción a los *CDCs*.

El gobierno municipal es el responsable de construir *CDCs* y mantenerlos, por lo tanto está atento al costo de establecer *CDCs*. Un gobierno municipal además está interesado en el aspecto ambiental del sistema de distribución, esto es, la contaminación ocasionada por los vehículos. En general, el gobierno municipal está interesado en satisfacer las necesidades y demandas de todos los demás *stakeholders*, que de hecho se encuentran bajo su autoridad.

El operador de la flota de vehículos es el responsable del transporte. El uso y desgaste de la flota es una de las preocupaciones del operador, además de los costos de envío, pues están enfocados en la rentabilidad.

Finalmente, los clientes están enfocados en los costos de envío que deben pagar.

Cuando se utiliza un sistema de distribución directa, dado que no se utilizan *CDCs*, se necesitan despachar camiones grandes para distribuir la mercadería a todos los clientes. Una flota de estas características es más eficiente en el sentido

de que puede transportar mucha carga y por tanto abastecer a una gran cantidad de clientes en un solo viaje, potencialmente reduciendo el número de vehículos en circulación. Por otro lado, es más costosa de adquirir y operar, y en general produce niveles más altos de contaminación que una flota de vehículos ligeros. Entonces, se puede decir que al utilizar distribución directa:

- a) el gobierno municipal ahorraría recursos económicos al no utilizar *CDCs*, más el impacto ambiental de las emisiones de los vehículos podría ser mayor,
- b) los vehículos sufrirían más desgaste como resultado de hacer viajes más largos desde las fábricas hasta los clientes finales,
- c) una flota de vehículos pesados tiene un costo operativo más alto, lo que impacta en el precio que los clientes deben pagar,
- d) el tráfico de la ciudad podría verse afectado por vehículos grandes que transitan y estacionan en áreas residenciales muy congestionadas,
- e) los vehículos pesados podrían no transitar por ciertas zonas de la ciudad debido a restricciones legales, de espacio o límites estructurales de las calles mismas y por último
- f) la circulación de camiones por ciertas áreas de la ciudad podría generar el rechazo de la población.

En este capítulo, se presentan y analizan resultados experimentales derivados de la comparación de una instancia de distribución directa, sin *CDCs* y que utiliza camiones pesados, contra una instancia de distribución en dos niveles, que considera *CDCs* y una flota de vehículos ligeros para la distribución a los clientes finales.

## 4.1 Entorno experimental

Se utilizarán dos instancias de prueba para comparación. La *Instancia 1* considera lo siguiente:

- a) distribución directa, sin utilizar *CDCs* y
- b) flota de vehículos pesados.

Por otro lado, la *Instancia 2* considera distribución de dos niveles utilizando la formulación propuesta en el Capítulo 3.



Tabla 4.1: Conjunto de soluciones no dominadas óptimas para la instancia de distribución directa.

Solución $s \in S$	Funciones objetivo			
	$F_2(s)$	$F_3(s)$	$F_4(s)$	$F_5(s)$
$s_1$	225,07	171926,10	31,73	163,50
$s_2$	269,70	206016,54	38,02	148,20

Tabla 4.2: Conjunto de soluciones no dominadas óptimas para la instancia de distribución en dos niveles. *Sol.* significa *Solución*.

Sol. $s^* \in S^*$	Funciones objetivo				Dominancia sobre $S$
	$F_2(s^*)$	$F_3(s^*)$	$F_4(s^*)$	$F_5(s^*)$	
$s_1^*$	167,78	123213,54	23,44	151,80	Domina a $s_1$ . No comparable a $s_2$ .
$s_2^*$	212,95	157763,66	29,81	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .
$s_3^*$	214,34	157187,36	29,86	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .
$s_4^*$	172,72	121778,36	23,67	151,80	Domina a $s_1$ . No comparable a $s_2$ .
$s_5^*$	220,57	155902,08	30,19	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .
$s_6^*$	221,85	155268,48	30,23	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .
$s_7^*$	177,08	119628,64	23,78	151,80	Domina a $s_1$ . No comparable a $s_2$ .
$s_8^*$	222,65	154359,84	30,19	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .
$s_9^*$	221,91	155223,12	30,23	135,90	Domina a todo el conjunto $S$ .

- e) los costos de envío y tiempos de descarga son directamente proporcionales a los costos operativos y tipo de flota vehicular (ligera o pesada).

Se utilizó una búsqueda exhaustiva para hallar el conjunto de soluciones no dominadas para cada instancia. El procedimiento fue implementado en *Microsoft Visual C++*, utilizando la librería *Boost 1.63.0* [24], y las pruebas fueron ejecutadas en un equipo *Intel Core i7 4790K @ 4.4GHz* con 16 GB de RAM, bajo el sistema operativo *Microsoft Windows 10 Home* de 64 Bits.

#### 4.1.1 Resultados Experimentales y Análisis

Los conjuntos de soluciones no dominadas para la Instancia 1 se presentan en la Tabla 4.1 y para la Instancia 2 en la Tabla 4.2. Dado que una solución de distribución directa siempre tendrá costo cero de instalación de CDCs, la correspondiente función objetivo,  $F_1(X)$ , no se incluye en la comparación.  $S = \{s_1, s_2\}$  es el conjunto de soluciones de distribución directa, y  $S^* = \{s_1^*, \dots, s_9^*\}$  el conjunto de soluciones de distribución en dos niveles. Considerando el criterio de dominancia

Tabla 4.3: Comparación de dos soluciones.

Funciones objetivo	Valor para $s_1$	Valor para $s_2^*$	Reducción	Valor para $s_2$	Valor para $s_2^*$	Reducción
$F_2(s)$	225,07	212,95	5,38%	269,70	212,95	21,04%
$F_3(s)$	171926,10	157763,66	8,24%	206016,54	157763,66	23,42%
$F_4(s)$	31,73	29,81	6,05%	38,02	29,81	21,59%
$F_5(s)$	163,50	135,90	16,88%	148,20	135,90	8,29%

Pareto [25], 6 de las 9 soluciones de  $S^*$  (aproximadamente el 67%) dominan a la totalidad de soluciones de distribución directa  $S$ . El resto de  $S^*$ , son no comparables a las soluciones de  $S$ . Hay que enfatizar que ninguna solución de  $S$  es óptima (no dominada) en el sentido Pareto, cuando se consideran las funciones objetivo  $F_2(X)$  a  $F_5(X)$ .

El tomador de decisiones puede elegir una de las soluciones dominantes del conjunto  $S^*$ , como  $s_2^*$ . En ese caso, una comparación de valores objetivos de las soluciones de  $S$  con respecto a  $s_2^*$  se presenta en la Tabla 4.3. En la segunda y quinta columnas se presentan los valores de las funciones objetivo consideradas para las soluciones de distribución directa  $s_1$  y  $s_2$ , respectivamente. En la tercera y sexta columnas se presentan los valores de las funciones objetivo consideradas para la solución de distribución en dos niveles  $s_2^*$ . Por último, en las columnas cuarta y séptima, se muestra la reducción que hay al utilizar la solución de distribución en dos niveles  $s_2^*$  en comparación a las soluciones de distribución directa  $s_1$  y  $s_2$ , respectivamente. Los valores de estas columnas se calcularon con la expresión  $\frac{|s_i - s_2^*|}{s_i} \times 100 \mid \forall i \in \{1, 2\}$ .

De acuerdo con los resultados presentados en la Tabla 4.3, se puede decir que:

- un sistema de distribución de dos niveles combinado con el uso de vehículos ligeros para distribución a clientes finales produce menos emisiones, entre aproximadamente 8 y 23% menos monóxido de carbono y entre aproximadamente 6 y 22% menos dióxido de carbono,
- al utilizar *CDCs*, (distribución de dos niveles), los costos de transporte se reducen entre aproximadamente 8 y 17% y los costos operativos entre aproximadamente 5 y 21%, de acuerdo a los datos presentados en la Tabla 4.3 y por último
- el costo de establecer *CDCs* es una inversión que realiza el gobierno municipal una única vez y se amortiza a través del tiempo.

Finalmente, se debe mencionar que adicionalmente a los ventajas de reducción de emisiones contaminantes, existen posibilidades de mejorar el tráfico de una manera centralizada, además de que los ahorros en costos de transporte pueden ser reutilizados para mantener los *CDCs* mientras que el resto de ahorros se pueden distribuir entre los demás *stakeholders*.

# Capítulo 5

## Algoritmo Propuesto

El modelo propuesto en la presente tesis, en el Capítulo 3, se puede considerar que está compuesto por dos subproblemas que se pueden resolver por etapas: un *LRP* estándar en el segundo nivel y un *VRP* en el primero. El subproblema del primer nivel utiliza como conjunto de nodos a visitar a los *CDCs* que se establecieron al resolver primeramente el subproblema del segundo nivel.

Para resolver el problema formulado en esta tesis, se propone utilizar un algoritmo que combina a un *MOEA* (*Multi-Objective Evolutionary Algorithm*) [8] con una búsqueda exhaustiva. Se ha diseñado un cromosoma [8] para representar al segundo nivel del problema, junto con operadores de cruzamiento y mutación, así como también un operador de reparación de cromosoma no válidos. El subproblema del primer nivel se resuelve de forma separada por cada individuo [8], utilizando una búsqueda exhaustiva.

### 5.1 Descripción del Algoritmo

Un esquema de alto nivel del algoritmo propuesto, que sigue de cerca al conocido *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (*NSGA-II*) [26], se presenta en el Algoritmo 1. Los parámetros utilizados son:

- $N$ , el tamaño máximo de la población,
- $maxGeneraciones$ , el límite de generaciones,
- $pMut$ , la probabilidad de mutación,
- $k_0$ , un parámetro de mutación adaptativa (explicado en detalle en la Sección 5.2.4),
- $numFabricas$ , el número de fábricas,

---

**Algoritmo 1** Esquema de alto nivel del Algoritmo Evolutivo propuesto.

**Entrada:**  $N$ ,  $maxGeneraciones$ ,  $pMut$ ,  $k_0$ ,  $numFabricas$ ,  $numVehiculosN1$ ,  $numCDCs$ ,  $numVehiculosN2$ ,  $numClientes$

- 1:  $P$  = generar población aleatoria de  $N$  individuos
  - 2: reparar cromosoma de los individuos de  $P$
  - 3: resolver el ruteo de primer nivel de cada individuo de  $P$
  - 4: evaluar funciones objetivo y factibilidad de cada individuo de  $P$
  - 5: ordenar  $P$  por nivel de no dominancia
  - 6:  $Q$  = crear nueva población a partir de  $P$  **comentario** : utilizar operadores evolutivos
  - 7: resolver el ruteo de primer nivel de cada individuo de  $Q$
  - 8: evaluar funciones objetivo y factibilidad de cada individuo de  $Q$
  - 9:  $generacion = 0$
  - 10: **repetir**
  - 11:  $R = Q \cup P$  **comentario** : combinar poblaciones de hijos y padres
  - 12: ordenar  $R$  por nivel de no dominancia
  - 13:  $P$  = los primeros  $N$  elementos de  $R$
  - 14:  $Q$  = crear nueva población a partir de  $P$  **comentario** : utilizar operadores evolutivos
  - 15: resolver el ruteo de primer nivel de cada individuo de  $Q$
  - 16: evaluar funciones objetivo y factibilidad de cada individuo de  $Q$
  - 17: incrementar  $generacion$
  - 18: actualizar  $k_0$
  - 19: **hasta que**  $generacion \geq maxGeneraciones$
  - 20:  $R = Q \cup P$  **comentario** : combinar poblaciones de hijos y padres
  - 21: **retorna** soluciones no dominadas de  $R$
- 

- $numVehiculosN1$ , la cantidad de vehículos de la flota del primer nivel,
- $numCDCs$ , la cantidad de  $CDCs$ ,
- $numVehiculosN2$ , el tamaño de la flota del segundo nivel y por último
- $numClientes$ , la cantidad de clientes.

En la Línea 3 del Algoritmo 1, el ruteo de primer nivel es realizado para cada individuo de la población, usando una técnica de búsqueda exhaustiva. En la Línea 4, para cada individuo de  $P$  se calculan los valores objetivos y la violación total de las restricciones, como se propone en [26]. Luego, en la Línea 5, el conjunto  $P$  se ordena según el nivel de no-dominancia, utilizando la definición de no-dominancia modificada propuesta en [26]. En la Línea 6, una nueva población se crea mediante el cruzamiento de los primeros  $N$  individuos de  $P$ , utilizando selección por torneo. Luego, cada individuo resultante se repara de ser necesario.

Finalmente, el operador de mutación se aplica a cada uno de los individuos generados. La mutación ocurre con probabilidad  $pMut$ . El parámetro  $k_0$  se utiliza durante el proceso de mutación para indicar el número de intercambios que se realizan en el vector de clientes.

Las Líneas 7 y 8 son operan de forma análoga a las Líneas 3 y 4, mientras que la Línea 9 inicializa a el contador de generaciones. En la Línea 11 se combinan la población de hijos junto con las mejores soluciones  $P$ . En la Línea 13, se reemplaza  $P$  por los primeros  $N$  elementos de  $R$ , es otras palabras, los mejores  $N$  individuos. De esta forma, el elitismo se asegura [26]. En la Línea 17, el parámetro de mutación adaptativa  $k_0$  se actualiza. El proceso de actualización decrementa  $k_0$  a medida que pasan las generaciones, para que se realicen más intercambios durante las primeras generaciones, favoreciendo la exploración de nuevas soluciones, y menos intercambios durante las últimas generaciones, favoreciendo la explotación de una región de soluciones.

Las Líneas 11 al 17 se repiten hasta que se llegue al límite de generaciones. Finalmente, la población de hijos resultante se combina una vez mas con la de los progenitores en la Línea 19 para retornar las soluciones no dominadas de  $R$  como resultado del algoritmo.

## 5.2 Segundo nivel - Algoritmo Evolutivo

### 5.2.1 Representación de una solución

La representación propuesta en esta tesis parte de la presentada en el trabajo de Derbel et al. [17], añadiendo soporte para una flota de vehículos heterogénea. Como ya se expuso en el Capítulo 2, la representación de [17] no es única para una solución dada, lo que podría comprometer la robustez del algoritmo. En la presente tesis se propone una representación que no posee esta debilidad.

Se propone representar una solución al  $2E-LRP$ , utilizando un cromosoma que tenga las siguientes características: Considerando los conjuntos del modelo  $2E-LRP$  propuesto en el Capítulo 3, se define:

1. un vector de  $CDCs$   $D$ , de  $|J|$  elementos, donde cada posición contiene un número de  $CDC$   $\{1, \dots, |I|\}$ ,
2. un vector de vehículos  $V$ , de  $|J|$  elementos, donde cada posición contiene un número de vehículo  $\{1, \dots, |K|\}$  y

3. un vector de clientes  $C$ , de  $|J|$  elementos, que contiene una permutación de los números de cliente  $\{1, \dots, |J|\}$ .

Como se expuso en el Capítulo 3, el modelo propuesto considera caminos cerrados, es decir, que un vehículo debe salir y volver al mismo  $CDC$ , además de recorrer únicamente clientes en su ruta. Por tanto, el cromosoma debe cumplir que: sea  $N = \{1, \dots, |J|\}$  un conjunto de índices para los vectores  $D$  y  $V$ . Para todo  $n, n' \in N$ ,  $n \neq n'$ , si  $V_n = V_{n'}$  entonces necesariamente  $C_n = C_{n'}$ . Es decir, a cada vehículo debe corresponder un único  $CDC$ , más a un  $CDC$  pueden estar asignados varios vehículos.

Para lograr una representación única de cada solución, el cromosoma debe ser reordenado por columnas de manera a que el vector de vehículos  $V$  quede en orden ascendente (aunque se lograría el mismo propósito si  $V$  queda en orden descendente). Formalmente, una columna del cromosoma corresponde a todos los elementos de  $D$ ,  $V$  y  $C$  que poseen el mismo índice  $n \in \{1, \dots, |J|\}$ . Se deben realizar un procedimiento de ordenación operando por columnas, tal que se cumpla que  $\forall n, n' \in \{1, \dots, |J|\}$ , si  $n < n'$  entonces necesariamente  $V_n \leq V_{n'}$ .

Utilizando el cromosoma definido anteriormente, una solución se decodifica como sigue: sea  $N = \{1, \dots, |J|\}$  un conjunto de índices para los vectores  $D$ ,  $V$  y  $C$ . Por cada  $n \in N$ ,  $D_n$  representa el  $CDC$  que abastece al cliente  $C_n$  por medio del vehículo  $V_n$ . Las rutas de los vehículos se deducen como sigue: para todo  $n, n' \in N$ ,  $n \neq n'$ , dados dos clientes  $C_n$  y  $C_{n'}$  y cumpliéndose  $V_n = V_{n'} \wedge C_n = C_{n'}$  (es decir, si son visitados por el mismo vehículo y están asignados al mismo  $CDC$ ), si  $n < n'$  entonces el cliente  $C_n$  es visitado antes que  $C_{n'}$  en la ruta del vehículo  $V_n$ <sup>1</sup>, y se sabe además que la ruta empieza y termina en el  $CDC$   $C_n$ <sup>2</sup>.

En la Figura 5.1 se presenta un ejemplo de representación de una solución a una instancia con 2  $CDCs$ , 7 clientes y una flota de 3 vehículos. En dicho ejemplo, el orden en que aparecen los elementos en el vector  $C$  indica también el orden de visita de los clientes. Se observa que el *cromosoma* tiene el vector  $V$  ordenado en orden ascendente, siendo de esta manera una representación única de la solución, además de ser intuitiva y sencilla.

## 5.2.2 Selección

La selección se realiza por torneos [8], tal como proponen los autores de [26]. Se utiliza un criterio de dominancia modificada propuesto también en [26]. Dicho

<sup>1</sup>O  $V_{n'}$ , indistintamente, dado que  $V_n = V_{n'}$

<sup>2</sup>O  $C_{n'}$ , indistintamente, dado que  $C_n = C_{n'}$

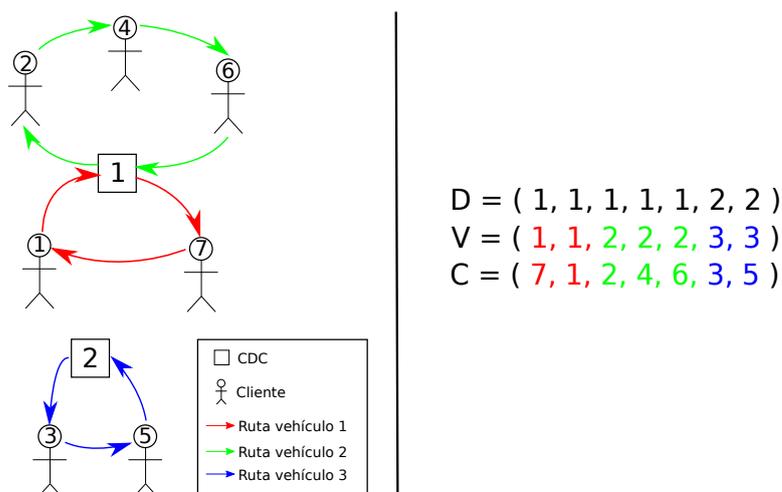


Figura 5.1: Representación visual del segundo nivel de una solución de ejemplo a un problema  $2E-LRP$ . Nótese que el cromosoma está ordenado por número de vehículo en orden ascendente.

criterio estipula que una solución  $i$  domina a otra solución  $j$  si alguna de estas condiciones es verdadera:

1.  $i$  es factible y  $j$  no.
2. Ambas son no factibles pero  $i$  tiene una menor violación general de las restricciones.
3. Ambas son factibles e  $i$  domina a  $j$  (utilizando el criterio de dominancia Pareto[25]).

La violación general de las restricciones corresponde simplemente la suma de las violaciones de cada restricción del problema [26]. Bajo este criterio, una solución factible tendrá una violación general igual a cero.

### 5.2.3 Cruzamiento

El operador de cruzamiento considera dos cromosomas progenitores  $M_1$  y  $M_2$  y el cromosoma hijo  $H$ .

Se propone utilizar un único punto de corte  $g \in \{1, \dots, |J|\}$ . El procedimiento varía para cada vector, y luego del cruzamiento se debe reparar el cromosoma para evitar generar representaciones no válidas.

#### Vector $C$

Los elementos de  $C \in H$  ubicados a la izquierda del punto de corte  $g$ , son una copia exacta de los elementos de  $C \in M_1$  ubicados a la izquierda de dicho punto.

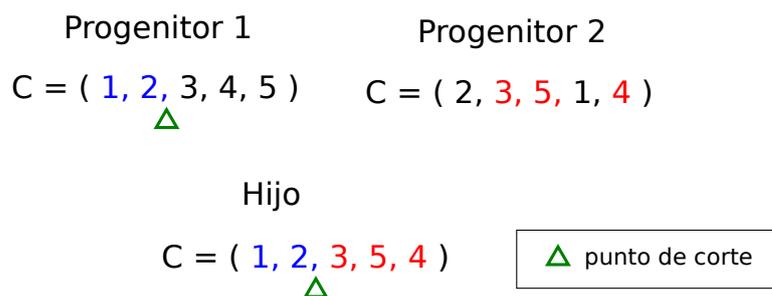


Figura 5.2: Ejemplo visual del cruzamiento del vector de clientes  $C$ .

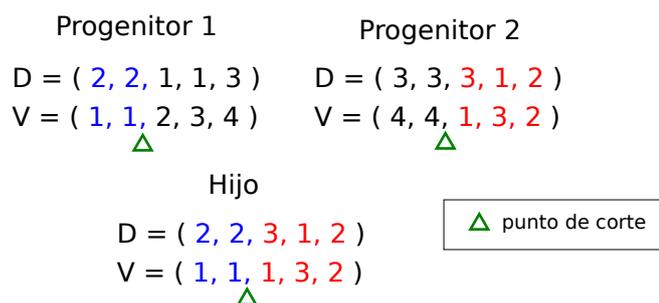


Figura 5.3: Ejemplo visual del cruzamiento de los vectores de  $CDCs$  y vehículos  $D$  y  $V$ . Nótese que el vector resultante debe ser sometido a reparación.

Los elementos de  $C \in H$  ubicados a la derecha del punto de corte  $g$  son una copia de todos los elementos de  $C \in M_2$  que no están en  $C \in M_1$  a la izquierda del punto de corte  $g$ , en el orden en que aparecen al leer  $M_2$  de izquierda a derecha.

En la Figura 5.2 se aprecia un ejemplo de cruzamiento del vector  $C$ , para un problema con 5 clientes y un punto de corte ubicado en la posición 2.

### Vectores $D$ y $V$

Los elementos de  $D \in H$  ubicados a la izquierda del punto de corte  $g$  son una copia exacta de los elementos de  $D \in M_1$  ubicados a la izquierda del punto de corte  $g$ . Los elementos de  $D \in H$  ubicados a la derecha del punto de corte  $g$  son una copia exacta de los elementos de  $D \in M_2$  ubicados a la derecha del punto de corte  $g$ . Lo expresado anteriormente se repite igualmente para el vector  $V \in H$ .

En la Figura 5.3 se presenta un ejemplo para una instancia con 3  $CDCs$  y 4 vehículos. Se puede apreciar que en el vector hijo resultante, el vehículo 1 está asignado a más de un  $CDC$ , siendo necesaria la reparación del cromosoma.

### Reparación del cromosoma

El procedimiento de cruce para los vectores  $D$  y  $V$  podría resultar en un vehículo asignado a varios  $CDC$ . El procedimiento de reparación consiste en reco-

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{l}
 \text{conflicto} \\
 D = ( 2, \boxed{2, 3}, 1, 2 ) \\
 V = ( 1, \boxed{1, 1}, 3, 2 )
 \end{array}
 & \xrightarrow{\text{reparación}} &
 \begin{array}{l}
 \text{corrección} \\
 D = ( 2, \boxed{2, 2}, 1, 2 ) \\
 V = ( 1, \boxed{1, 1}, 3, 2 )
 \end{array}
 \end{array}$$

Figura 5.4: Ejemplo visual de la reparación de un cromosoma inválido.

rrer ambos vectores,  $D$  y  $V$ , de izquierda a derecha para encontrar conflictos en la asignación de  $CDCs$  a vehículos. Un conflicto se da, para todo índice  $n, n' \in \{1, \dots, |J|\}$ ,  $n \neq n'$ , cuando  $V_n = V_{n'}$  y  $D_n \neq D_{n'}$ . En caso de existir conflicto, se propone subsanarlo reemplazando  $D_{n'}$  con  $D_n$ , donde  $n < n'$ . En otras palabras, se mantiene la primera asignación de  $CDC$  a vehículo, leyendo de izquierda a derecha. En la Figura 5.4 se muestra un ejemplo de reparación de un cromosoma inválido; se observa que el vehículo 1 está asignado a los  $CDC$  2 y 3, y que el operador de reparación resuelve el conflicto manteniendo la asignación del vehículo 1 al  $CDC$  2.

#### 5.2.4 Mutación

Se proponen 4 operadores de mutación:

1. Mutación del vector  $D$ .
2. Primera mutación del vector  $V$ .
3. Segunda mutación del vector  $V$ .
4. Mutación adaptativa del vector  $C$ .

##### Mutación del Vector $D$

Se elige una posición al azar del vector  $D$  y todas las ocurrencias de tal elemento se reemplazan por un número de  $CDC$  aleatorio. Con esta mutación se intenta explorar la instalación de nuevos  $CDCs$ . En la Figura 5.5 se presenta un ejemplo de esta la mutación para un problema con 4  $CDCs$ , esto es,  $I = \{1, 2, 3, 4\}$ . Se selecciona al azar la posición 3, luego todas las ocurrencias del elemento ubicado en esa posición (en este caso, el 1) son reemplazadas por un elemento al azar de  $I$ , en este caso el 4.

##### Primera Mutación del Vector $V$

Se realiza de la misma forma que la mutación de  $CDCs$ , teniendo en cuenta esta vez al vector  $V$  y al conjunto de vehículos del segundo nivel  $K$ . Esta mutación,



Figura 5.5: Ejemplo visual de la mutación del vector de *CDCs*  $D$ .



Figura 5.6: Ejemplo visual de la primera mutación del vector de vehículos  $V$ .

de forma similar a la del vector  $D$ , tiene como finalidad explorar el uso de nuevos vehículos. En la Figura 5.6 se presenta un ejemplo de la primera mutación para un problema con 3 vehículos, esto es,  $K = \{1, 2, 3\}$ . Se selecciona al azar la posición 1, luego todas las ocurrencias del elemento ubicado en dicha posición (el elemento 1) son reemplazadas por un elemento al azar del conjunto  $K$ , en este caso el elemento 2.

### Segunda Mutación del Vector $V$

Esta mutación tiene como propósito explorar la posibilidad que un vehículo visite más clientes. Como precondition, el cromosoma debe estar ordenado como se describió en la Sección 5.2.1. El procedimiento consiste en, luego de seleccionar aleatoriamente un bloque definido por un número de vehículo, extenderlo por la derecha o por la izquierda (aleatoriamente). Para mantener la validez del cromosoma, más específicamente para evitar que un vehículo pueda estar asignado a varios *CDCs*, se debe realizar la misma operación en el vector  $D$ .

Formalmente, un bloque está definido por un subconjunto de índices  $B \subseteq \{1, \dots, |J|\}$  donde para todo  $n, n' \in B$  y  $n \neq n'$ , se cumple que  $V_n = V_{n'}$ . La mutación se realiza primeramente eligiendo al azar un bloque  $B$  y una dirección de extensión: izquierda o derecha. Seguido, para la extensión por derecha se procede reemplazando los elementos  $V_{\max(B)+1}$  y  $D_{\max(B)+1}$  con  $V_{\max(B)}$  y  $D_{\max(B)}$ , respectivamente, mientras que para la extensión por izquierda se reemplazan los elementos  $V_{\min(B)-1}$  y  $D_{\min(B)-1}$  con  $V_{\min(B)}$  y  $D_{\min(B)}$ , respectivamente.

En caso de que no se pueda realizar la extensión hacia una dirección, se debe intentar extender hacia la dirección opuesta. Una extensión por la izquierda no es posible si  $\min(B) - 1 \notin \{1, \dots, |J|\}$  y no es posible por la derecha si

$$\begin{array}{lcl}
 D = ( 1, 1, 2, 2, 2 ) & & ( 1, 2, 2, 2, 2 ) \\
 V = ( 2, 2, 1, 1, 1 ) & \xrightarrow{\text{mutación}} & ( 2, 1, 1, 1, 1 ) \\
 C = ( 5, 4, 2, 1, 3 ) & & ( 5, 4, 2, 1, 3 )
 \end{array}$$

Figura 5.7: Ejemplo visual de una segunda mutación del vector de vehículos  $V$ .

$$\begin{array}{lcl}
 C = ( 1, 4, 3, 2, 5 ) & \xrightarrow{\text{mutación}} & C = ( 5, 4, 3, 2, 1 ) \\
 \text{seleccionados al azar} & &
 \end{array}$$

Figura 5.8: Ejemplo visual de la mutación del vector de clientes  $C$ .

$\max(B) + 1 \notin \{1, \dots, |J|\}$  (si ambos índices están fuera de rango).

En la Figura 5.7 se presenta un ejemplo de mutación para un problema con 5 clientes, 3 CDCs y 3 vehículos, en donde se realiza una extensión hacia la izquierda del bloque definido por el vehículo 1 (que en este caso abarca las posiciones 3, 4 y 5), copiándose  $D_3$  y  $V_3$  a  $D_2$  y  $V_2$ , respectivamente. Nótese que el vector  $C$  permanece igual.

### Mutación Adaptativa del Vector $C$

Consiste en intercambiar los valores de dos posiciones aleatorias del vector  $C$ . Requiere de un parámetro  $k_0 \in \mathbb{N}$ , que indica el número de veces que este procedimiento de seleccionar dos posiciones aleatorias e intercambiar sus valores se debe realizar. Esta mutación en específico se realiza con probabilidad  $\frac{2}{(k_0+1) \times (k_0+2)}$ , de modo a que tener que realizar muchos intercambios ocurra con menor probabilidad.

El parámetro  $k_0$  va disminuyendo a medida que transcurren las generaciones para favorecer mayor exploración del espacio de búsqueda al comienzo de la ejecución del algoritmo y permitir mayor explotación de una determinada región del espacio de búsqueda hacia el final. En la Figura 5.8 se presenta un ejemplo de la mutación para una instancia con 5 clientes en donde se seleccionaron al azar las posiciones 1 y 5, y sus valores fueron intercambiados.

## 5.3 Primer Nivel - Búsqueda Exhaustiva

Considerando el caso de la ciudad de Asunción, Paraguay, el número de clientes finales supera fácilmente los cientos mientras que el número de  $CDC$ s podría ser

bastante inferior. Esto es considerando que en dicha ciudad hay dos grandes mercados que cumplen de cierto modo la función de un *CDC*, que es la de ser un intermediario entre las fábricas y los clientes finales.

El subproblema *VRP* del primer nivel, tendrá a lo sumo tantos nodos como *CDCs* potenciales haya. Considerando que las fábricas trabajan independientemente unas de otras sobre el mismo conjunto de nodos, el sub-problema del primer nivel en realidad se compone de varios *VRP*; uno por cada fábrica cuya producción sea requerida. Como ejemplo, considérese un conjunto de 4 *CDCs* establecidos y 5 fábricas. En dicho caso, por cada fábrica hay a lo sumo 11 posibles rutas, lo que resulta en un total de 55 rutas de primer nivel (como máximo) para toda la instancia.

Entonces, teniendo en cuenta que: 1) ciudades como Asunción, Paraguay no cuentan con un gran número de *CDCs*, 2) la formulación *2E-LRP* presentada en esta tesis considera una flota homogénea en el primer nivel, 3) la cantidad de rutas posibles para el primer nivel tiene tan solo una relación lineal con el número de fábricas y 4) cada fabricante trabaja de manera independiente, pudiendo resolverse un *VRP* simple por cada uno de de ellos, se puede afirmar que es razonable resolver el subproblema del primer nivel utilizando técnicas de búsqueda exhaustiva, sin comprometer la utilidad práctica del algoritmo propuesto.

# Capítulo 6

## Pruebas Experimentales

En el presente capítulo se presentan las dos principales pruebas experimentales realizadas sobre el algoritmo propuesto en el Capítulo 5, que consisten en: 1) validar el algoritmo propuesto a través de comparar las soluciones obtenidas con el mismo contra las obtenidas por una alternativa de búsqueda exhaustiva y 2) comprobar la escalabilidad del algoritmo propuesto para resolver instancias grandes de la formulación presentada en el Capítulo 3.

Para validar el Algoritmo Evolutivo propuesto, una alternativa de búsqueda exhaustiva fue implementada con el fin de obtener un conjunto de soluciones óptimas contra las cuales hacer comparaciones utilizando la métrica de *Hipervolumen* [27], que es una de las métricas más aceptadas por la comunidad científica [28].

### 6.1 Entorno Experimental

Se utilizaron dos instancias: una pequeña y una grande. La instancia pequeña consta de 5 clientes, 2 *CDCs* y 2 fábricas, mientras que la grande cuenta con 53 clientes, 5 *CDCs* y 10 fábricas. Ambas instancias fueron diseñadas a partir del área de Gran Asunción, Paraguay, considerando ubicaciones reales de comercios de ramo general como clientes, grandes mercados o espacios libres como *CDCs* y fábricas reales de productos de la canasta familiar (lácteos, cárnicos, etc.).

Todos los experimentos de este Capítulo fueron ejecutados en un equipo *Intel Core i7 4790K @ 4.40 GHz* con 16 *GB* de memoria *RAM*, bajo el sistema operativo *Microsoft Windows 10 Home* de 64 *bits*. El Algoritmo Evolutivo propuesto y la búsqueda exhaustiva fueron implementadas en *Microsoft Visual C++*, utilizando la librería *Boost 1.63.0* [24]. El *Hipervolumen* fue calculado utilizando *software* desarrollado por Fonseca et al. [29][30], corriendo bajo el sistema operativo *GNU/Linux Ubuntu 16.10*, en el mismo equipo de pruebas.

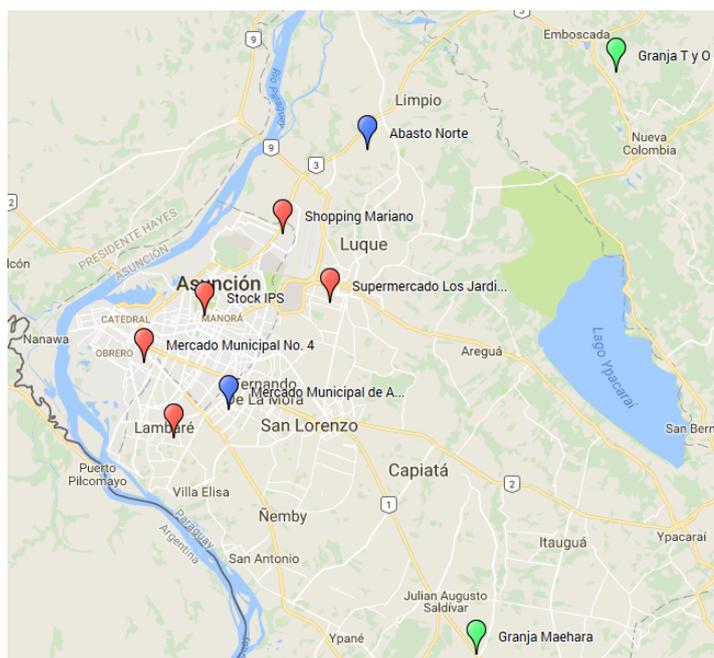


Figura 6.1: Mapa mostrando la ubicación de los *CDCs* (color azul), clientes (color rojo) y fábricas (color verde) contemplados en la instancia utilizada para validar el algoritmo propuesto.

## 6.2 Pruebas Experimentales

### 6.2.1 Validación del Algoritmo Propuesto

El objetivo de este experimento es demostrar que el Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo propuesto encuentra soluciones de buena calidad con respecto a un conjunto de soluciones óptimas hallado mediante un algoritmo de búsqueda exhaustiva.

La instancia utilizada considera 2 Fábricas, 2 *CDCs* y 5 clientes, ilustrada en la Figura 6.1. Para el segundo nivel se consideran 3 tipos de vehículos. Para el presente experimento, el tamaño de la instancia está restringido por el tiempo que necesita el algoritmo de búsqueda exhaustiva para encontrar el conjunto de soluciones óptimas [25]. En este caso, la instancia descrita anteriormente puede ser resuelta en un tiempo razonable considerando los objetivos de esta tesis.

Se utilizaron los siguientes parámetros para el Algoritmo Evolutivo:

- Tamaño máximo de la población: 300
- Número máximo de iteraciones: 100
- Probabilidad de mutación: 0,15
- Parámetro de mutación adaptativa  $k_0$  (véase Capítulo 5): 5

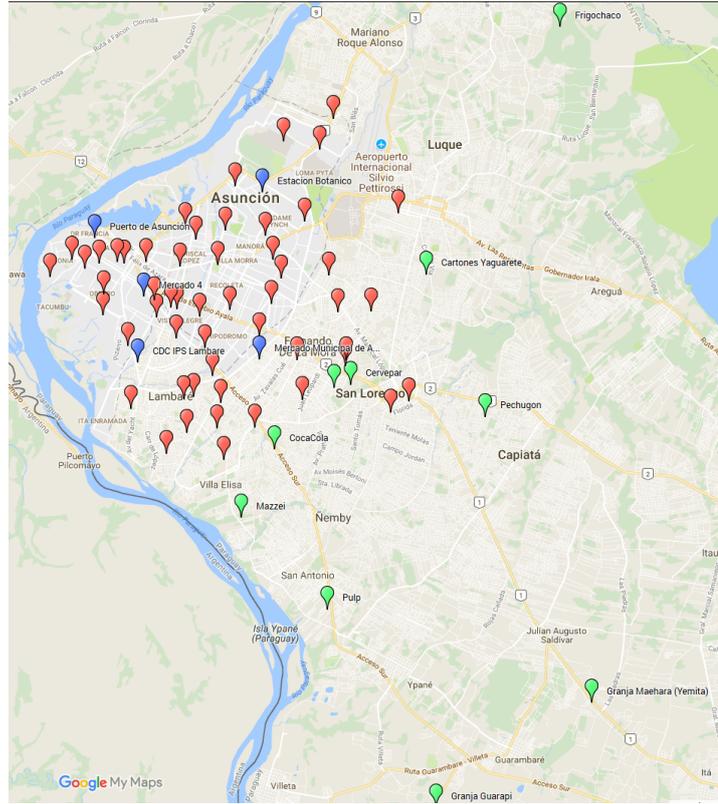


Figura 6.2: Mapa mostrando la ubicación de los *CDCs* (color azul), clientes (color rojo) y fábricas (color verde) contemplados en la instancia utilizada para demostrar escalabilidad.

Para el presente experimento, se ejecutaron 20 corridas seguidas del Algoritmo Evolutivo propuesto utilizando los mismos parámetros. Primeramente, en la Tabla 6.1a se presentan los resultados de referencia obtenidos mediante la búsqueda exhaustiva. Finalmente, en la Tabla 6.1b se presentan los resultados obtenidos con el Algoritmo Evolutivo propuesto. La última columna de la Tabla 6.1b se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta\% \mathcal{S}_a = \frac{|\mathcal{S}_e - \mathcal{S}_a|}{\mathcal{S}_e} \times 100, \quad (6.1)$$

en donde  $\mathcal{S}_e$  es el *hipervolumen* del conjunto obtenido mediante la búsqueda exhaustiva y  $\mathcal{S}_a$  el *hipervolumen* del conjunto hallado por el algoritmo propuesto.

La tercera columna de la Tabla 6.1b,  $n$ , indica la cantidad de soluciones no dominadas halladas por el algoritmo al cumplirse el criterio de parada, mientras que la cuarta,  $n^*$ , indica cuántas de éstas soluciones son óptimas, esto es, que se encuentran en el conjunto óptimo de referencia. Se observa que en dos ocasiones el algoritmo propuesto alcanza el mismo *hipervolumen* que la búsqueda exhaustiva en poco más de 2 minutos, siendo óptimas todas las soluciones encontradas.

Tabla 6.1: Resultados experimentales de evaluación de la calidad de soluciones del Algoritmo Evolutivo propuesto.  $t$  es el tiempo de ejecución,  $n$  el número de soluciones no dominadas,  $n^*$  el número de soluciones no dominadas *óptimas*,  $\mathcal{S}$  el *hipervolumen*,  $\% n$  el porcentaje de soluciones no dominadas que son *óptimas* y finalmente  $\Delta\% \mathcal{S}$  el porcentaje de diferencia en el *hipervolumen*

(a) Características e *hipervolumen* del conjunto de soluciones *óptimas* obtenido mediante un algoritmo de búsqueda exhaustiva.

$t$	$n$	$\mathcal{S}_e$
29770 s	660	$1,362 \times 10^8$

(b) Características e *hipervolumen* de los conjuntos de soluciones no dominadas obtenidos mediante el Algoritmo Evolutivo propuesto.

$i$	$t$	$n$	$n^*$	$\mathcal{S}_a$	$\% n^*$	$\Delta\% \mathcal{S}_a$
1	154,460 s	483	479	$1,360 \times 10^8$	99,172	0,107
2	157,767 s	504	496	$1,328 \times 10^8$	98,413	2,483
3	154,976 s	492	489	$1,286 \times 10^8$	99,390	5,595
4	154,826 s	489	484	$1,354 \times 10^8$	98,978	0,581
5	153,700 s	455	455	$1,362 \times 10^8$	100,000	0,000
6	153,477 s	488	484	$1,344 \times 10^8$	99,180	1,335
7	155,792 s	490	484	$1,333 \times 10^8$	98,776	2,142
8	153,317 s	490	479	$1,298 \times 10^8$	97,755	4,728
9	157,250 s	459	449	$1,351 \times 10^8$	97,821	0,780
10	151,717 s	450	448	$1,356 \times 10^8$	99,556	0,454
11	154,933 s	504	502	$1,285 \times 10^8$	99,603	5,643
12	154,652 s	482	482	$1,362 \times 10^8$	100,000	0,000
13	154,512 s	494	490	$1,342 \times 10^8$	99,190	1,450
14	152,283 s	488	484	$1,350 \times 10^8$	99,180	0,900
15	154,970 s	469	468	$1,354 \times 10^8$	99,787	0,557
16	152,572 s	480	478	$1,343 \times 10^8$	99,583	1,414
17	156,217 s	484	481	$1,359 \times 10^8$	99,380	0,212
18	152,924 s	478	477	$1,354 \times 10^8$	99,791	0,557
19	150,337 s	377	364	$1,350 \times 10^8$	96,552	0,874
20	154,424 s	493	490	$1,357 \times 10^8$	99,391	0,355

En otras palabras, el algoritmo fue capaz de hallar todos los elementos del espacio objetivo [31] *óptimo*, aun habiendo descubierto sólo un subconjunto del espacio de decisión [31] *óptimo*. Cabe destacar que se observa una diferencia máxima de 5,643% en el *hipervolumen*. Desde el punto de vista del tomador de decisiones, se puede decir que el algoritmo, a pesar de no presentar todas las soluciones posibles, presenta soluciones *óptimas*. Se debe destacar el tiempo de ejecución, en donde el algoritmo propuesto aventaja enormemente a la búsqueda exhaustiva, la cual demoró más de 8 horas en completarse.

## Hipervolumen a través del tiempo

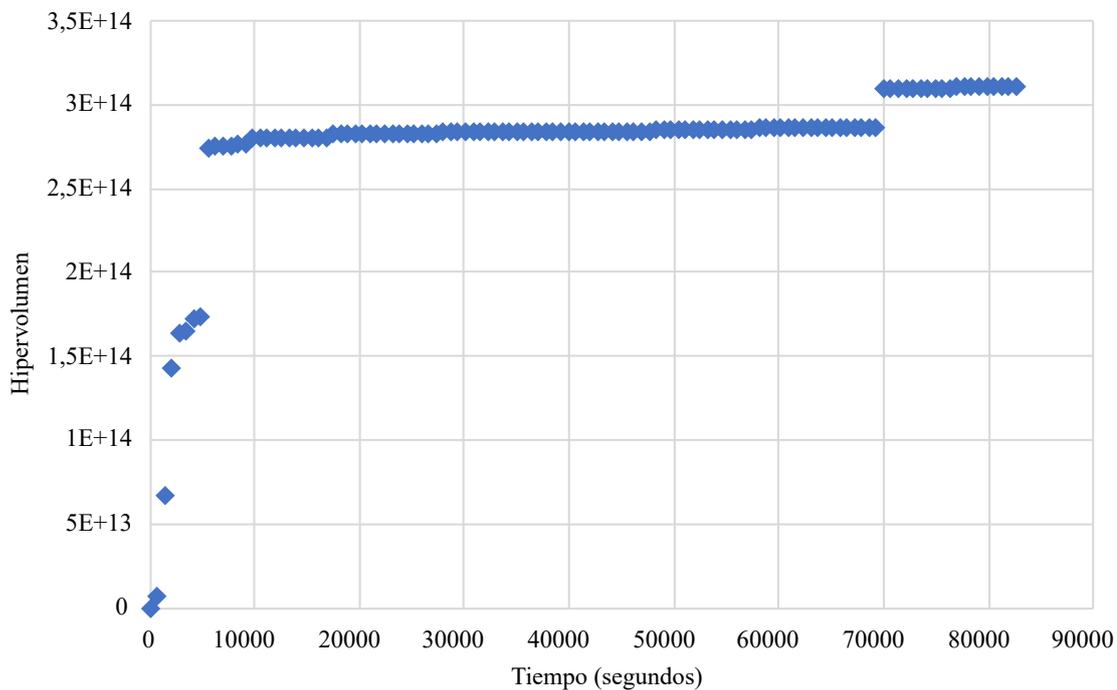


Figura 6.3: Gráfico de *hipervolumen* (eje vertical) y tiempo transcurrido (eje horizontal), de los conjuntos de soluciones no dominadas encontradas por el algoritmo evolutivo propuesto para una instancia con 53 clientes.

### 6.2.2 Escalabilidad del Algoritmo Propuesto

El objetivo de este experimento es comprobar que el algoritmo puede encontrar soluciones a una instancia grande del problema. Para ello, se utilizó una instancia que contempla 53 clientes, 5 *CDCs* y 10 fábricas, ilustrada en la Figura 6.2.

Se utilizaron los siguientes parámetros para el Algoritmo Evolutivo:

1. Tamaño máximo de la población: 600
2. Tiempo máximo de ejecución: 24 horas.
3. Probabilidad de mutación: 0,3
4. Parámetro de mutación adaptativa  $k_0$  (véase Capítulo 5): 5

Cada 700 segundos se guardó el conjunto de soluciones no dominadas encontradas hasta ese momento, para luego calcular el *hipervolumen* de cada uno de ellos. Los resultados obtenidos están representados en la Figura 6.3, en donde el eje vertical representa el valor del *hipervolumen* calculado para el conjunto obtenido al transcurrir el tiempo especificado en el eje horizontal. Se puede observar que el *hipervolumen* del conjunto de soluciones no dominadas se incrementa a

medida que transcurre el tiempo, con lo que se puede deducir que la calidad de las soluciones encontradas irá en estricto aumento en la medida que se disponga de más tiempo.

Desde el punto de vista del tomador de decisiones, el problema estudiado en esta tesis es de naturaleza estratégica, por lo que podría ser razonable disponer de varios días para la ejecución del algoritmo, dadas instancias grandes del problema.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Los principales aportes de esta tesis son:

- En el Capítulo 3 se propuso una primera formulación multiobjetivo y multiproducto del Problema de Ubicación y Ruteo de Dos Niveles (*2E-LRP*) concebida desde el punto de vista del gobierno municipal (Sección 1.2.2, Objetivo N° 1, publicado en [32]). El modelo se enmarca dentro de *Green Logistics* al considerar explícitamente la minimización de emisiones contaminantes de monóxido y dióxido de carbono. La formulación considera que los clientes tienen demanda de varios productos, que son distribuidos desde *CDCs* por una flota de características heterogéneas. Se consideran varios fabricantes de productos distintos, que envían su producción a los *CDCs* utilizando una flota homogénea de vehículos que admite *split delivery*.
- En el Capítulo 5, se presentó un Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo para resolver la formulación propuesta (Sección 1.2.2, Objetivo N° 2). Dicho algoritmo está basado en el conocido *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)* [26], y utiliza una técnica de búsqueda exhaustiva para resolver el ruteo en el primer nivel.

Las principales conclusiones a las que se llegaron en esta tesis son:

- Se presentaron indicios sobre los beneficios de implementar un sistema de distribución de dos niveles frente a uno de distribución directa en el Capítulo 4 (Sección 1.2.2, Objetivo N° 3). Se observó que utilizando *CDCs* se pueden lograr ahorros significativos en costos que puedan costear la instalación de los mismos, así como reducción de emisiones contaminantes, con la posibilidad de mejorar también el tránsito.
- En el Capítulo 6, Sección 6.2.1, se validó el Algoritmo Propuesto, demostrando que puede igualar a una técnica de búsqueda exhaustiva en cuanto a

calidad de las soluciones halladas, teniendo en cuenta la métrica de *Hipervolumen* [27] (Sección 1.2.2, Objetivo N° 4). Se debe destacar que mientras la búsqueda exhaustiva demoró más de 8 horas para encontrar el conjunto de soluciones óptimas, el Algoritmo propuesto logró resultados de la misma calidad en menos de 3 minutos.

- En el Capítulo 6, Sección 6.2.2, se comprobó la escalabilidad del Algoritmo propuesto utilizando una instancia del problema con 53 clientes, 5 *CDCs* y 10 fábricas (Sección 1.2.2, Objetivo N° 5). Se observó que la calidad de las soluciones obtenidas, evaluada mediante la métrica de *Hipervolumen* [27], fue en estricto aumento a medida que transcurría el tiempo.
- Con los experimentos realizados y cuyos resultados se presentan en el Capítulo 6, se demostró la validez y la utilidad práctica del Algoritmo propuesto en el Capítulo 5.

Como trabajos futuros, teniendo en cuenta la investigación realizada para la realización de esta tesis, se propone lo siguiente:

- Los factores de emisión considerados en el presente trabajo son una manera muy sencilla de modelar emisiones, más existen muchos otros factores que influyen en las emisiones, como la temperatura, tipo de conducción o velocidad, que incrementarían la precisión del modelo pero también su complejidad. Se propone incorporar estos factores adicionales en formulaciones futuras.
- Realizar pruebas del Algoritmo propuesto con instancias reales de la formulación presentada, mediante un esfuerzo en conjunto con el Gobierno Municipal.
- Considerar un nivel más en formulaciones futuras: las bahías de carga y descarga, que son pequeñas áreas de la calle reservadas para descarga y transferencia de mercaderías.
- Proponer nuevos algoritmos para resolver el *2E-LRP* con otras metaheurísticas como base; *Ant Colony Optimization* o *Particle Swarm Optimization* podrían ser exploradas.
- Nuevas funciones objetivo podrían ser añadidas, como ser minimización de emisiones de nuevos contaminantes o minimización de cantidad de vehículos utilizados.

# REFERENCIAS

- [1] Yannis Marinakis. Location-routing problem. In *Encyclopedia of Optimization*, pages 1919–1925. Springer, second edition, 2009.
- [2] Anahita Hassanzadeh, Leyla Mohseninezhad, Ali Tirdad, Faraz Dadgostari, and Hossein Zolfagharinia. Location-routing problem. In *Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies*, chapter 17, pages 359–417. Physica-Verlag Heidelberg, first edition, 2009.
- [3] Diego Cattaruzza, Nabil Absi, Dominique Feillet, and Jesús González-Feliu. Vehicle routing problems for city logistics. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 6(1), 2017.
- [4] J. Hickman, D. Hassel, R. Joumard, Z. Samaras, and S. Sorenson. Meet methodology for calculating transport emissions and energy consumption. Tech. rep., EC, 1999.
- [5] A Esteves-Booth, T Muneer, J Kubie, and H Kirby. A review of vehicular emission models and driving cycles. *Jrnl. of Mech. Engineering Sci.*, 216(8), 2002.
- [6] Richard Eglese, Tolga Bektas, et al. Green vehicle routing. *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications*, 18, 2014.
- [7] Rui Lopes, Carlos Ferreira, Beatriz Santos, and Sergio Barreto. A taxonomical analysis, current methods and objectives on location-routing problems. *Int. Trn. Op. Res.*, 20, 2013.
- [8] Carlos A Coello Coello, Gary B Lamont, David A Van Veldhuizen, et al. Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems, 2007.
- [9] Michael Drexl and Michael Schneider. A survey of variants and extensions of the location-routing problem. *European Jrnl. of Op. Res.*, 241(2), 2015.
- [10] Rafael Caballero, Mercedes Gonzalez, Flor Ma Guerrero, Julian Molina, and Concepcion Paralera. Solving a multiobjective location routing problem

with a metaheuristic based on tabu search. application to a real case in andalusia. *European Jrnl. of Op. Res.*, 177(3), 2007.

- [11] R. Tavakkoli-Moghaddam, A. Makui, and Z. Mazloomi. A new integrated mathematical model for a biobjective multidepot location-routing problem solved by a multiobjective scatter search algorithm. *Jrnl. of Manuf. Sys.*, 29, 2010.
- [12] K. Govindan, A. Jafarian, R. Khodaverdi, and K. Devika. Two-echelon multiple-vehicle location-routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. *Internat. Jrnl. of Prod. Econ.*, 152, 2014.
- [13] Teodor Gabriel Crainic, Nicoletta Ricciardi, and Giovanni Storchi. Models for evaluating and planning city logistics systems. *Transportation Science*, 43(4):432–454, November 2009.
- [14] Haiko Eitzen, Fabio Lopez-Pires, Benjamin Baran, Fernando Sandoya, and Jorge Luis Chicaiza. A multi-objective two-echelon vehicle routing problem. an urban goods movement approach for smart city logistics. XLIII Latin-american Conference of Informatics, 2017.
- [15] Caroline Prodhon and Christian Prins. A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, 238(1):1 – 17, 2014.
- [16] Ching-Jung Ting and Chia-Ho Chen. A multiple ant colony optimization algorithm for the capacitated location routing problem. *International Journal of Production Economics*, 141(1):34 – 44, 2013. Meta-heuristics for manufacturing scheduling and logistics problems.
- [17] Houda Derbel, Bassem Jarboui, Saïd Hanafi, and Habib Chabchoub. Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. *Expert Systems with Applications*, 39(3):2865 – 2871, 2012.
- [18] L. Ntziachristos and Z. Samaras. Copert iii: Computer programme to calculate emissions from road transport. Technical report, European Environment Agency, 2000.
- [19] Christian von Lücken Martínez. Algoritmos evolutivos para optimización multi-objetivo: un estudio comparativo en un ambiente paralelo asín-

- crono. Master's thesis, Universidad Nacional de Asunción, December 2003.
- [20] Veerle Heijne, Norbert Ligterink, and Uilke Stelwagen. 2016 emission factors for diesel euro-6 passenger cars, light comm. vehicles and euro-vi trucks. Technical report, TNO, 2016.
- [21] Emissions from volvo's trucks. [http://www.volvotrucks.com/content/dam/volvo/volvo-trucks/markets/global/pdf/our-trucks/Emis\\_eng\\_10110\\_14001.pdf](http://www.volvotrucks.com/content/dam/volvo/volvo-trucks/markets/global/pdf/our-trucks/Emis_eng_10110_14001.pdf). Accessed: 2017-05-03.
- [22] Fiat fiorino ebrochure. [http://www.fiatprofessional.com/com/CMSEN/Pdf/Fiorino\\_40p\\_INGint\\_04\\_3\\_2854\\_08.pdf](http://www.fiatprofessional.com/com/CMSEN/Pdf/Fiorino_40p_INGint_04_3_2854_08.pdf). Accessed: 2017-05-02.
- [23] Fuso canter ebrochure. [http://canter.co.uk/Projects/c2c/channel/files/372913\\_Fuso\\_Canter\\_3C13\\_Single\\_Manual.pdf](http://canter.co.uk/Projects/c2c/channel/files/372913_Fuso_Canter_3C13_Single_Manual.pdf). Accessed: 2017-05-03.
- [24] Boost c++ libraries. <http://www.boost.org/>. Accessed 2016-01-11.
- [25] Christian von Lücken, Benjamín Barán, and Carlos Brizuela. A survey on multi-objective evolutionary algorithms for many-objective problems. *Comput. Opt. and Apps.*, 58(3), 2014.
- [26] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and TAMT Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197, 2002.
- [27] Eckart Zitzler and Lothar Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 3(4):257–271, 1999.
- [28] Nery Riquelme, Christian Von Lücken, and Benjamin Baran. Performance metrics in multi-objective optimization. In *Computing Conference (CLEI), 2015 Latin American*, pages 1–11. IEEE, 2015.
- [29] C. M. Fonseca, L. Paquete, and M. Lopez-Ibanez. An improved dimension-sweep algorithm for the hypervolume indicator. In *2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 1157–1163, July 2006.
- [30] Computation of the hypervolume indicator. <http://lopez-ibanez.eu/hypervolume>. Accessed 2017-10-01.

- [31] Fabio López-Pires. Ubicación de máquinas virtuales multi-objetivo con acuerdo de nivel de servicio. Master's thesis, Facultad Politécnica - Universidad Nacional de Asunción, 2013.
- [32] Rafael Aquino, Benjamín Barán, Fabio López-Pires, Fernando Sandoya, and Jorge Luis Chicaiza. A novel multi-objective two-echelon green location-routing problem from a city government perspective. Presentado en el Congreso Internacional de Ciencias de la Computación y Sistemas de Información (CICCSI) 2017, 2017.

# Apéndice A

## Datos de las instancias de prueba utilizadas en el Capítulo 4

### A.1 Datos comunes para ambas instancias

Tabla A.1: Datos sobre CDCs y clientes.

(a) Clientes.			(b) CDCs.		
	Demanda (ton.)			Costo de instalación (\$)	Capacidad máxima (ton.)
	Producto $\alpha$	Producto $\beta$			
Cliente 1	0.7	0.2			
Cliente 2	0.0	0.7			
Cliente 3	0.1	0.6	CDC A	20	300
Cliente 4	1.0	0.1	CDC B	30	300
Cliente 5	0.1	0.8			

Tabla A.2: Datos de las flotas de vehículos.

Tipo de flota	Vehículo	Capacidad máx. (ton.)	Rango máx. (km)	Costo operativo (\$/km)	Factor de emisión de CO (g/km)	Factor de emisión de CO <sub>2</sub> (g/km)
	Fiat Fiorino Van	0,7	804	0,06	0,57	246
Ligera	Fuso Canter 3C13	2.5	500	0.09	0.85	256
	Fuso Canter 7C15	5.5	500	0.09	0.68	382
Pesada	Volvo FL818	18.3	984	0.32	2.27	1734

Tabla A.3: Distancias (km) y tiempos de viaje (horas), dados en el formato *distancia/tiempo*.

(a) Primer nivel.

	<i>CDC A</i>	<i>CDC B</i>
<b>Fabricante <math>\alpha</math></b>	17.32/0.58	22.11/0.74
<b>Fabricante <math>\beta</math></b>	14.24/0.47	19.45/0.65
<b><i>CDC A</i></b>	-	06.05/0.20
<b><i>CDC B</i></b>	06.05/0.20	-

(b) Segundo nivel.

	<b>Cliente 1</b>	<b>Cliente 2</b>	<b>Cliente 3</b>	<b>Cliente 4</b>	<b>Cliente 5</b>
<b><i>CDC A</i></b>	03.96/0.13	07.92/0.26	07.05/0.24	09.11/0.30	02.13/0.07
<b><i>CDC B</i></b>	03.24/0.11	13.05/0.44	10.57/0.35	03.06/0.10	04.51/0.15
<b>Cliente 1</b>	-	11.81/0.39	10.29/0.34	05.94/0.20	03.63/0.12
<b>Cliente 2</b>	11.81/0.39	-	04.03/0.13	15.93/0.53	08.61/0.29
<b>Cliente 3</b>	10.29/0.34	04.03/0.13	-	13.12/0.44	06.67/0.22
<b>Cliente 4</b>	05.94/0.20	15.93/0.53	13.12/0.44	-	07.51/0.25
<b>Cliente 5</b>	03.63/0.12	08.61/0.29	06.67/0.22	07.51/0.25	-

Tabla A.4: Costos de envío del primer nivel.

	Costo de envío (\$/kg.)	Costo de entrega (\$)	
		<i>CDC A</i>	<i>CDC B</i>
Fabricante $\alpha$	10	10	7
Fabricante $\beta$	12	12	10

## A.2 Datos específicos para cada instancia

Tabla A.5: Datos de la Instancia 1.

(a) Costos de envío

<i>CDC</i>	Costo de envío(\$/kg.)	Costo de entrega (\$)				
		Clientes				
		1	2	3	4	5
A	10	13	3.9	6.5	7.8	19.5
B	7	6.5	3.9	3.9	19.5	19.5

(b) Tiempos de descarga (en horas).

	Clientes				
	1	2	3	4	5
Volvo FL818	0.6	1.2	1.1	1.1	1.6

Tabla A.6: Datos de la segunda instancia.

(a) Composición de la flota vehicular.

<b>Tipo de flota</b>	
Primer nivel	Pesada
Segundo nivel	Ligera

(b) Costos de envío.

	Costo de envío (\$/kg.)	Costo de entrega (\$)				
		Clientes				
		1	2	3	4	5
<i>CDC A</i>	10	10	3	5	6	15
<i>CDC B</i>	7	5	3	3	15	15

(c) Tiempos de descarga (en horas).

	Clientes				
	1	2	3	4	5
Fiat Fiorino Van	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1
Fuso Canter 3C13	0.4	0.4	1.0	1.0	1.0
Fuso Canter 7C15	0.5	1.1	1.0	1.0	1.5