



PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN INVERSIONES DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN BAJO INCERTIDUMBRE CONSIDERANDO FLEXIBILIDAD

MARIO SALOMÓN ARÉVALO GONZÁLEZ

Tesis presentada a la Facultad Politécnica de la Universidad Nacional de Asunción, como requisito para la obtención del Grado de Máster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica

ASUNCIÓN – PARAGUAY
DICIEMBRE – 2017



PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN INVERSIONES DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN BAJO INCERTIDUMBRE CONSIDERANDO FLEXIBILIDAD

MARIO SALOMÓN ARÉVALO GONZÁLEZ

Orientador: Prof. Dr. **GERARDO ALEJANDRO BLANCO BOGADO**

Tesis presentada a la Facultad Politécnica de la Universidad Nacional de Asunción, como requisito para la obtención del Grado de Máster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica

ASUNCIÓN – PARAGUAY
DICIEMBRE – 2017

Arévalo González, Mario Salomón.

Planificación de la expansión en inversiones de generación y transmisión bajo incertidumbre considerando flexibilidad / Mario Salomón Arévalo González. - - San Lorenzo, 2017.

..... p.: il.

Tesis (Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica) - - Facultad Politécnica de la Universidad Nacional de Asunción, 2017).

Bibliografía y Apéndice

1. Flexibilidad 2. Transmisión e Incertidumbre 3. Enfoque holístico
4. Opciones Reales I. Título.

CDD
333.793 2

**PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN
INVERSIONES DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN BAJO
INCERTIDUMBRE CONSIDERANDO FLEXIBILIDAD**

MARIO SALOMÓN ARÉVALO GONZÁLEZ

Aprobado en fecha... de Diciembre de 2017.

Tribunal Examinador:

Prof.

Prof.

Prof.

Prof.

Prof. Dr. GERARDO A. BLANCO B.

Orientador

Dedicado a:

Dios, por regalarme la sabiduría y el entendimiento necesarios para alcanzar esta meta, paso a paso, durante toda mi vida.

La Virgen María, a quien fue dedicada mi vida desde mi nacimiento, por interceder por mí ante Dios y otorgarme fuerzas en todo momento.

Mi papá, Mario Salomón, quien ya no se encuentra físicamente con nosotros, que ha sido para mí un ejemplo de responsabilidad y sacrificio.

Mi esposa, Nancy, quien me acompañó siempre en este largo camino para alcanzar esta meta tan anhelada.

Mi hija, Julieta, quien es el motor de nuestras vidas y con mucho amor y a su manera me brindo fuerzas necesarias para seguir siempre.

Mi mamá, Graciela, quien me brindó todo su amor, cariño y paciencia hasta la última etapa de logro de este objetivo.

Mis hermanos Vanessa, Pamela y Juan José, por su apoyo incondicional.

Mis familiares y amigos, que estuvieron siempre para ofrecerme toda su ayuda.

Mario Salomón Arévalo González

Agradecimientos:

Prof. Dr. Victorio Oxilia, Director de Postgrado FP - UNA

*Prof. Dr. Gerardo Blanco, Tutor y Orientador, Líder del GISE FP –
UNA*

*Prof. Dr. Rodrigo Moreno, Orientador, Profesor del Centro de
Energía de la Universidad de Chile*

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACyT)

A los compañeros y amigos del MCIE

A los compañeros y amigos del GISE FP – UNA

*A los compañeros y amigos del Centro de Energía de la
Universidad de Chile*

A los docentes del MCIE y a los funcionarios de la FP - UNA

Por su ayuda incondicional en el logro de esta meta.

Mario Salomón Arévalo González

PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN EN INVERSIONES DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN BAJO INCERTIDUMBRE CONSIDERANDO FLEXIBILIDAD

Autor: MARIO SALOMÓN ARÉVALO GONZÁLEZ
Orientador: Prof. Dr. Gerardo Alejandro Blanco Bogado

RESUMEN

El proceso de liberalización que sufrieron a nivel mundial los mercados de energía ha estado acompañado de un cambio de paradigma en la planificación y la expansión de los sectores de generación y transmisión. La planificación y expansión son aún más complejas cuando se consideran las incertidumbres que generalmente determinan la evolución a largo plazo del sistema. Desde el punto de vista de reguladores y legisladores, una evaluación óptima es de gran interés porque la falta de coordinación entre las inversiones de los sectores de generación y transmisión puede poner en peligro la competencia y la eficiencia en todo el sector eléctrico. En este sentido, la literatura sugiere el uso de enfoques holísticos, que necesariamente evalúan los riesgos asociados a la coordinación de inversiones en el sistema eléctrico, para permitir a los reguladores identificar una alternativa de inversión eficiente, considerando escenarios en los que las variables inciertas evolucionan desfavorablemente. En este contexto, este trabajo aplica un método para evaluar la planificación conjunta de expansión de los segmentos de generación y transmisión, considerando la flexibilidad inherente de las inversiones de generación, utilizando el enfoque de Opciones Reales, utilizando el método de Mínimos Cuadrados de Monte Carlo. Para validar este método, se simuló casos de estudio con el objetivo de demostrar que la consideración de la flexibilidad de las inversiones permite aumentar el beneficio social de todo el sistema a través de la planificación coordinada de los segmentos de generación y transmisión.

PALABRAS CLAVES: Incertidumbre, Flexibilidad, Mínimos Cuadrado de Monte Carlo, Opciones Reales, Simulación Estocástica.

EXPANSION PLANNING IN GENERATION AND TRANSMISSION INVESTMENTS UNDER UNCERTAINTY CONSIDERING FLEXIBILITY

Author: MARIO SALOMÓN ARÉVALO GONZÁLEZ

Advisors: Prof. Dr. Gerardo Alejandro Blanco Bogado

SUMMARY

The liberalization process suffered by energy markets worldwide has been accompanied by a paradigm shift in the expansion planning of the generation and transmission sectors. Expansion planning is even more complex when considering the uncertainties that generally determine the long-term evolution of the system. From the point of view of regulators and policy-makers, an optimal evaluation is of great interest because the lack of coordination between investments in the generation and transmission sectors can jeopardize competition and efficiency throughout the electricity sector. In this sense, the literature suggests the use of holistic approaches, which necessarily assess the risks associated with the coordination of investments in the electricity system, to allow regulators to identify an efficient investment alternative, considering scenarios in which uncertain variables evolve unfavorably. In this context, this paper applies a method to evaluate the integrated planning of expansion of the generation and transmission segments, considering the inherent flexibility of the generation investments, using the Real Options approach, using the Monte Carlo Least Squares method. To validate this method, study cases were analyzed with the objective of demonstrating that the consideration of the flexibility of the investments allows increasing the social welfare of the whole system through the coordinated planning of the generation and transmission segments.

KEY WORDS: Flexibility, Least Square Monte Carlo, Real Options, Stochastic simulation, Uncertainty.

INDICE

| | Página |
|---|-----------|
| 1 INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 2 REVISIÓN DE LA LITERATURA..... | 4 |
| 2.1 Planificación de la expansión de los Sistemas Eléctricos de Potencia | 4 |
| 2.2 Riesgo e Incertidumbre en Inversiones | 8 |
| 2.2.1 Procesos Estocásticos | 10 |
| a. Introducción a los Procesos Estocásticos | 10 |
| b. Concepto de proceso estocástico..... | 11 |
| c. Movimiento Browniano..... | 13 |
| 2.3 Valor Presente Neto de una Inversión | 14 |
| 2.4 Opciones Reales | 16 |
| 2.4.1 Introducción a las Opciones | 16 |
| 2.4.2 Opciones Americanas y Europeas | 17 |
| 2.4.3 Enfoque de Opciones Reales | 18 |
| 2.4.4 Diferencias entre Opciones Reales y Opciones Financieras | 19 |
| 2.4.5 Tipos de Opciones Reales | 19 |
| a. Opción para aplazar el proyecto | 19 |
| b. Opción para expandir el proyecto | 20 |
| c. Opción para abandonar el proyecto | 20 |
| 2.4.6 Matemáticas de las Opciones | 21 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| 2.5 | Métodos de Valoración de Opciones Reales..... | 25 |
| 2.5.1 | Método de Valoración Mínimos Cuadrados de Monte Carlo | 26 |
| 2.5.2 | Problemas de inversión de múltiples opciones..... | 29 |
| 2.5.2.1 | Opciones independientes:..... | 30 |
| 2.5.2.2 | Opciones compuestas: | 30 |
| 2.5.2.3 | Opciones mutuamente excluyentes: | 30 |
| 3 | METODOLOGÍA..... | 32 |
| 3.1 | Enfoque de valoración de inversiones flexibles. Generalidades metodológicas | 32 |
| 3.2 | Modelos estocásticos de los datos de entrada..... | 34 |
| 3.2.1 | Modelo estocástico de la demanda | 34 |
| 3.2.2 | Modelo estocástico del costo de generación y precios de combustibles | 36 |
| 3.3 | Flujo Óptimo de Potencia | 36 |
| 3.4 | Flujo de efectivo descontado estocástico..... | 38 |
| 3.5 | Enfoque de Valoración de Opciones Reales en Inversiones | 39 |
| 3.5.1 | Opciones Reales de Inversiones en Generación | 39 |
| 3.5.1.1 | Opción de diferimiento..... | 40 |
| 3.5.1.2 | Opción de Abandonar..... | 40 |
| 3.5.1.3 | Opción de Expandir..... | 40 |
| 3.5.2 | Opciones Reales en Inversiones en Transmisión | 40 |
| 3.6 | Método de Valoración Propuesto..... | 41 |
| 3.7 | Formulación Matemática de las Estrategias de Inversión..... | 44 |
| 3.7.1 | Beneficios en las Estrategias de Inversión | 44 |
| 3.7.2 | Estrategia II: Opción de Inversión como primera estrategia en la Generación..... | 45 |
| 3.7.3 | Desglose de Opciones de la Estrategia II | 46 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 3.7.4 | Estrategia I2: Opción de Inversión como primera estrategia en la línea de transmisión..... | 47 |
| 3.7.5 | Desglose de Opciones de la Estrategia I2..... | 47 |
| 3.7.6 | Estrategia I3: Opción de Inversión como primera estrategia en la generación y la línea de transmisión en forma conjunta | 48 |
| 3.7.7 | Desglose de Opciones de la Estrategia I3..... | 48 |
| 4 | RESULTADOS Y DISCUSIÓN..... | 50 |
| 4.1 | Datos de Entrada para los Casos de Estudio Propuestos | 50 |
| 4.2 | Caso de Estudio: Sistema de dos barras con Opciones de Expansión, Abandono y Diferimiento..... | 51 |
| 4.2.1 | Resultados y Análisis | 56 |
| 4.3 | Caso de Estudio: Sistema de tres barras con Opciones de Expansión, Abandono y Diferimiento..... | 65 |
| 4.3.1 | Resultados y Análisis | 72 |
| 5 | CONCLUSIONES | 76 |
| | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 78 |

LISTA DE FIGURAS

| | Página |
|---|--------|
| Figura 1: Valoración por el método LSM..... | 29 |
| Figura 2: Diagrama de la Metodología Propuesta | 33 |
| Figura 3: Flujo de efectivo resultante para la inversión..... | 38 |
| Figura 4: Inversión como primera estrategia en la Generación | 42 |
| Figura 5: Inversión como primera estrategia en la LT..... | 43 |
| Figura 6: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta | 43 |
| Figura 7: Caso de Estudio Sistema de dos barras | 52 |
| Figura 8: Evolución de la Demanda en la barra 2 – Caso Leve..... | 54 |
| Figura 9: Evolución de la Demanda en la barra 2 – Caso Pico..... | 54 |
| Figura 10: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Máxima | 57 |
| Figura 11: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Máxima | 58 |
| Figura 12: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 – Demanda Máxima | 58 |
| Figura 13: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Media | 59 |
| Figura 14: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Media | 60 |

| | |
|--|----|
| Figura 15: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 – Demanda Media | 60 |
| Figura 16: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Mínima..... | 61 |
| Figura 17: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Mínima..... | 62 |
| Figura 18: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Mínima..... | 62 |
| Figura 19: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 | 63 |
| Figura 20: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 | 64 |
| Figura 21: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 | 64 |
| Figura 22: Caso de Estudio Sistema de tres barras | 65 |
| Figura 23: Evolución de la Demanda en la barra 1 | 68 |
| Figura 24: Evolución de la Demanda en la barra 2..... | 69 |
| Figura 25: Evolución de la Demanda en la barra 3..... | 70 |
| Figura 26: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 | 73 |
| Figura 27: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 | 74 |
| Figura 28: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 | 75 |

LISTA DE TABLAS

| | Página |
|--|--------|
| Tabla 1: Clasificación de los Procesos Estocásticos..... | 12 |
| Tabla 2: Cálculo de Flujos de Efectivo con una Inversión Inicial..... | 14 |
| Tabla 3: Datos de Entrada..... | 51 |
| Tabla 4: Parámetros Iniciales y Duración de la Demanda - Sistema de dos barras..... | 52 |
| Tabla 5: Parámetros de Costos de Generadores - Sistema de dos barras..... | 52 |
| Tabla 6: Clasificación de valoración de la inversión y valor de flexibilidad de las opciones - Sistema de dos Barras..... | 56 |
| Tabla 7: Parámetros Iniciales y Duración de la Demanda - Sistema de tres barras..... | 66 |
| Tabla 8: Parámetros de Costos de Generadores - Sistema de tres barras | 66 |
| Tabla 9: Clasificación de valoración de la inversión y valor de flexibilidad de las opciones - Sistema de tres barras | 72 |

LISTA DE ABREVIATURAS

AC: Ahorros de Costos

BM: Movimiento Browniano, del inglés *Brownian Motion*

BS: Beneficio Social

DC: Corriente Continua, del inglés *Direct Current*

LSM: Mínimos Cuadrados de Monte Carlo, del inglés *Least Square Monte Carlo*

LT: Línea de Transmisión

MWh: Mega Watt hora, unidad de medida de la energía eléctrica.

OF: Opciones Financieras

OPF: Flujo Óptimo de Potencia, en inglés *Optimal Power Flow*

RO: Opciones Reales, del inglés *Real Options*

ROV: Valoración de Opciones Reales, del inglés *Real Options Valuation*

SEP: Sistemas Eléctricos de Potencia

USD: Dólar estadounidense, del inglés *United State Dollar*

VOLL: Costo de Energía No Suministrada, en inglés *Value of Lost Load*

VP: Valor Presente

VPN: Valor Presente Neto

WACC: Costo Promedio Ponderado de Capital, en inglés *Weighted Average Cost of Capital*

1 INTRODUCCIÓN

El proceso de liberalización que sufrieron a nivel mundial los mercados de energía ha estado acompañado de un cambio de paradigma en la planificación y la expansión de los sectores de generación y transmisión. La planificación integrada de los mercados eléctricos considerando la interacción entre la generación y la transmisión juega un papel clave en la maximización del beneficio social, así como en el grado de competencia del mercado, las economías globales del sistema y los niveles adecuados de seguridad y confiabilidad. La expansión adecuada y oportuna de las redes de transmisión y su interacción estratégica con el sistema de generación se ha convertido en un tema de preocupación en la industria del suministro de electricidad debido a las incertidumbres que normalmente determinan la evolución a largo plazo del sistema (Xiaotong Yimei, Xiaoli, y Ming, 2012).

La evolución del sector eléctrico hacia un entorno competitivo ha aumentado la complejidad de una planificación idónea de la expansión del sistema. Por lo tanto, los marcos normativos y las evaluaciones claras para inducir inversiones eficientes en Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) con el objetivo de la maximización del beneficio social, son actualmente, temas de gran interés para los reguladores, investigadores y los tomadores de decisiones en los SEP.

En ese sentido, la regulación se refiere a un conjunto de prácticas y reglas con las cuales el regulador interviene la conducta y la estructura de las entidades públicas o privadas, con el fin de reducir al mínimo los costos de transacción asociados a

factores institucionales; así como, mejorar la eficiencia y la equidad del mercado de acuerdo con los intereses sociales.

Por otra parte, la regulación de los mercados eléctricos busca promover la competencia, implementando marcos normativos que impidan el ejercicio de poder de mercado, principalmente en agentes que poseen activos en varios sectores de generación y transmisión operándolos de tal manera a maximizar sus beneficios propios en detrimento del beneficio social (Meroño, 2004).

Además, la regulación debe garantizar condiciones de acceso no discriminado a la capacidad de transmisión del sistema y al mismo tiempo promover mecanismos de expansión claros basados en la competencia entre los participantes del mercado, considerando los niveles adecuados de calidad y confiabilidad del sistema (Meroño, 2004).

Las inversiones en los SEP suelen presentar características intrínsecas que afectan su desempeño en el largo plazo. Algunas de estas características son la economía de escala, capital intensivo, irreversibilidad e incertidumbre (Latorre, Cruz, Areiza y Villegas, 2003).

En ese contexto, ante las incertidumbres asociadas a la planificación de la expansión de los SEP; es importante considerar, como mecanismo de cobertura al riesgo, la flexibilidad de las inversiones vinculadas a la expansión de los SEP. Estas inversiones incluyen la flexibilidad intrínseca de múltiples opciones estratégicas, tales como: la opción de expandir, posponer y/o abandonar la inversión. (Gamba, 2003) En este contexto, la flexibilidad tiene un valor cuantitativo monetario que debe incorporarse al valor final de la alternativa de inversión. Cuantificar el valor de la flexibilidad requiere de herramientas sofisticadas. En ese sentido, una manera adecuada de valorar la flexibilidad es a través del enfoque de Opciones Reales (Olafsson, 2003).

Esta investigación propone el siguiente objetivo general:

Presentar una metodología de evaluación de planificación de la expansión coordinada de los segmentos de generación y transmisión, considerando la flexibilidad en las inversiones generación y transmisión bajo incertidumbre, con el fin de incrementar el beneficio social.

Para el logro del mismo se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Presentar una metodología que aborda las características de las inversiones de la planificación de la expansión de transmisión y la planificación de la expansión de generación en forma coordinada bajo incertidumbre y
- Evaluar la flexibilidad mediante el enfoque de Opciones Reales, RO (Real Options) de las estrategias de inversión propuestas utilizando el método Mínimos Cuadrados de Monte Carlo (LSM, Least Square Monte Carlo).

El contenido de la tesis está estructurado de la siguiente manera: en la Sección II se presenta una revisión de la literatura y el marco teórico, en la Sección III se detalla la metodología propuesta para la valoración de la coordinación flexible de la planificación de expansión de los sistemas eléctricos de potencia, los mapas de opciones de cada estrategia de inversión y la formulación matemática, luego en la Sección IV se presentan los casos de estudio propuestos con los resultados obtenidos y por último en la Sección V las conclusiones del trabajo realizado.

2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Planificación de la expansión de los Sistemas Eléctricos de Potencia

En los últimos años, un gran número de trabajos de investigación han abordado el problema de la expansión de los sistemas de potencia, coordinando la planificación de expansión de la generación y la planificación de expansión de la transmisión. La planificación de expansión de la generación normalmente se lleva a cabo sin tener en cuenta las restricciones de red y desde una perspectiva energética. Por otro lado, la planificación de expansión de la transmisión busca encontrar los refuerzos en la red, que atiendan una demanda futura de forma económica y confiable. La planificación de expansión conjunta de generación y transmisión ha sido abordada utilizando diferentes métodos y modelos (Hemmati, Hooshmand y Khodabakhshian, 2013).

La planificación de la expansión de los SEP tiene como objetivo suplir las necesidades de demanda eléctrica que tendrá determinada región en el futuro. La atención de la demanda en el horizonte de planeación debe hacerse de manera económica, cumpliendo con criterios de confiabilidad y seguridad (Hemmati et al., 2013; Xiaotong et al., 2012).

La alta complejidad de la planificación de la expansión de los SEP y la liberalización de los mercados eléctricos han generado que la planificación de la expansión de los sistemas de potencia se trabaje de forma separada. En un enfoque, en una primera etapa se realiza planificación de expansión de la generación. Luego,

considerando el resultado de la primera etapa se procede a realizar una segunda etapa donde se desarrolla la planificación de expansión de la transmisión (Alizadeh y Jadid, 2011). Sin embargo, la planificación de expansión conjunta de generación y transmisión ha atraído más atención, debido a que la planificación de expansión conjunta resulta en un porcentaje de ahorro con respecto a la planificación de expansión de la generación separado del planificación de expansión de la transmisión (Xiaotong et al., 2012).

La planificación de la transmisión ha seguido tradicionalmente una lógica de "generación primera" o "reactiva", en la cual el refuerzo de la red se planifica para acomodar construcciones de generación supuestas. El surgimiento de las energías renovables ha revelado deficiencias en este enfoque, ya que ignora la interdependencia de las inversiones en transmisión y generación. Por ejemplo, las inversiones de la red pueden proporcionar acceso a renovables de mayor calidad y, por lo tanto, afectar la ubicación de la planta. Si no se tiene en cuenta esta complementariedad, aumentan los costos. En teoría, esto puede corregirse mediante una planificación de transmisión "proactiva", que anticipa cómo responde la inversión de generación mediante la optimización conjunta de las inversiones de transmisión y generación (Spyrou, Ho, Hobbs, Johnson y Mccalley, 2017).

Se ha encontrado que los esfuerzos de planificación de expansión de la transmisión se centran generalmente en inversiones de nuevas líneas de transmisión. (Blanco, Ojeda, Olsina y Garcés, 2009). Esto sucede debido a que en las inversiones en generación se persiguen lucros, además de ser descentralizados (Olsina, Garcés, y Haubrich, 2006). Sin embargo, este tipo de inversión tiene un importante nivel de irreversibilidad, lo que conduce a un alto riesgo frente a las incertidumbres a largo plazo. Una alternativa de hacer frente a estas deficiencias es la instalación de generadores flexibles, con el fin de abastecer el crecimiento de la demanda que permite el funcionamiento de la red dentro de los márgenes de seguridad establecidos.

La expansión de los SEP se caracteriza por la naturaleza de las inversiones implicadas, así como también, por las incertidumbres que determinan la evolución del mercado eléctrico. Las inversiones en SEP suelen presentar características intrínsecas que tienen un efecto sobre su desempeño por lo tanto deben tenerse en cuenta a lo largo de su evaluación. Algunas de estas características son:

En el caso de las inversiones en transmisión (Vasquez y Olsina, 2007):

- Las economías de escala, es decir, la disminución de los costos unitarios a medida que el tamaño de la expansión aumenta. Para enfrentar esta característica, en general son realizadas inversiones en infraestructura de transmisión de gran escala. Consecuencia de ello las ampliaciones en el sistema de transmisión operan por debajo de máxima de capacidad gran parte del tiempo de su vida operativa.

- Una substancial fracción del capital requerido debe ser desembolsada previamente a la puesta en servicio de la nueva línea de transmisión, mientras que la amortización requiere muchos años.

- Los proyectos de inversión en el sistema de transmisión son vulnerables a escenarios no previstos durante el horizonte de la inversión. Las inversiones en la red de transporte, son consideradas costos hundidos, debido a que las mismas cuentan con un muy escaso valor residual en caso de que las condiciones cambien desfavorablemente.

- En general, las oportunidades para invertir en el sistema de transmisión no son del tipo “ahora o nunca”, es decir, presentan la opción de diferimiento de las inversiones.

En el caso de las inversiones en generación (Olsina et al., 2006):

- Capital intensivo: las inversiones en la generación de capacidad implican grandes costos financieros. De hecho, las centrales eléctricas normalmente representan la mayoría de los gastos de capital inherentes a la industria eléctrica.
- Un paso: se debe comprometer una proporción significativa de los costos financieros totales antes de que la planta de energía entre en operación.
- Periodos de amortización largos: varios años se acuerdan para que los gastos incurridos puedan pagarse.

Por lo tanto, un enfoque para la valoración de las inversiones en SEP tiene que incorporar el efecto de estas características de una manera cuantitativa. Dicha incorporación puede darse en términos de tres características fundamentales: la irreversibilidad, las incertidumbres de largo plazo y la flexibilidad (Vasquez y Olsina, 2007).

Además, los cambios tecnológicos, las decisiones geopolíticas y las nuevas necesidades energéticas de un mundo globalizado aumentan la incertidumbre sobre el futuro de la demanda de electricidad. Por otro lado, los cambios en el costo de los combustibles fósiles y las nuevas restricciones ambientales crean una incertidumbre significativa sobre el futuro del suministro de electricidad en los mercados. Las incertidumbres crean riesgos, lo que dificulta las decisiones de inversión óptimas (Andrews, 1995). Esto motiva el estudio y la aplicación de nuevos métodos de evaluación que permitan hacer frente mejor a estas incertidumbres.

Además se ha verificado que el método clásico de VPN es inapropiado para evaluar las inversiones irreversibles bajo incertidumbre (Brosch, 2001). El VPN no es capaz de cuantificar directamente la flexibilidad de una inversión, y puede conducir a decisiones erróneas en situaciones donde exista elevada incertidumbre.

Las oportunidades de inversiones en activos tangibles a menudo incluyen múltiples opciones embebidas tales como la opción de expandir en una etapa

posterior, diferir ciertas decisiones, abandonar la inversión. Estas opciones brindan flexibilidad a la inversión, flexibilidad que posee valor pero, como fue mencionado, es imposible incorporar a través del análisis tradicional del VPN. En estos casos, el enfoque más apropiado es el de las ROs, una extensión de la teoría de opciones financieras que valora activos reales flexibles bajo condiciones inciertas. (Blanco et. al., 2009).

El enfoque de ROV se encuentra como un método más apropiado para cuantificar la flexibilidad intrínseca de un proyecto considerando incertidumbre, como ocurre en los mercados eléctricos. La flexibilidad siempre agrega valor a los proyectos de inversión en condiciones de incertidumbre.

Teniendo en cuenta todo lo mencionado anteriormente, se propone una metodología basada en el enfoque ROV para evaluar la flexibilidad inherente de las inversiones estratégicas en los segmentos de generación y de transmisión, así como para encontrar el momento óptimo para la ejecución de las alternativas (Blanco Olsina, Garcés y Rehtanz, 2011). En ese sentido, se desea comprobar que considerar la flexibilidad de las inversiones en generación y transmisión podría ser una alternativa adecuada para aumentar el valor de las carteras de inversión en los SEP.

Con el desarrollo de esta investigación se pretende cuantificar el valor de coordinar las inversiones en SEP, considerando la flexibilidad de inversiones en generación y transmisión; bajo incertidumbre, consideradas en las variables de entrada, con el fin de incrementar el beneficio social. El enfoque propuesto tiene por objeto proporcionar el regulador las señales de inversión y el valor de la sinergia que las inversiones flexibles proporcionan.

2.2 Riesgo e Incertidumbre en Inversiones¹

Los inversores invierten con la expectativa de un cierto rendimiento en un horizonte de tiempo determinado. Sin embargo, los rendimientos recibidos durante

¹ La Sección está basada en Blanco y Olsina (2011)

ese período de tiempo pueden diferir ampliamente de los rendimientos esperados. Esta fluctuación de los beneficios en torno al rendimiento esperado es la fuente del riesgo.

El riesgo se refiere a la probabilidad de recibir un rendimiento de una inversión diferente del rendimiento esperado. Por lo tanto, el riesgo incluye no solo resultados negativos, es decir, resultados que son inferiores a lo esperado, sino también resultados positivos, es decir, rendimientos superiores a los esperados

La incertidumbre es la aleatoriedad del entorno externo. Los inversores no pueden cambiar su nivel. La incertidumbre es un insumo para la valoración de las inversiones. La exposición de una inversión a la incertidumbre, la sensibilidad de los rendimientos y el valor de la inversión frente a una fuente de incertidumbre, está determinada por una serie de factores, incluida la línea de negocio, el costo estructural y la naturaleza de los mercados donde la inversión va a operar. A través de la inversión, los gerentes pueden cambiar el nivel de exposición de los activos, con el consiguiente impacto económico, el riesgo. Por lo tanto, aunque en la literatura la incertidumbre y el riesgo a menudo se usan indistintamente, es relevante notar la diferencia entre ellos.

La incertidumbre se refiere a una colección no estructurada de aleatoriedad y riesgo a la situación en la que se puede especificar un resultado y se le puede asignar una probabilidad de ocurrencia.

Teniendo en cuenta esto, las variables dentro del dominio y control de las organizaciones se consideran como incertidumbres internas relacionadas con la valoración, factores como el tipo de financiamiento, disponibilidad y costos de las instalaciones de producción, gestión y disponibilidad de los recursos de producción son incertidumbres internas de la empresa. Por otro lado, las variables que escapan al control de la empresa, como el crecimiento de la demanda, los costos del combustible, la inflación, las tasas de interés y las restricciones regulatorias, se consideran incertidumbres externas.

Entonces, la evolución de las variables inciertas más relevantes del mercado, como el crecimiento de la demanda, los costos del combustible, puede ser modelada a través de procesos estocásticos. Esta incertidumbre en la evolución de las variables inciertas puede ser representada de la siguiente manera: en la demanda, a través de la tasa de crecimiento, por un proceso estocástico denominado Movimiento Browniano o Proceso de Wiener; los costos de generación y los precios de los combustibles, a través del Proceso Estocástico de Reversión a la Media (Blanco et al., 2009).

En el siguiente apartado se muestran los conceptos y formula principales de los procesos estocásticos además de una breve descripción y formulación matemática del Movimiento Browniano o Proceso de Wiener con el cual se modela la tasa de crecimiento de la demanda.

2.2.1 Procesos Estocásticos²

a. Introducción a los Procesos Estocásticos

La teoría de los procesos estocásticos se centra en el estudio y modelización de sistemas que evolucionan a lo largo del tiempo, o del espacio, de acuerdo a unas leyes no determinísticas, esto es, de carácter aleatorio.

La forma habitual de describir la evolución del sistema es mediante sucesiones de variables aleatorias. De esta manera, se puede estudiar cómo evoluciona una variable aleatoria a lo largo del tiempo. Por ejemplo, las variables estudiadas podrían ser el número de personas que espera ante una ventanilla de un banco en un instante t de tiempo; el precio de las acciones de una empresa a lo largo de un año; el número de huéspedes en el sector de hostelería a lo largo de un año.

² La Sección está basada en Lima y Agueda (2012)

La primera idea básica es identificar un proceso estocástico con una sucesión de variable aleatoria $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$ donde el subíndice indica el instante de tiempo o espacio correspondiente.

Esta idea inicial se puede generalizar fácilmente, permitiendo que los instantes de tiempo en los que se definen las variables aleatorias sean continuos. Así, se podrá hablar de una familia de variables aleatorias $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$, que define con claridad lo que es un proceso estocástico.

b. Concepto de proceso estocástico

Un proceso estocástico es una colección o familia de variables aleatorias $\{X_t, con t \in T\}$, ordenadas según el subíndice t que en general se suele identificar con el tiempo.

Por tanto, para cada instante t tendremos una variable aleatoria distinta representada por X_t , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo.

A los posibles valores que puede tomar la variable aleatoria se le denominan estados, por lo que se puede tener un espacio de estados discretos y un espacio de estados continuo. Por otro lado, la variable tiempo puede ser de tipo discreto o de tipo continuo.

Por tanto, dependiendo de cómo sea el conjunto de subíndices T y el tipo de variable aleatoria dado por X_t se puede establecer la siguiente clasificación de los procesos estocásticos:

- ✓ Si el conjunto T es continuo, por ejemplo \mathbb{R}^+ , X_t es un proceso estocástico de parámetro continuo.
- ✓ Si por el contrario T es discreto, por ejemplo \mathbb{N} , X_t es un proceso estocástico de parámetro discreto.

- ✓ Si para cada instante t la variable aleatoria X_t es de tipo continuo, el proceso estocástico es de estado continuo.
- ✓ Si para cada instante t la variable aleatoria X_t es de tipo discreto, el proceso estocástico es de estado discreto.

Una cadena es un proceso estocástico en el cual el tiempo se mueve en forma discreta y la variable aleatoria solo toma valores discretos en el espacio de estados. Un proceso de saltos puros es un proceso estocástico en el cual los cambios de estados ocurren en forma aislada y aleatoria pero la variable aleatoria solo toma valores discretos en el espacio de estados. En un proceso continuo los cambios de estado se producen en cualquier instante y hacia cualquier estado dentro de un espacio continuo de estados (Tabla 1).

Tabla 1: Clasificación de los Procesos Estocásticos

| | t Discreto | t Continuo |
|--------------|--|--|
| X Discreta | Proceso de estado discreto y tiempo discreto (Cadena) (Unidades producidas mensualmente de un producto) | Proceso de estado discreto y tiempo continuo (Proceso de Saltos Puros) (Unidades producidas hasta el instante t) |
| X Continua | Proceso de estado continuo y tiempo discreto (Toneladas de producción diaria de producto) | Proceso de estado continuo y tiempo continuo (Proceso Continuo) (Velocidad de un vehículo en el instante t) |

c. Movimiento Browniano³

Una familia de variables aleatorias reales $W_t, t \in [0, \infty)$, definidas sobre un espacio de probabilidad (Ω, \mathbb{P}) es un proceso de Wiener o Movimiento Browniano, BM (*Brownian Motion*), estandar si cumple las siguientes condiciones:

1. $W_0 = 0$.

2. Dados $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ los incrementos $W_{t_n} - W_{t_{n-1}}, W_{t_{n-1}} - W_{t_{n-2}}, \dots, W_{t_2} - W_{t_1}$ son independientes.

3. Para todos $t \geq 0$ y $h > 0$, el incremento $W_{t+h} - W_t$ tiene una distribución normal $\mathcal{N}(0; \sqrt{h})$.

4. Para casi todo $\omega \in \Omega$ se tiene que $t \mapsto W_t(\omega)$ es una aplicación continua

Luego se tiene:

$$\phi(x, t) := \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}}, \text{ para } t > 0. \quad (1)$$

$$\phi(x, 0) := \delta_0(x) \quad (2)$$

Siendo δ_0 la medida de Dirac centrada en el origen $x = 0$. La condición 1 expresa que la distribución de W_0 es precisamente δ_0 .

La hipótesis 2 implica que $W_{t+h} - W_t$ es independiente de W_s para todos los $s \leq t$. El hecho de introducir esta condición más fuerte es que determina de forma única la distribución conjunta de las variables

$$W_{t_1} - W_{t_2} \dots, W_{t_n} \quad (3)$$

Para cualquier elección $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$. Dicha necesariamente es:

$$\mathbb{P}(W_{t_1} \in A_1, W_{t_2} \in A_2, \dots, W_{t_n} \in A_n) = \int_{A_1} \int_{A_2} \dots \int_{A_n} \phi(x_1, t_1) \phi(x_2 - x_1, t_2 - t_1) \dots \phi(x_n - x_{n-1}, t_n - t_{n-1}) dx_1 \dots dx_n \quad (4)$$

³ La Sección está basada en Macià y Oleaga (2007)

Para $A_1, \dots, A_n \subset \mathbb{R}$ Borelianos. En otras palabras, para toda función $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ medible, se tiene

$$\mathbb{E} [\varphi (W_{t_1} \dots, W_{t_n})] = \int_{\mathbb{R}^d} \varphi (x_1, \dots, x_n) \phi (x_1, t_1) \dots \phi (x_n - x_{n-1}, t_n - t_{n-1}) d_{x_1} \dots d_{x_n}, \quad (5)$$

Siendo \mathbb{E} la esperanza tomada respecto a \mathbb{P} .

2.3 Valor Presente Neto de una Inversión

Para el análisis del VPN se tiene primeramente una inversión I_0 que generará los flujos de efectivo para los próximos años. Dado que el flujo de efectivo obtenido en el futuro no tiene el mismo valor que el flujo de efectivo recibido en la actualidad, el flujo de efectivo futuro requiere un descuento. La tasa de descuento representa el costo de oportunidad del capital (Brealey, Myers, Allen, y Mohanty, 2012).

La Tabla 2 proporciona la información requerida para estimar el Valor Presente Neto de un proyecto. I_0 es el capital de inversión inicial, luego se calculan los flujos de efectivo, cada uno de ellos descontado al costo de capital para el período de tiempo dado.

Tabla 2: Cálculo de Flujos de Efectivo con una Inversión Inicial

| Tiempo | Año 0 | Año 1 | Año 2 | Año 3 | Año 4 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Inversión | I_0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Flujo de efectivo | | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 |

| | | | | | |
|-------------------------|--------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Costo de Capital | | k_1 | k_2 | k_3 | k_4 |
| Valor Presente | $-I_0$ | $\frac{C_1}{(1+k_1)^1}$ | $\frac{C_2}{(1+k_2)^2}$ | $\frac{C_3}{(1+k_3)^3}$ | $\frac{C_4}{(1+k_4)^4}$ |

El valor presente del proyecto de inversión en el momento $t = 0$ se define mediante la siguiente expresión:

$$VPN_0 = \sum_{j=1}^4 \left(\frac{C_j}{\prod_{i=1}^j (1+k_i)} \right) - I_0 = PV_0 - I_0 \quad (6)$$

Generalizando:

$$VPN = \sum_{j=0}^N \left(\frac{FF_j}{\prod_{i=0}^j (1+k_i)} \right) \quad (7)$$

donde FF_j es el flujo de efectivo del año j y N es el horizonte de inversión.

En general, la tasa de descuento puede variar de un año a otro. Esto es considerado por los subíndices en tasas de descuento. Como se mencionó anteriormente, esta tasa es igual al costo de oportunidad o el costo de capital de la empresa que realiza la inversión. Por lo tanto, debe reflejar el nivel de riesgo del proyecto. Esta tasa también se conoce como tasa de corte, es decir, una tasa de rendimiento mínima aceptable para los recursos de inversión en un proyecto.

Por lo tanto, una herramienta de toma de decisiones intenta cuantificar el rendimiento de una decisión de inversión propuesta y contrastarla con una tasa de rentabilidad mínima aceptable para decidir si el proyecto es aceptable o no (Damodaran, 2002).

En este sentido, el VPN representa el valor absoluto de la riqueza que agrega un nuevo proyecto de inversión a la empresa en el presente. Luego, la regla

del VPN establece que los gerentes aumentan la riqueza de los accionistas al aceptar todos los proyectos que valen más de lo que cuestan. Por lo tanto, deberían aceptar todos los proyectos con un valor presente neto positivo (Brealey y Myers, 2001).

Sin embargo, resolver este tipo de problemas es importante y los análisis adicionales que consideren, evalúen y reduzcan el impacto de las distintas incertidumbres a lo largo del proceso de inversión deberían incorporarse sistemáticamente a los modelos de toma de decisiones (Dixit y Pindyck, 1994).

Entonces, como se mencionó anteriormente, el enfoque de ROV se encuentra como un método más apropiado para cuantificar la flexibilidad intrínseca de un proyecto considerando incertidumbre, como ocurre en los mercados eléctricos.

2.4 Opciones Reales

2.4.1 Introducción a las Opciones

La teoría del análisis de las ROs se inspira básicamente en la teoría de las Opciones Financieras, OF. La teoría de opciones constituye una de las bases más importantes de la teoría financiera moderna, pues valora los activos financieros en condiciones de incertidumbre, a partir de que el precio de la opción está en función del valor de otro activo que se le denomina subyacente básico.

El valor del derivado depende del valor de otro activo más elemental sobre el cual está basado en el mismo, denominado activo subyacente. En el caso de las ROs el activo subyacente es un bien físico y material, el cual es tangible, como por ejemplo un inmueble, un proyecto de inversión, una empresa, una patente, etc (Pringles et al., 2007).

Una opción es el derecho, pero no la obligación, de tomar una determinada decisión en el futuro. Una opción financiera le da al titular el derecho de comprar o vender algún activo a un precio fijo en una fecha fija o antes. El precio fijo se llama

precio de ejercicio y la fecha en la que se puede ejercer el derecho se conoce como vencimiento. En esencia, hay dos tipos diferentes de opciones. Una opción de compra le da al titular el derecho de comprar, llamada *call option* (en inglés), un activo y una opción de venta, llamada *put option* (en inglés), le da derecho a vender un activo. El derecho a ejecutar una transacción (comprar o vender) tiene un precio como una garantía derivada y puede negociarse en el mercado de capitales.

El titular de los derechos para ejercer una opción tiene una posición larga en un contrato de opción. El emisor (vendedor) de una opción (la posición corta) asume la obligación de comprar o vender el activo (el subyacente) en precio de ejercicio del titular del derecho (la posición larga) si desea aprovechar sus derechos.

En lugar de comprar un activo directamente (es decir, tomar una posición larga en el subyacente), uno puede aplazar la inversión comprando una opción *call* para comprar el activo en una etapa posterior a un precio de ejercicio predeterminado. El titular de la *call* paga una prima al emisor por este derecho de compra. La prima es el precio por el riesgo que el emisor toma al ingresar a la posición corta.

Una posición larga en un activo tiene un perfil de retorno (beneficio), que no tiene límite superior. El perfil de ganancias para una posición larga en una *call*, por otro lado, tiene un límite de pérdida igual a la prima pagada por la opción. De la misma forma, aquí la ganancia no tiene límite superior (Olafsson, 2003).

2.4.2 Opciones Americanas y Europeas

La diferencia entre una opción americana y una europea se basa en la función del periodo de ejercicio. Una opción americana se puede ejercer en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento. Sin embargo, una opción de tipo europea sólo se puede ejercer en la fecha de vencimiento. El precio de ejercicio es fijo y la referencia para liquidar el contrato es la cotización del activo subyacente en el mercado de capitales (Lamothe, 1995).

2.4.3 Enfoque de Opciones Reales

El enfoque de RO aplica la teoría de las OF a las decisiones de inversión en proyectos reales, por ejemplo, proyectos de fabricación, proyectos de investigación o actualización de tecnología o red.

El enfoque de RO es una técnica de valoración de inversiones adecuada para proyectos flexibles sujetos a incertidumbre, que aplica nociones de la teoría de las finanzas a la valoración de las inversiones de capital. Se refiere a las elecciones sobre si y cómo proceder con proyectos de inversión. Esta evaluación proporciona una herramienta para toma de decisiones para inversiones que pueden ser postergadas, expandidas, abandonadas, o relocalizadas.

Como se ha mencionado, un enfoque tradicional del Valor Presente Neto, VPN, no logra captar aspectos intangibles de los proyectos de alto riesgo con retornos potencialmente altos. La clave aquí es utilizar las opciones disponibles, para poner un límite inferior a las posibles pérdidas mientras se mantiene abierto el potencial de ganancias extraordinarias. Estas opciones pueden ser de diferente origen. De hecho, la empresa puede tener una cartera de opciones cuyos perfiles de beneficio se compensan mutuamente. Por lo tanto, el enfoque de las opciones reales puede extenderse a una gestión de cartera del proyecto subyacente junto con todas las opciones disponibles (Olafsson, 2003).

Por otro lado, la evaluación de la flexibilidad a través de la Valoración de RO, ROV (*Real Options Valuation*), tiene en cuenta directamente las múltiples flexibilidades inherentes a un proyecto real, como la ampliación del proyecto en el futuro o el aplazamiento de su costo de inversión. Este método permite que el proyecto se adapte dinámicamente a medida que se realizan múltiples incertidumbres y valora esas flexibilidades utilizando opciones financieras (Myers, 1977).

Las ROs son en su mayoría modeladas a través de opciones de acciones americanas. Una opción de compra americana es un derivado financiero que le da a su titular el derecho de comprar o vender un determinado activo (es decir, el activo subyacente) a un determinado precio (es decir, el precio de ejercicio) en cualquier período futuro hasta una fecha de vencimiento (Black y Scholes, 1973).

2.4.4 Diferencias entre Opciones Reales y Opciones Financieras

En el caso de las ROs el activo subyacente es algo tangible, mientras en el caso de las OFs es un valor mobiliario como una acción o un título de renta. El activo subyacente de las ROs en general no es negociado, por lo cual no podemos observar la varianza de sus rendimientos, aunque podemos recurrir a técnicas de simulación.

Las OFs son apuestas secundarias; no son emitidas por las empresas cuyas acciones constituyen el activo subyacente. La gerencia controla el activo subyacente a las ROs, por ejemplo cuando decide expandir o abandonar un proyecto. En general el acto de aumentar el valor del activo subyacente también mejora el valor de la opción.

El ejercicio de las ROs puede afectar la naturaleza de la incertidumbre a la que se enfrenta cuando, por ejemplo, ejerce una opción de expansión y genera reacciones de la competencia (Pringles et al., 2007).

2.4.5 Tipos de Opciones Reales

A continuación se enumeran algunos ejemplos de posibles opciones:

a. Opción para aplazar el proyecto

Esto se refiere a la opción de demorar una decisión de inversión por un período de tiempo predeterminado. En el tiempo intermedio, puede estar disponible más información relacionada con el mercado o habilidades y recursos más apropiados para emprender el proyecto. Un ejemplo de este escenario es una empresa que posee una patente o los derechos exclusivos para comenzar el desarrollo o la

implementación de una nueva tecnología. Tiene derecho a esperar un tiempo para verificar si las condiciones del mercado o los precios de los productos mejoran para justificar la realización del proyecto.

b. Opción para expandir el proyecto

Una inversión temprana en un proyecto de investigación o desarrollo exploratorio puede revelar información o generar resultados, lo que justifica una extensión del proyecto.

Por ejemplo, la realización exitosa de una patente con fines comerciales puede proporcionar los derechos de compra de una patente o tecnología de "continuación", lo que lleva a una expansión general del proyecto. Estos derechos exclusivos proporcionan un ejemplo de una opción de *call* compuesta donde su ejercicio está supeditado al éxito de la primera opción; es decir, vinculada a los derechos para explotar la primera patente. Esta opción también puede estar en los derechos para expandir la salida de una línea de producción dado que la producción de línea de base de primer paso resulta beneficiosa.

c. Opción para abandonar el proyecto

No todos los proyectos son exitosos. Tener la opción de abandonar el proyecto dentro de un período de tiempo fijo para un valor de salvación prefijado proporciona una flexibilidad que se valora como una RO. Por ejemplo, el gobierno o una autoridad local pueden garantizar el pago de un valor de rescate mínimo para el proyecto en caso de que falle. Esta situación puede surgir cuando se considera que el proyecto es importante pero demasiado arriesgado para que una empresa lo haga sin garantías de respaldo. En este caso, el Gobierno, incapaz de llevar a cabo el proyecto en sí, puede proporcionar este apoyo tomando efectivamente una posición corta en una opción de venta, con precio de ejercicio siendo el valor acordado de rescate. Esto le permite a la empresa compensar su posición larga en el proyecto por el precio de ejercicio acordado (Olafsson, 2003).

2.4.6 Matemáticas de las Opciones⁴

El punto de partida para el tratamiento matemático de los precios de las opciones es el modelado de la dinámica de los precios del activo subyacente como un BM geométrico. Donde S es el precio actual del subyacente, sobre el cual se puede comprar una opción. Los incrementos de precio dS , que pueden ocurrir en el intervalo de tiempo dt , se presentan como:

$$ds = \mu s dt + \sigma s dw \quad (8)$$

donde μ es el rendimiento anual esperado de la tenencia del activo, σ es la desviación estándar anual de los rendimientos y dw es un proceso de Wiener. El proceso de Wiener se representa de la siguiente manera:

$$dw = \eta \sqrt{dt} \quad (9)$$

donde η es una variable aleatoria extraída de la distribución normal estándar $N(0,1)$. Este término presenta el riesgo asociado con mantener una posición larga en el activo. El valor de una opción en el subyacente es, por lo tanto, una función de S y t , $f = f(S, t)$. Al aplicar el lema de Ito, se encuentra que el diferencial para el precio de la opción debe cumplir la siguiente expresión:

$$df(s, t) = \left(\mu s \frac{\partial f}{\partial s} + \frac{\tau^2 s^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} + \frac{\partial f}{\partial t} \right) dt + \tau s \frac{\partial f}{\partial s} dw \quad (10)$$

Esto también presenta un proceso geométrico de BM, pero ahora con coeficientes no lineales.

⁴ La Sección está basada en Olafsson (2003)

Al observar las expresiones para dS y df se puede notar que ambos contienen el proceso Wiener dw . Este término modela la volatilidad en el precio del subyacente y la opción.

Por lo tanto, se puede armar una cartera de una posición larga en la posición subyacente y una posición corta en una opción de compra y elegir la ponderación de tal manera que los términos de Wiener se cancelan. Por el corto período de tiempo, dt , esta cartera es, por lo tanto, menos arriesgada. Trabajando a través del álgebra se termina con la siguiente cartera:

$$P = \frac{\partial f}{\partial S} \cdot S - f \quad (11)$$

En otras palabras, para cada posición corta en una *call*, $-f$, se toma una posición larga en unidades $\Delta = df/dS$ del subyacente. Como el proceso de Wiener se cancela temporalmente, esta cartera también está temporalmente sin riesgo. Por lo tanto, a partir de argumentos de arbitraje general, puede (en el período de tiempo dt) recompensar únicamente a su titular con rendimientos equivalentes a las tasas de interés sin riesgo, es decir, $dP = rP$, donde el cambio en la cartera está dado por:

$$dP = \frac{\partial f}{\partial S} dS - df \quad (12)$$

A partir de esta condición, usando las expresiones para dS y df , se deriva la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rS \quad (13)$$

que es la famosa ecuación de Black-Scholes.

Para encontrar una prima para las opciones en el subyacente, esta ecuación tiene que ser resuelta donde las condiciones de frontera son fijas dependiendo del

tipo de opción en cuestión (ya sea una opción de compra o una opción de venta).
Brindamos la solución explícita para el caso de una opción de compra:

$$c = SN(d_1) - X \exp(-r(T - t)) N(d_2) \quad (14)$$

donde N es la función de distribución normal estándar acumulativa y:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (15)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (16)$$

De esto se puede observar que el valor de una *call* depende de las siguientes variables, S , el precio del subyacente, X , el precio de ejercicio, σ , la volatilidad del subyacente, T , el tiempo de vencimiento y r , la tasa de interés libre de riesgo.

Se debe tener en cuenta que en cualquier momento antes de la fecha de vencimiento, y para cualquier valor del subyacente, el valor de *call* de la ecuación de Black-Scholes es mayor que el valor intrínseco. El valor en exceso (es decir, la diferencia entre el precio de la ecuación Black-Scholes y el valor intrínseco) consiste en el llamado valor de tiempo:

$$\text{Valor del call} = \text{Valor intrínseco} + \text{Valor de tiempo} \quad (17)$$

El valor de tiempo, por otro lado, consta de dos componentes, el valor de apalancamiento y el valor de oportunidad o flexibilidad:

$$\text{Valor de tiempo} = \text{Valor de apalancamiento} + \text{Valor de flexibilidad} \quad (18)$$

El valor de apalancamiento proviene del hecho de que los intereses pueden ganarse invirtiendo el precio del ejercicio desde la fecha de entrada en el contrato

hasta la fecha de vencimiento. El valor de flexibilidad es simplemente el valor de la función de opción en sí. El valor intrínseco y el valor de apalancamiento solo dan el valor de un contrato a plazo, que constituye un acuerdo vinculante. El valor de flexibilidad presenta simplemente el valor de no tener que comprar el activo cuando su precio de mercado está por debajo del precio de ejercicio.

Dado un tiempo de vencimiento, debido a su volatilidad, el precio del subyacente aún puede aumentar y, por lo tanto, agregar algún valor a la opción de compra y eso da lugar a la opción de flexibilidad. Al ejercer la opción prematuramente, este valor de flexibilidad se pierde ya que el titular solo recibe el valor intrínseco. En general, es preferible vender una opción en lugar de ejercerla.

Como la prima de la *call* fija un piso para las pérdidas potenciales de una posición larga, no existen restricciones sobre los beneficios que se obtendrán de los movimientos ascendentes en el precio del subyacente. La probabilidad de que estos movimientos ascendentes se materialicen crece con el aumento de la volatilidad.

El valor de la opción de compra también puede considerarse como el valor presente del flujo de efectivo futuro esperado (fefe), que también se puede considerar como el valor presente del valor intrínseco esperado de la opción al vencimiento:

$$c = PV(fefe) = PV(E(S_t - X / S_t \geq x)) \quad (19)$$

que puede ser reescrito como:

$$c = PV\left(E\left(\frac{st}{st} \geq x\right)\right) - PV(x)Pr(st \geq x) \quad (20)$$

Para evaluar esto, se hacen algunas suposiciones sobre la distribución de probabilidad de la dinámica de precios subyacente.

La suposición de que el precio se incrementa dS se describe por el BM Geométrico que conduce a la distribución lognormal para el precio al vencimiento. Hacer esa suposición y evaluar los valores de expectativa en la ecuación anterior conduce a la solución ya dada para el valor de una *call*. En esa expresión, $N(d2)$ es simplemente la probabilidad de que el precio del subyacente supere el precio al vencimiento o de que se ejerza la *call*. De forma similar, $SN(d1)$ es el valor esperado de S_t si $S_t > X$ y cero de lo contrario.

2.5 Métodos de Valoración de Opciones Reales

Para valorar Opciones Reales existen tres metodologías principales: soluciones algebraicas cerradas (Cohen, Black y Scholes, 1972; Whaley, 1982), árboles binomiales (Cox, Ross y Rubinstein, 1979) y simulaciones de Monte Carlo (Boyle, 1977).

Para obtener soluciones algebraicas cerradas, se necesitan varios supuestos no demasiado realistas (Fatone, Mariani, Recchioni, y Zirilli, 2015; Whaley, 1982). Los árboles de decisión, por otro lado, captan intuitivamente el valor de la flexibilidad y se han utilizado con frecuencia para evaluar proyectos (Ramanathan y Varadan, 2006), aunque también suelen incluir suposiciones.

Monte Carlo es un método flexible que simula escenarios futuros para el proyecto TEP y valora si se debe o no ejercer la opción en cada uno de estos escenarios. El método LSM es una adaptación específica de la simulación de Monte Carlo para ROV (López, Aguilera y Blanco, 2013).

LSM estima el valor de continuación de la opción (es decir, el valor de esperar para ejercer la opción en el futuro) a través de un modelo de regresión (Longstaff y Schwartz, 2001). Entre otras virtudes, LSM proporciona robustez a los resultados, permite la incertidumbre en el valor inicial del proyecto, y no obliga a su volatilidad a ser constante en el tiempo.

En el LSM se permite que la evolución del activo subyacente tenga correlación en serie y puede verse afectada por la incertidumbre multifactorial (Longstaff y Schwartz, 2001). Para obtener el valor de la opción, este método necesita como insumos: la evolución del activo subyacente; la duración de la opción; el precio de ejercicio de la opción y una tasa sin riesgo.

2.5.1 Método de Valoración Mínimos Cuadrados de Monte Carlo⁵

El valor de una opción americana, con variable de estado X_τ , recompensa $\pi(\tau, X_\tau)$, donde π es una función de ganancia conocida, y que se puede ejercer desde t hasta el vencimiento T , es igual a:

$$F(t, X_\tau) = \max_{\tau \in T} \{E_t^* [\pi(\tau, X_\tau) \cdot (1 + \rho)^{-(\tau-t)}]\} \quad (21)$$

donde τ es el tiempo de parada óptimo $\tau \in [t, T]$ y el operador $E_t^*[\cdot]$ representa la expectativa condicionada a la información disponible en t . El factor de descuento entre dos periodos cualesquiera es $df = (1 + \rho)^{-1}$ donde ρ es el índice de descuento de riesgo ajustado.

El enfoque de LSM propuso un algoritmo de simulación de Monte Carlo para estimar el valor de opción establecida en la ecuación (19) (Rodrigues y Rocha, 2006). La ecuación (19) puede ser expresada en un tiempo discreto dividiendo el tiempo de maduración T en N intervalos discretos. Luego, se generan ω caminos de muestreo del activo subyacente por medio de la simulación Monte Carlo.

La política de parada óptima, a lo largo del camino ω , puede ser derivada al aplicar el principio de optimalidad de Bellman: *"Una política óptima tiene la propiedad de que, cualquiera que sea la acción inicial, las opciones restantes constituyen una política óptima con respecto al sub-problema comenzando en el*

⁵ La sección está basada en Blanco (2011)

estado que resulta de la acción inicial" (Dixit, A. K., y Pindyck, 1994). Esta afirmación puede ser matemáticamente expresada de la siguiente manera:

$$F(t_n, X_{t_n}) = \max\{\pi(t_n, X_{t_n}), E_{t_n}^* [F(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})]\} \cdot df \quad (22)$$

Con esta ecuación, se puede determinar la política del camino óptimo, comparando el valor siguiente

$$\phi(t_n, X_{t_n})(\omega) = E_{t_n}^* [F(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}(\omega))] \cdot df \quad (23)$$

con la recompensa $\pi(t_n, X_{t_n})$. Por lo tanto, el tiempo de parada óptimo para la ω -ésima realización se encuentra, comenzando en T y trabajando hacia atrás, aplicando la siguiente condición:

$$Si \phi(t_n, X_{t_n}(\omega)) \leq \pi(t_n, X_{t_n}(\omega)) \text{ cuando } \tau(\omega) = t_n \quad (24)$$

Al vencimiento, las opciones ya no están disponibles. Por lo tanto, el valor de continuación es igual a cero, $\phi(T, X_T) = 0$, consecuentemente la ecuación (22) se mantiene mientras el valor de recompensa sea positivo. Anterior a T en t_n , el titular de la opción debe comparar el pago obtenido del ejercicio inmediato, $\pi(t_n, X_{t_n}(\omega))$, con el valor de continuación, $\phi(t_n, X_{t_n}(\omega))$. Cuando se cumple la regla de decisión de la ecuación (22), el tiempo de parada $\tau(\omega) = t_n$ se actualiza. Por último, el valor de la opción se calcula como la media de los valores sobre todas las muestras: (Olafsson, 2003)

$$F(0, x) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\omega=1}^{\Omega} \pi(\tau(\omega), X_{\tau(\omega)}) \cdot (1 + \rho)^{-r(\omega)} \quad (25)$$

Entonces, el problema se reduce a encontrar el valor a esperado en (t, X_t) , para aplicar la regla de la ecuación (22). Aquí, el método LSM estima la continuación para todas las etapas de tiempo al retroceder desde las futuras opciones

de valor descontados en una combinación lineal de formas funcionales de variables de estado corriente. Considerando que las formas funcionales no son evidentes, la implementación más común del método es el de otencias simples de la variable de estado. (Longstaff y Schwartz, 2001)

Definamos L_j , con $j = 1, 2 \dots n$ como la base ortonormal de la variable de estado X_t utilizada como regresores para explicar el valor presente ocurrido en la ω -ésima realización, entonces la regresión de mínimos cuadrados equivale a resolver el siguiente problema de optimización: (Cortazar, Gravet y Urzua, 2008)

$$\min_{\varphi} \sum_{\omega=1}^{\Omega} \left[\pi(\tau(\omega), X_{\tau}(\omega)) \cdot df - \sum_{j=1}^J \varphi_j L_j(X_{t_n}(\omega)) \right]^2 \quad (26)$$

Entonces los coeficientes óptimos resultantes φ^* de la solución (24) son utilizados para estimar el valor de continuación esperado $\Phi^*(t_n, x_t(\omega))$ aplicando la siguiente expresión:

$$\Phi^*(t_n, x_t(\omega)) = \sum_{j=1}^J \varphi_j^* L_j(X_{t_n}(\omega)) \quad (27)$$

Trabajando hacia atrás hasta $t = t_0$, la política de decisión óptima en cada camino de muestra, eligiendo la más grande entre el ejercicio inmediato y el valor de continuación esperado, puede ser determinado. Finalmente, aplicando (23), el valor de la opción americana puede ser calculada.

Para aclarar el procedimiento de optimización aplicado, un diagrama de flujo se muestra en la Figura 1 (Blanco et al., 2011), donde que retrata el procedimiento de evaluación de una opción de diferimiento de vencimiento equivalente a dos años por el método LSM, esperando agregar claridad al concepto de esta evaluación. En esta figura, $PV_{k,i}$ es el valor presente y $OV_{k,i}$ es el valor de la opción de la alternativa de inversión en la ruta de simulación k y el año i . Del mismo

modo, $TV_{k,i}$ es el valor de terminación, $CV_{k,i}$ es el valor de continuación, y ρ representa el factor de descuento ajustado al riesgo.

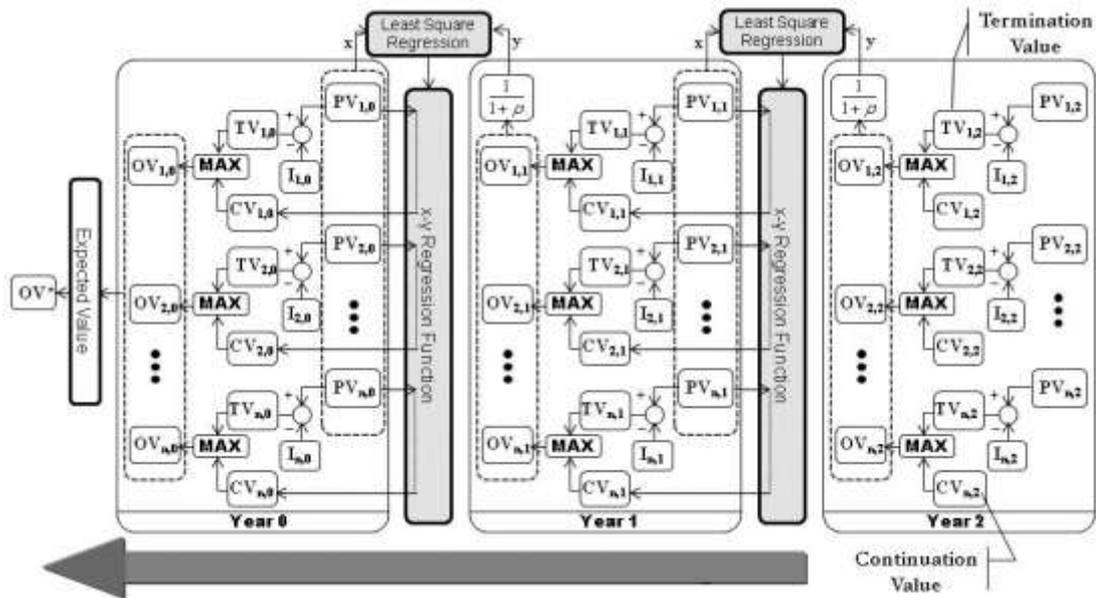


Figura 1: Valoración por el método LSM

En este caso, la política óptima para ejercer las opciones es derivada al comparar el valor intrínseco de la opción de aplazamiento con el valor de mantener viva la opción usando las técnicas de programación de dinámica de retroceso. El problema comienza desde el último año, donde el valor de continuación es cero, y trabajando en retroceso se completa en el primer año.

Aunque el diagrama de flujo de arriba se centra en una única opción de aplazamiento, el enfoque propuesto optimiza múltiples opciones, es decir, aplazamiento, abandono y expansión. (Blanco et al., 2011)

2.5.2 Problemas de inversión de múltiples opciones

Se presentó una extensión del método LSM para valorar opciones independientes, compuestas y mutuamente excluyentes. (Gamba, 2003) De acuerdo con ese enfoque, las opciones se pueden clasificar como sigue: (Rodrigues y Rocha, 2006)

2.5.2.1 Opciones independientes

El valor de una cartera que comprende solo las opciones independientes equivale a la suma de cada valor de opción individual, calculado por el método LSM. Solamente en esta situación, la propiedad aditivita se mantiene, incluso cuando los activos subyacentes pueden no ser independientes.

2.5.2.2 Opciones compuestas

Dejar una cartera de opciones compuestas H , donde la ejecución de la h -ésima opción crea el derecho a ejercer la siguiente $(h + 1)$ -ésima opción. Un típico ejemplo de este tipo de opción secuencial es el derecho a expandir la capacidad, que recién se originó cuando la inicial opción de inversión es ejercida. Estas opciones se pueden valorar aplicando el enfoque LSM. El pago $\pi_h(\tau, X_\tau)$ de la opción h -ésima, debe tener en cuenta el valor de la opción $(h + 1)$ -ésima. En consecuencia, el valor de la opción h -ésima se calcula de acuerdo con:

$$F(t, X_t) = \max_{\tau \in [t, T_h]} \{E_t^* [\pi_h(\tau, X_\tau) + F_{h+1}(\tau, X_\tau)] \cdot df\} \quad (28)$$

La ecuación de Bellman para un conjunto de opciones reales secuenciales se puede formular de la siguiente manera:

$$F(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_h(t_n, X_{t_n}) + F_{h+1}(t_n, X_{t_n}), \dots \\ E_{t_n}^* [F(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\} \quad (29)$$

2.5.2.3 Opciones mutuamente excluyentes

Un conjunto de opciones son mutuamente excluyentes cuando el ejercicio de uno de ellos elimina la oportunidad de ejecución del resto. Las opciones de expansión y abandono son ejemplos comunes de opciones mutuamente excluyentes. Entonces, el problema se extiende a encontrar el tiempo de parada óptimo y la opción

óptima para ser ejercida. Por lo tanto, la variable de control es una variable bidimensional (τ, ζ) , donde τ es un tiempo de ejercicio en $[t, Th]$ y $\zeta \in \{1, 2, \dots, H\}$. El valor de la opción, eligiendo la mejor entre las opciones H mutuamente excluyentes, es:

$$\mathbf{G}(t, \mathbf{X}_t) = \max_{(t, \zeta)} \{ \mathbb{E}_{t_n}^* [F_\zeta(T, \mathbf{X}_T)] \cdot df \} \quad (30)$$

Luego, la ecuación de Bellman de una cartera de opciones mutuamente excluyentes está dada por:

$$\mathbf{G}_h(t_n, \mathbf{X}_{t_n}) = \max \left\{ F_1(t_n, \mathbf{X}_{t_n}), \dots, F_H(t_n, \mathbf{X}_{t_n}), \dots \right. \\ \left. \mathbb{E}_{t_n}^* [\mathbf{G}_{h+1}(t_{n+1}, \mathbf{X}_{t_{n+1}})] \cdot df \right\} \quad (31)$$

Cada $F_h(t_n, \mathbf{X}_{t_n})$ y el valor de continuación $\phi(t, \mathbf{X}_t(\omega))$ se calculan mediante el enfoque LSM como se explicó anteriormente.

3 METODOLOGÍA

3.1 Enfoque de valoración de inversiones flexibles. Generalidades metodológicas ⁶

El modelo de mercado presentado puede caracterizarse como un modelo fundamental, ya que el desarrollo a largo plazo del mercado de energía está determinado por el modelado explícito de las variables fundamentales que tienen un impacto directo en la evolución a largo plazo de la oferta y la demanda.

Como suposición inicial, el modelo de mercado desarrollado no tiene en cuenta ni los pagos de capacidad ni los servicios auxiliares.

La evolución de las variables inciertas fundamentales se modela a través de procesos estocásticos apropiados (Blanco et al., 2009). Algunos de estos son:

- Crecimiento de la demanda de energía.
- Evolución de los costos de operación de la generación de energía.

Teniendo en cuenta una demanda inelástica, el beneficio social debe cuantificarse a través del ahorro de costos totales del sistema (incluye operación e inversión en infraestructura de generación y transmisión) entre el escenario base y los escenarios de inversión.

⁶ La Sección está basada en Blanco, Olsina, Ojeda y Garcés (2009)

La metodología propuesta consiste esencialmente en siete procesos, que pueden colocarse en dos etapas principales (véase la Figura 2). Estas etapas son las siguientes:

- Simulación estocástica de la operación del mercado de energía

En esta etapa, el crecimiento de la demanda y la evolución del costo de generación se simularán a través del método de Monte Carlo. Para determinar el costo de operación por cada hora del horizonte de inversión bajo el escenario base y los escenarios de inversión., se aplica un modelo de Flujo Óptimo de Potencia con aproximación lineal o en corriente continua, DC-OPF (*Direct Current - Optimal Power Flow*). La diferencias de costos entre los escenarios de inversión y el escenario base definen los activos subyacentes que se evalúan en la siguiente etapa.

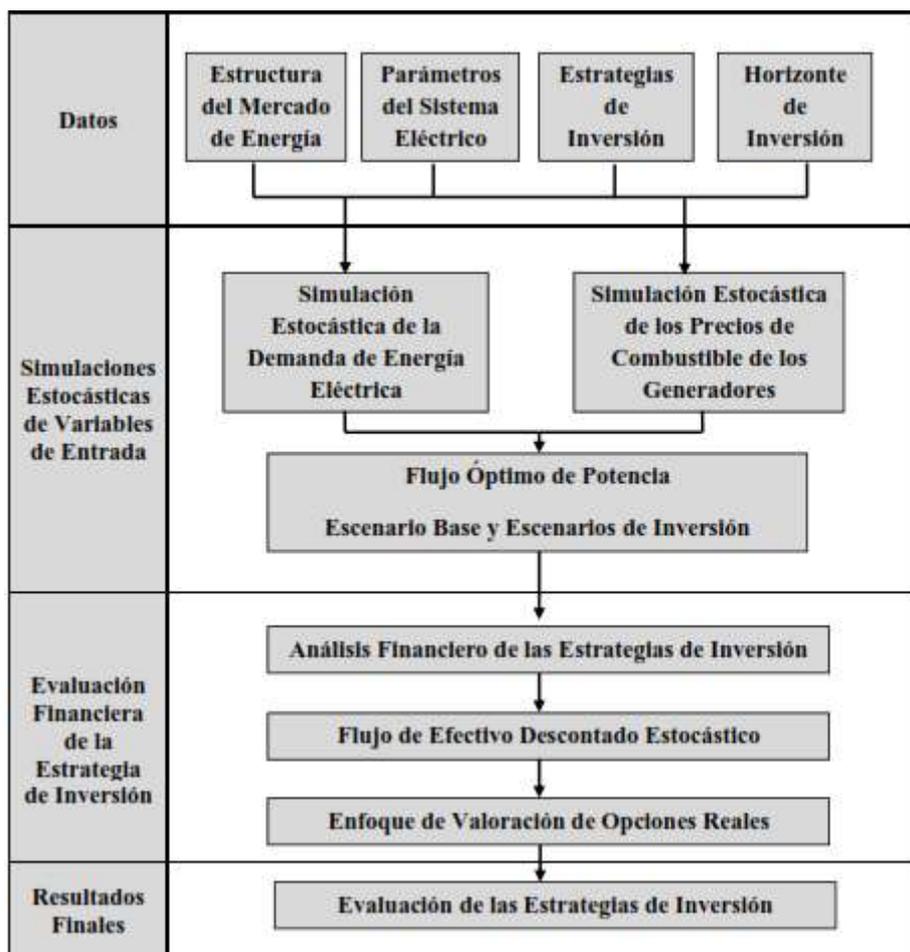


Figura 2: Diagrama de la Metodología Propuesta

- Evaluación financiera de las estrategias de inversión

Esta etapa evalúa el Beneficio Social (BS) sobre la base de la diferencia de costos calculados en la etapa anterior. Se realiza un flujo de efectivo descontado estocástico para encontrar el valor esperado del activo subyacente. Posteriormente, el ROV se usará para agregar el valor de flexibilidad al valor de las estrategias de inversión.

3.2 Modelos estocásticos de los datos de entrada

La incertidumbre es representada de la siguiente manera: en la demanda, a través de la tasa de crecimiento, por un proceso estocástico denominado Movimiento Browniano o Proceso de Wiener; los costos de generación y los precios de los combustibles, a través del Proceso Estocástico de Reversión a la Media.

3.2.1 Modelo estocástico de la demanda

El crecimiento de la demanda de electricidad es una variable clave que influye en gran medida en el rendimiento de las inversiones. Este crecimiento de la demanda de electricidad es estocástico por naturaleza. Ciertamente, los cambios climáticos, la aceleración y la desaceleración del ciclo económico, así como la dinámica de la población, provocan desviaciones aleatorias en torno al valor esperado a largo plazo de la tasa de crecimiento (Olsina et al., 2006).

En un análisis de mediano y largo plazo es común adoptar hipótesis simplificativas para reducir los esfuerzos de cálculo. En este contexto, las demandas son agrupadas en una curva de duración de carga discretizada en bloques.

Esta tesis considera dos bloques de demanda (pico y leve), y el tiempo de duración de cada bloque es asumido constante durante la evaluación. La evolución de la demanda en cada zona del sistema eléctrico es modelada en función de la tasa de

crecimiento estocástica. En un primer caso de estudio la tasa de crecimiento es modelada tomando como base un BM. (Macià y Oleaga, 2007)

$$dRc(t) = \mu_{d_i} \cdot dt + \sigma_{d_i} \cdot dw \quad (32)$$

Donde dR es la tasa de crecimiento de la demanda durante el intervalo dt , μ_{d_i} es la tasa de crecimiento promedio estimada para el año t , σ_{d_i} es la desviación estándar estimada para el periodo de tiempo, mientras el vector del proceso de Wiener en el tiempo t para la realización i está representada dw .

En un siguiente caso de estudio esta tasa de crecimiento es modelada según un proceso estocástico multivariado que toma en cuenta la correlación existente entre zonas de sistema. (Nelson y Añó, 2007). La correlación está basada en la estrecha relación existente de las condiciones climáticas y económicas de zonas aledañas. El proceso estocástico multivariado de la tasa de crecimiento e ilustrado a continuación: (Fishman, 2013)

$$dR^j(t) = \mu_{R^j}(t) \cdot dt + \Theta \cdot dW_{R^j}(t); \quad R^j(t) = \begin{bmatrix} R_{1,p}^j(t) & R_{1,b}^j(t) \\ R_{n,p}^j(t) & R_{n,b}^j(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

donde $R^j(t)$ es el vector de tasas de crecimiento estocástica al instante t en la realización j -ésima, $R_{n,p}^j(t)$ y $R_{n,b}^j(t)$ son las tasas de crecimiento en demanda pico y base de la zona n -ésima al instante t en la realización j -ésima respectivamente y $\mu_{R^j}(t)$ representa el vector de drift al instante t . El vector de proceso estocástico de Wiener al instante t en la realización j -ésima es representado por $W_{R^j}(t)$. Θ es definida por una matriz triangular inferior $n \times n$, que satisface $\Phi = \Theta \cdot \Theta^T$, donde Φ está dada por Matriz de covarianza $n \times n$, dad por $\Phi = \Psi \cdot \Omega \cdot \Psi^T$. Ψ es la matriz diagonal de varianzas, con $\Psi(i, i) = \sigma^2$, (varianza de la zona i) y Ω , la matriz de correlaciones entre zonas, con $\Omega(i, j) = p_{ij}$ (la correlación entre zonas i y j).

3.2.2 Modelo estocástico del costo de generación y precios de combustibles

El trabajo contempla unidades de generación térmica que utilizan combustibles fósiles como fuente primaria de energía. El precio de estos combustibles puede ser modelado adecuadamente través de un Proceso Estocástico de Reversión a la Media. (Tseng y Barz, 1999)

$$dp^F(t) = \alpha (\bar{p}^F - p^F(t)) + \sigma^{p^F} dW^{p^F}(t) \quad (34)$$

Donde, α es la velocidad de reversión a la media, σ^{p^F} es la volatilidad del precio del combustible, $dW^{p^F}(t) = \varepsilon\sqrt{dt} \sim N[0,1]$ es un proceso estocástico de Wiener y \bar{p}^F es el nivel normal del precio del combustible (p^F), esto es, el nivel al cual tiende p^F a converger a largo plazo.

El costo de generación de una unidad térmica de generación típicamente incluye costos de combustibles y costos de arranque. Comúnmente, son vinculados el precio del combustible y el costo de producción a través de la función de *input – output* de la unidad generadora (H , [MBtu/h]), según la siguiente expresión

$$C(q(t), p^F(t)) = (a_0 + a_1 \cdot q(t) + a_2 \cdot q(t)^2) \cdot P^F(t) \equiv H(q(t)) \cdot p^F(t) \quad (35)$$

Donde, $C(q(t), p^F(t))$ es el costo de generación a un nivel $q(t)$ [MW] de producción y un precio $P^F(t)$ del combustible.

3.3 Flujo Óptimo de Potencia

El problema de, determina la generación/demanda de energía que minimiza un cierto objetivo, como el costo de generación o la pérdida de potencia (Low, 2013).

El principal objetivo de un OPF es optimizar las condiciones de operación es estado estacionario de los SEP (Onate y Ramírez, 2007). Un OPF ajusta las cantidades controlables para optimizar una función objetivo mientras satisface un conjunto de restricciones operativas.

Una función objetivo puede incorporar aspectos económicos, de seguridad o medioambientales, que se resuelve utilizando técnicas de optimización adecuadas. Las restricciones son leyes físicas que gobiernan a los generadores, al sistema de transmisión, límites constructivos de los equipos y estrategias operativas. Esta clase de problema es expresado como un problema de programación no lineal, con la función objetivo expresada como una función no lineal, mientras que las restricciones pueden ser expresadas como ecuaciones lineales y no lineales. (Onate y Ramírez, 2007)

Con el crecimiento estocástico de la demanda y las simulaciones del precio del combustible como entradas, se realizan cálculos de flujo de potencia óptimos para determinar el costo mínimo de operación de cada hora del horizonte de inversión bajo el escenario base y los de inversión. Una representación en Corriente Continua, DC de la red se considera en el modelo OPF.

El modelo OPF se ha utilizado ampliamente en muchos mercados de electricidad desregulados para calcular el despacho de generación basado en las ofertas presentadas por los generadores y las cargas, y los datos de la red. El objetivo es maximizar el beneficio social. De acuerdo a esto, el problema de optimización se puede establecer matemáticamente de la siguiente manera (Blanco y Olsina, 2011):

$$\begin{aligned}
 & \min[\sum_m \sum_i C_i (P_i^m)] \\
 \text{s. t. } & \begin{cases} \sum_i P_i^m - \sum_d P_i^m - \sum_l F_l^m - P_{DE}^m = 0 \\ P_i^{\min} \leq P_i^m \leq P_i^{\max} \\ F_l^{\min} \leq F_l \leq F_l^{\max} \end{cases} \quad (36)
 \end{aligned}$$

donde C_i es la curva de oferta del proveedor, así como P_i^m y P_d^m son la potencia generada y demandada por la unidad i y el cliente d respectivamente en la barra m . Los límites de operación de cada unidad generadora se establecen mediante $P_i^{min,max}$ y las restricciones de red se establecen en $F_l^{min,max}$. La desconexión de carga en el nodo m está definido por P_{DE}^m .

En situaciones donde la capacidad en el sistema es insuficiente para satisfacer la demanda en una barra, se procede a reducir la carga. En estos casos, el precio se establece en el valor de Costo de Energía No Suministrada, VOLL (*Value of Lost Load*). Dentro de esta formulación, no se consideran las restricciones de las reservas operacionales.

3.4 Flujo de efectivo descontado estocástico

Al implementar la simulación Monte Carlo, se definen los ahorros de costos (AC) para cada realización a lo largo del horizonte de inversión. Por lo tanto, el flujo de efectivo estocástico del proyecto se define por estos flujos de efectivo y los gastos de capital del proyecto de expansión. En la Figura 3 se ilustra el flujo de efectivo resultante de una realización de Monte Carlo, que está compuesta por el AC anual, los costos de inversión ($I_{l,k}$) y el Costo de Operación ($CO_{l,k}$).

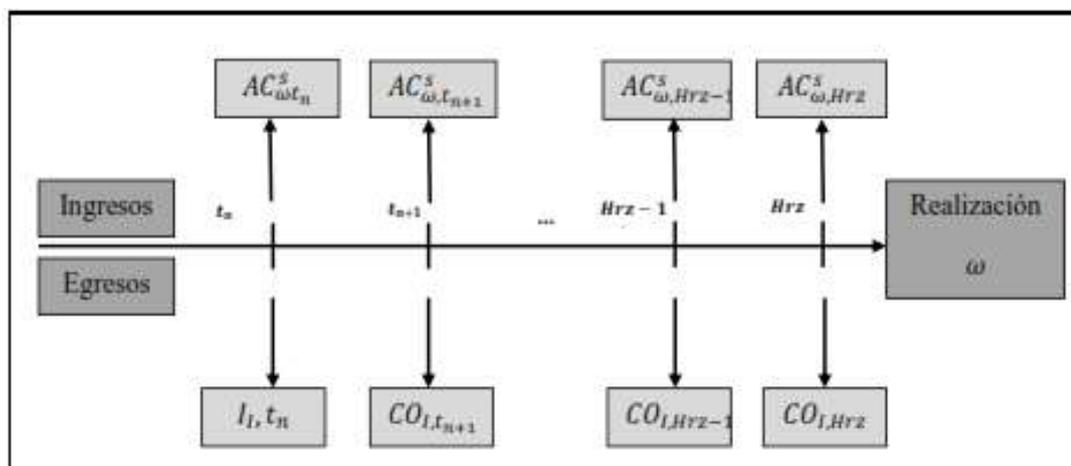


Figura 3: Flujo de efectivo resultante para la inversión

Aquí se estima el Valor Presente (VP) del Beneficio Social (BS) acumulado en el horizonte de estudio en función de los ahorros de costos del sistema.

Luego, los flujos de efectivo del BS originados en la ejecución de las estrategias de inversión son descontados por el Costo Promedio Ponderado de Capital, WACC (*Weighted Average Cost of Capital*) de acuerdo con la siguiente expresión:

$$VP(BS)_{I,\omega,t_n} = \sum_{t=t_n}^{Hrz} \left(\frac{CS_{t,\omega}^I}{(1+WACC)^t} \right) \quad (37)$$

$$VPN(BS)_{I,\omega,t_n} = \sum_{t=t_n}^{Hrz} \left(\frac{CS_{t,\omega}^I - I_{I,t} - OC_{I,t}}{(1+WACC)^t} \right) \quad (38)$$

$$\mathbb{E}[VPN(BS)_{I,\omega,t_n}] = \sum_{\omega=1}^{Hrz} \frac{1}{N} (VPN(BS)_{I,\omega,t_n}) \quad (39)$$

Donde $CS_{t,\omega}^I$ y $I_{I,t}$ son los ahorros de costos y el costo de inversión respectivamente, la Ecuación 37 y la Ecuación 38 son el VP y el VPN del BS al ejecutar la estrategia de inversión I en el año tn y Hrz el horizonte de inversión. Finalmente, la Ecuación 39 define el valor esperado para las realizaciones N de Monte Carlo. En cada caso, los subíndices corresponden al t -ésimo año, ω -ésima realización de la simulación Monte Carlo del sistema de potencia.

3.5 Enfoque de Valoración de Opciones Reales en Inversiones

3.5.1 Opciones Reales de Inversiones en Generación

Las principales opciones de flexibilidad previstas para las inversiones en generación se analizan a continuación. (Blanco et al., 2011)

3.5.1.1 Opción de diferimiento

La opción de aplazar, o posponer, representa el derecho a dejar de invertir durante un período determinado, de manera a disminuir el riesgo debido a la llegada de información sobre el desarrollo de las variables inciertas del mercado. Como consecuencia, existe un costo de oportunidad debido a que la inversión no se ha realizado todavía.

3.5.1.2 Opción de Abandonar

La opción de abandono pone de relieve la importancia de reconocer y cuantificar el valor añadido al proyecto por la oportunidad de recuperar parcialmente los costos de capital si el proyecto debe ser abandonado (Buzarquis, Blanco, Olsina, y Garcés, 2011). La ejecución de esta opción se llevará a cabo sólo cuando las incertidumbres se desarrollan desfavorablemente. En este caso, se supone que el valor residual del proyecto es igual a un porcentaje del costo inicial de la inversión.

3.5.1.3 Opción de Expandir

La opción de expansión proporciona el derecho de adquirir una parte adicional de un proyecto a cambio de un costo inicial. Permite expandir la capacidad instalada, si las expectativas económicas debido a las condiciones de mercado que se producen después de haber realizado dicha inversión, sean más favorables de lo esperado. Para esta opción, la capacidad del generador es considerada modular y es posible aumentar el número de módulos en circunstancias favorables.

3.5.2 Opciones Reales en Inversiones en Transmisión

El caso de las inversiones en transmisión es significativamente diferente a las inversiones en generación porque, en este trabajo, ni la opción de expansión (debido a que las inversiones en transmisión, a diferencia de la generación, no son modulares) ni la opción de abandono (ya que, una vez instalado, la evidencia empírica demuestra que no es una opción factible dismantelar) están disponibles. En

este caso, el valor de la opción de diferimiento es considerablemente mayor debido a las enormes incertidumbres sobre los rendimientos esperados y el hecho de que la flexibilidad se pierde una vez que se ejecuta la inversión.

3.6 Método de Valoración Propuesto

Atendiendo al contexto de la tesis se proponen dos alternativas de inversión: la inversión en un generador y una Línea de Transmisión (LT). Estas oportunidades permanecen abiertas durante todo el horizonte de simulación. Las estrategias de inversión disponibles son:

- I1: Inversión como primera estrategia en la Generación,
- I2: Inversión como primera estrategia en la LT,
- I3: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta.

Es importante priorizar la ejecución inicial de cualquiera de las dos primeras estrategias porque la opción de invertir en el otro permanece abierta a cada uno de sus tiempos de vencimiento. Esto significa que invertir en cualquiera de las alternativas (generador o LT) abre necesariamente la posibilidad de invertir más adelante en la otra. Luego, la oportunidad de invertir en etapas también está disponible. Adicionalmente, la alternativa del generador tiene la opción de expandir y abandonar, y como fue mencionado previamente la línea de transmisión solo posee la opción de diferir.

El mapa de opciones de inversión en el generador se muestra en la Figura 4 a través de un diagrama. El diagrama muestra las opciones que están disponibles una vez que se ha instalado el generador. Cabe señalar que la opción de expansión o abandono sólo puede valorarse después de que se haya ejecutada esta inversión. Además, la opción de diferimiento está presente en cada etapa de toma de decisiones, y su ejecución significa posponer todas las opciones disponibles restantes en ese período a la siguiente.

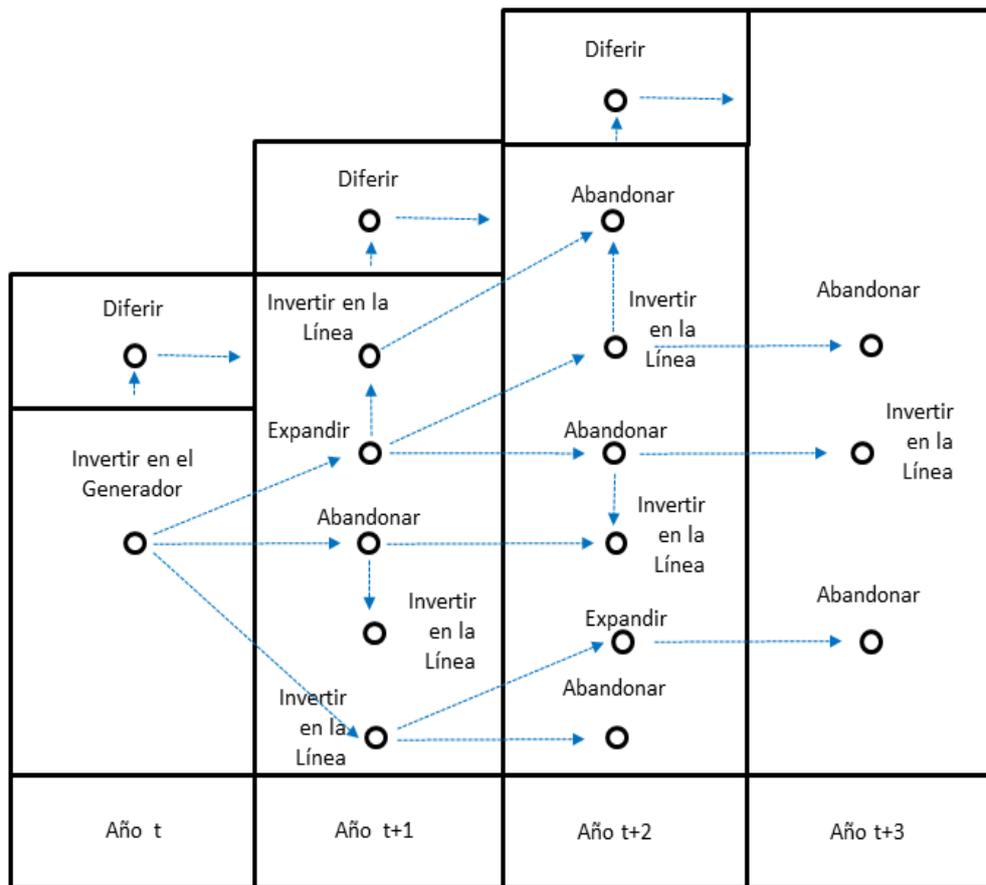


Figura 4: Inversión como primera estrategia en la Generación

Del mismo modo, la Figura 5 y la Figura 6 presentan los mapas de estrategias de opciones de las estrategias de inversión restantes: la inversión como primera estrategia en la línea de transmisión y la inversión en la línea y la generación en forma conjunta. En todos los casos, la opción de caducidad es de tres años.

Debe notarse que la flexibilidad agregada por los generadores aparece una vez que se ejecuta la inversión y su flexibilidad estratégica está disponible después de haberse comprometido el gasto de inversión. Las alternativas con generadores permiten realizar inversiones en etapas, manteniendo la flexibilidad para gestionar las incertidumbres durante todo el horizonte de planificación. Por esta razón, las opciones relacionadas con generadores refuerzan la señal de la ejecución inmediata de la inversión.

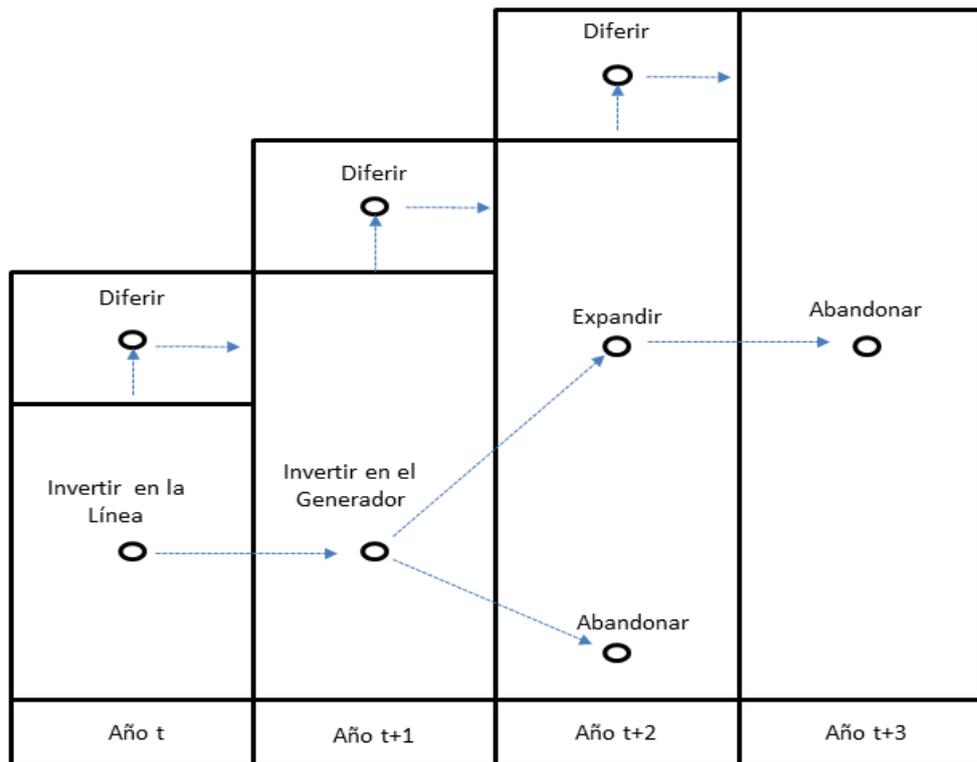


Figura 5: Inversión como primera estrategia en la LT

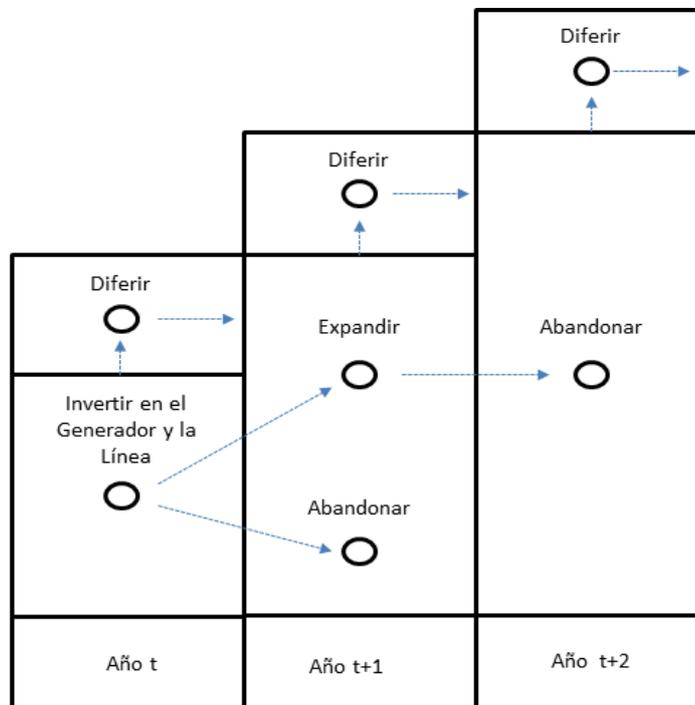


Figura 6: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta

3.7 Formulación Matemática de las Estrategias de Inversión

Los valores presentes, expresados en las Ecuaciones 37 a 39, se consideran como activos subyacentes del enfoque ROV. El flujo de efectivo de una estrategia de inversión determinada se basa en la combinación de tres flujos de efectivo fundamentales; es decir, el flujo de efectivo resultante de:

- I1: Inversión como primera estrategia en la Generación,
- I2: Inversión como primera estrategia en la LT,
- I3: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta.

Es importante observar que las posibles estrategias de inversión y su valor intrínseco se han evaluado exhaustivamente, es decir, se evalúan todas las combinaciones posibles entre las opciones de flexibilidad disponibles.

Al aplicar el procedimiento desarrollado en la Sección 2.4.5 (Ecuaciones 8 a 20), se calculan los valores de las opciones para cada estrategia. Por lo tanto, la estrategia de inversión óptima es la que tiene el valor más alto. Es importante notar que la política de decisión óptima obtenida por el enfoque LSM no es un valor determinista. En realidad, existe una política óptima para cada ruta simulada; por lo tanto, es posible determinar una función de distribución de densidad de esos.

3.7.1 Beneficios en las Estrategias de Inversión

El beneficio en los casos de inversión viene dado por:

$$\pi_m^n(t_n, X_{t_n}(\omega)) = VP(BS)_{I,\omega,t_n} - I_{I,t_n,w} \quad (40)$$

donde, $I_{I,t_n,w}$ es el costo de inversión de la estrategia de inversión I -ésima en el t -ésimo año. Por otro lado, en los casos de expansión y abandono, los beneficios se calculan mediante:

$$\pi_E^n(t_n, X_{t_n}(\omega)) = VP(BS_{E,t_n,\omega}) - C_{E,t_n,\omega} \quad (41)$$

$$\pi_A^n(t_n, X_{t_n}(\omega)) = VR_{t_n,\omega} - VP(BS)_{s,\omega,t_n} \quad (42)$$

donde, $C_{E,t_n,\omega}$ es el costo de expansión y $VR_{t_n,\omega}$ es el valor residual del proyecto en el t -ésimo año.

3.7.2 Estrategia I1: Opción de Inversión como primera estrategia en la Generación

$$F_G(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \max \left(\begin{array}{l} \pi_G(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ F_E(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \\ \dots; F_A(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \\ \dots; F_{LT}^G(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \\ \dots; \mathbb{E}_{t_n}^*[F_G(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right) \cdot df \right\} \quad (43)$$

Dónde:

F_G : Opción de Inversión en la Generación

π_G : VPN de la Inversión en la Generación

F_E : Opción de Expansión de la Inversión en la Generación

F_A : Opción de Abandono de la Inversión en la Generación

F_{LT}^G : Opción de Inversión en la Línea de Transmisión luego de la Inversión en la Generación

$\mathbb{E}_{t_n}^*$: Valor Esperado

df : Factor de descuento

3.7.3 Desglose de Opciones de la Estrategia II

$$F_E(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_E(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ \max \left(\begin{array}{l} F_{LT}^E(t_n, X_{t_n}); \dots \\ F_A^E(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \cdot df \end{array} \right); \dots \\ \mathbb{E}_{t_n}^* [F_E(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\} \quad (44)$$

Dónde:

π_E : VPN de la Inversión en la Generación Expandida

F_{LT}^E : Opción de Inversión en la Línea de Transmisión luego de la Expansión de la Inversión en la Generación

F_A^E : Opción de Abandono de la Inversión en la Generación Expandida

$$F_A(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_A(t_n, X_{t_n}) + F_{LT}^A(t_n, X_{t_n}); \dots \\ \mathbb{E}_{t_n}^* [F_A(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\} \quad (45)$$

Dónde:

π_A : VPN del Abandono de la Inversión en la Generación

F_{LT}^A : Opción de Inversión en la Línea de Transmisión luego del Abandono de la Inversión en la Generación

$$F_{LT}^G(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_{LT}^G(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ \max \left(\begin{array}{l} F_E^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \\ F_A^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \end{array} \right) \cdot df \\ \dots; \mathbb{E}_{t_n}^* [F_{LT}^G(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\} \quad (46)$$

Dónde:

π_{LT}^G : VPN de la Inversión en la Línea de Transmisión luego de la Inversión en la Generación

$F_E^{LT \& G}$: Opción de Expansión de la Inversión en la Generación estando presente la Línea de Transmisión

$F_A^{LT \& G}$: Opción de Abandono de la Inversión en la Generación estando presente la Línea de Transmisión

3.7.4 Estrategia I2: Opción de Inversión como primera estrategia en la línea de transmisión

$$(47) \quad F_{LT}(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_{LT}(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ F_G^{LT}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \cdot df; \dots \\ \mathbb{E}_{t_n}^* [F_{LT}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\}$$

Dónde:

F_{LT} : Opción de Inversión en la Línea de Transmisión

π_{LT} : VPN de la Inversión en la Línea de Transmisión

F_G^{LT} : Opción de Inversión en la Generación luego de la Inversión en la Línea de Transmisión

3.7.5 Desglose de Opciones de la Estrategia I2

$$(48) \quad F_G^{LT}(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_G^{LT}(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ \max \left(F_E^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}); \dots \right) \cdot df \\ \dots; \mathbb{E}_{t_n}^* [F_{LT}^G(t_n, X_{t_n})] \cdot df \end{array} \right\}$$

Dónde:

π_G^{LT} VPN Inversión en la Generación luego de la Inversión en la Línea de Transmisión

$F_E^{LT \& G}$: Opción de Expansión de la Inversión en la Generación estando presente la Línea de Transmisión

$F_{Ab}^{LT \& G}$: Opción de Abandono de la Inversión en la Generación estando presente la Línea de Transmisión

3.7.6 Estrategia I3: Opción de Inversión como primera estrategia en la generación y la línea de transmisión en forma conjunta

$$(49) \quad F_{LT \& G}(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \max \left(\begin{array}{l} \pi_{LT \& G}(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ F_E^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}); \\ \dots F_A^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \end{array} \right) \cdot df \right. \\ \left. \dots; \mathbb{E}_{t_n}^* [F_{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \right\}$$

Dónde:

$F_{LT \& G}$: Opción de Inversión en la Generación y en la Línea de Transmisión en forma conjunta

$\pi_{LT \& G}$: VPN de la Inversión en la Generación en la Línea de Transmisión en forma conjunta

$F_E^{LT \& G}$: Opción de Expansión de la Inversión en la Generación y en la Línea de Transmisión en forma conjunta

$F_A^{LT \& G}$: Opción de Abandono de la Inversión en la Generación y en la Línea de Transmisión en forma conjunta

3.7.7 Desglose de Opciones de la Estrategia I3

$$(50) \quad F_E^{LT \& G}(t_n, X_{t_n}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_E^{LT \& G}(t_n, X_{t_n}) + \dots \\ F_{Ab}^{LT \& G, A}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}}) \cdot df \\ \dots; \mathbb{E}_{t_n}^* [F_E^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\}$$

Dónde:

$\pi_E^{LT \& G}$: VPN de la Inversión en la Generación Expandida y en la Línea de Transmisión en forma conjunta

$F_{Ab}^{LT \& G, A}$: Opción de Abandono de la Inversión en la Generación Expandida estando presente la Línea de Transmisión

$$(51) \quad F_A^{LT \& G}(t_n, X_{t_{n+1}}) = \max \left\{ \begin{array}{l} \pi_A^{LT \& G}(t_n, X_{t_n}); \dots \\ \mathbb{E}_{t_n}^* [F_A^{LT \& G}(t_{n+1}, X_{t_{n+1}})] \cdot df \end{array} \right\}$$

Dónde:

$\pi_A^{LT \& G}$: VPN del Abandono de la Inversión en la Generación estando presente la Línea de Transmisión

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Esta sección analiza el impacto del valor de la flexibilidad en inversiones de expansión en los SEP bajo las principales incertidumbres en la evaluación de las estrategias de inversión basada en el beneficio social de todo el sistema. Mediante el método de Monte Carlo, se realizan simulaciones estocásticas dentro de sistemas de prueba para caracterizar el comportamiento de incertidumbre del rendimiento estas estrategias de inversión. A partir de estas simulaciones, se aborda una metodología basada en el enfoque ROV para valorar la flexibilidad estratégica incorporada en las estrategias de inversión y encontrar el momento óptimo de inversión. Los resultados muestran cómo el manejo incorrecto, u omisión, del valor de la flexibilidad bajo incertidumbre de las variables claves podría llevar a decisiones no óptimas.

4.1 Datos de Entrada para los Casos de Estudio Propuestos

Estas secciones implementan el enfoque de valoración ROV basado en el método LSM. Por lo tanto, se evalúan las opciones para diferir tanto las LT como los generadores, así como el abandono o la expansión de los generadores.

Los valores obtenidos de los casos de estudio son utilizados para el cálculo de la valoración de las tres estrategias de inversión tanto a través del método del VPN como el método del ROV.

De estos resultados, el valor de flexibilidad de cada estrategia de inversión se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{Valor de la Opción} = \text{VPN} + \text{Valor de Flexibilidad} \quad (52)$$

En la Tabla se detallan los datos utilizados para los casos de estudios propuestos:

Tabla 3: Datos de Entrada⁷

| Parámetro de Entrada | Símbolo | Valor |
|---|--------------------|--|
| Horizonte de inversión | Hrz | 18 años |
| Realizaciones de simulaciones de Montecarlo | N | 1000 realizaciones |
| Costo Promedio ponderado de Capital | WACC | 12% |
| Costo de Expansión del generador | $C_{E,t_n,\omega}$ | 20% de Inversión Inicial del generador |
| Valor Residual de Abandono del generador | $VR_{t_n,\omega}$ | 40% de Inversión Inicial del generador |
| Costo de Energía No Suministrada | VOLL | 2500 USD/MWh |

4.2 Caso de Estudio: Sistema de dos barras con Opciones de Expansión, Abandono y Diferimiento

Se presenta un ejemplo numérico detallado. Se examina la importancia de considerar el valor de la flexibilidad dentro del marco de inversión propuesto. El sistema propuesto consta de dos regiones, en la primera región se encuentra la generación y en la segunda la demanda de energía. En principio la demanda en la región 2 es abastecida por el generador de la región 1 cuya capacidad es considerablemente amplia en relación a dicha demanda, pero la interconexión entre ambas regiones es la que limitaría el abastecimiento a largo plazo de la demanda de energía. Esto debido a la incertidumbre existente en el crecimiento de la demanda, lo que ocasionaría la posible congestión de la LT existente. Teniendo en cuenta lo mencionado se consideran dos alternativas de inversión, la inversión en una LT que interconecte ambas regiones, paralela e idéntica a la LT existente o la inversión de un generador en la región 2 que abastezca localmente la demanda. Se considera que la

⁷ Datos basados en Blanco et al. (2009)

capacidad de la LT existente es de 1.000 MW y que el generador existente en la barra 1 tiene una capacidad de 2200 MW (Figura 7).

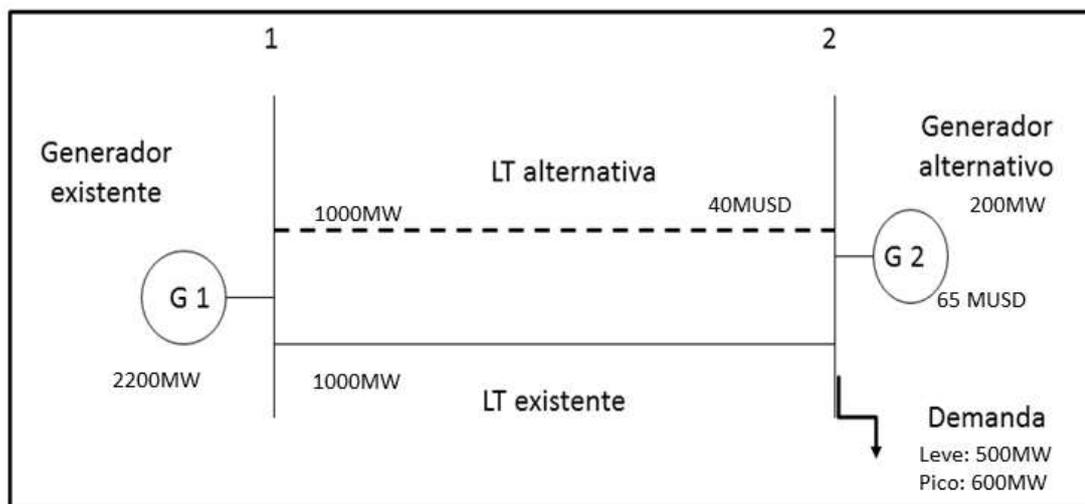


Figura 7: Caso de Estudio Sistema de dos barras

Tabla 4: Parámetros Iniciales y Duración de la Demanda - Sistema de dos barras

| Demanda | D1[MW] | Duración Anual[hs] | Tasa de Crecimiento | Desviación Estándar |
|---------|--------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| Leve | 500 | 5840 | 2% | 0.3% |
| Pico | 600 | 2920 | 5% | 0.4% |

Tabla 5: Parámetros de Costos de Generadores - Sistema de dos barras⁸

| Generador | a2 | a1 | a0 | Ccomb |
|-----------|---------|------|-----|-------|
| G1 | 0,00250 | 11,2 | 270 | 1,65 |
| G2 | 0,00150 | 8,9 | 120 | 1,50 |

El crecimiento de la carga de la región 2 y la evolución de los costos de combustible de los generadores, se consideran en la evaluación como variables inciertas de acuerdo a lo mencionado en la Sección 3.2.

⁸ Basada en la Sección 3.2.2

Se supone que la tasa de crecimiento de la demanda sigue un BM, cuya tasa de crecimiento esperada (μ_{d_i}) es del 5% para el período de carga máxima con una desviación estándar (σ_{d_i}) de 0,4% y 2% para el período de baja carga con una desviación estándar de 0,3%.

Las demandas en cada barra y sus parámetros de duración son representadas en la Tabla 4. Las curvas de duración de carga de cada carga permanecen constantes durante el período de planificación.

El trabajo considera una generación térmica, utilizando combustibles fósiles como fuente de energía primaria. El precio es modelado por un proceso estocástico con reversión a la media cuyo factor de reversión a la media es 65 %/año y el desvío de la tasa de crecimiento es 16,7% y el costo promedio de combustible es 1,34 [USD/MMBtu].

La Tabla 5 proporciona los parámetros de los generadores necesarios para realizar la evolución del costo de generación en el horizonte de inversión donde C_{comb} representa los costos iniciales de estos generadores. G1 y G2 son los generados ubicados en las barras 1 y 2 respectivamente.

En las Figuras 8 y 9 se representa la evolución de la demanda en la barra 2 en los casos leve y pico, la línea roja representa la generación total del sistema ubicada en la barra 1 y la línea azul la capacidad de la línea de transmisión que interconecta las barras.

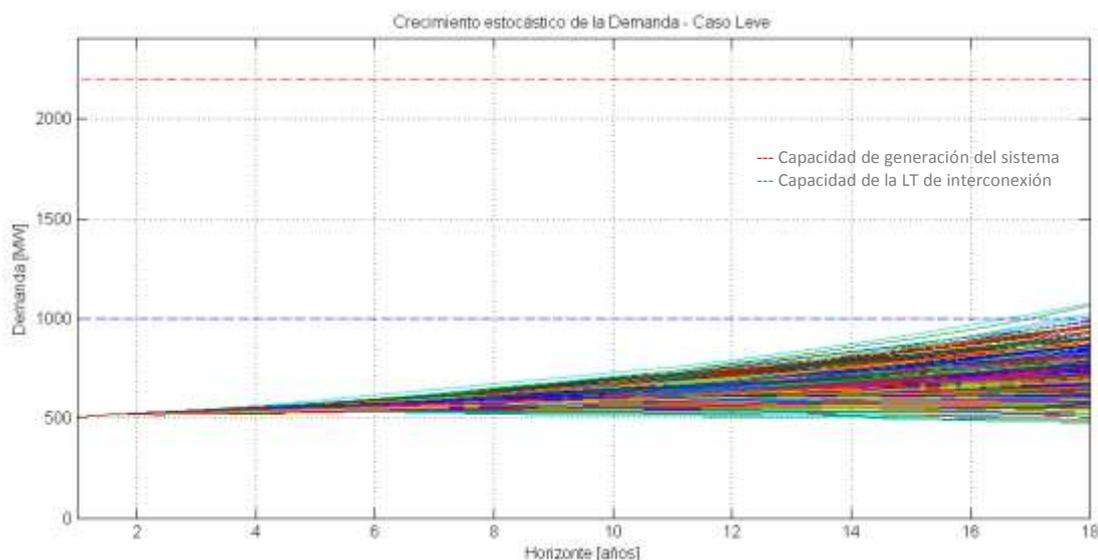


Figura 8: Evolución de la Demanda en la barra 2 – Caso Leve

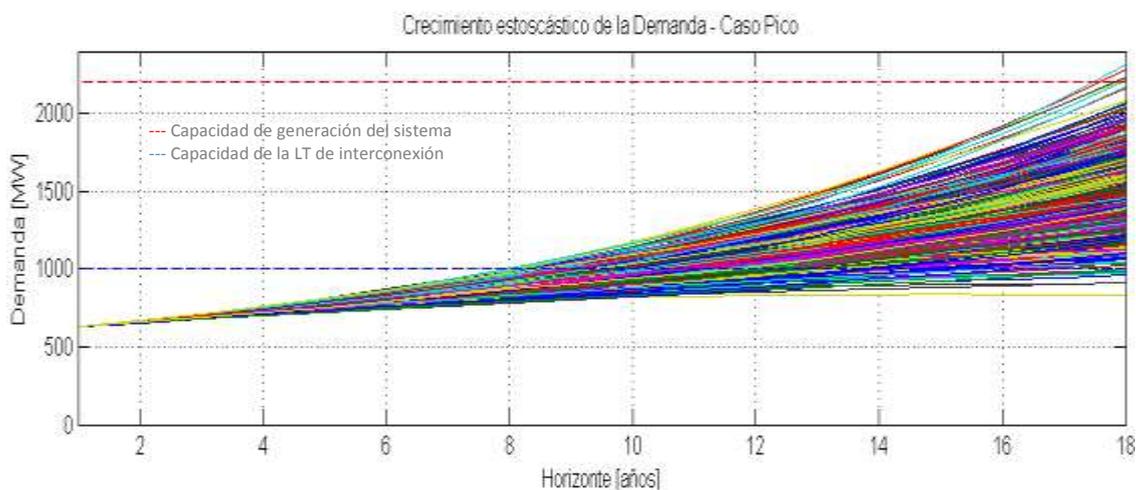


Figura 9: Evolución de la Demanda en la barra 2 – Caso Pico

El generador 1, por la LT, suministra la demanda al principio, de acuerdo con la evolución incierta de la carga; la capacidad de esta línea puede ser sobrecargada. Con el fin de garantizar la oferta de la demanda se proponen las siguientes alternativas de inversión:

1. Una nueva LT que interconecta ambas barras y es paralela a la LT existente, con la opción de aplazar la inversión durante tres años.

2. Un generador nuevo en la barra 2, con la opción de diferir la inversión de tres años y una vez que se ejecute la inversión, las opciones de expansión y abandonar el proyecto.

El costo de inversión para el generador en la barra 2; cuya capacidad es de 200 MW, es de 65 MUSD y el costo de la LT que interconecta ambas barras; cuya capacidad es de 1000 MW, es de 40 MUSD.⁹

Los escenarios para el análisis de costos de inversión con respecto al caso inicial son los siguientes:

El primer caso considera la instalación del generador en la barra 2, el segundo caso considera una nueva LT que interconecta ambas barras, el tercer caso considera la combinación de la instalación del generador en la barra 2 y la nueva LT que interconecta ambas barras, el cuarto caso considera la expansión de la capacidad del generador en la barra 2 y el quinto caso considera la combinación de expandir la capacidad del generador en la barra 2 y una nueva LT que interconecta ambas barras.

La opción de expansión de la generación; considerada modular, que puede expandirse de una capacidad inicial de 200 MW a una capacidad de 600 MW, considera un valor igual al 20% de la inversión inicial de la generación y la opción de abandono de la inversión en generación considera que el valor residual del proyecto es equivalente al 40% de la misma.¹⁰

Los valores obtenidos de los casos de estudio son utilizados para el cálculo de la valoración de las tres estrategias de inversión tanto a través del método del VPN como el método del ROV.

⁹ *Ibíd.* 6

¹⁰ *Ibíd.* 6

4.2.1 Resultados y Análisis

Recordando que las estrategias de inversión disponibles son:

- I1: Inversión como primera estrategia en la Generación,
- I2: Inversión como primera estrategia en la LT,
- I3: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta.

Como resultado de este análisis, se determina que la estrategia I1 es la mejor decisión teniendo en cuenta los criterios del ROV, mientras que el método del VPN sugiere como mejor opción a la estrategia I3. (Véase Tabla 6). Nótese, que los valores de la Tabla 6 se refieren a beneficios, es decir, disminuciones de costos con respecto al caso base donde no se realiza ninguna inversión (y por lo tanto hay energía no suministrada).

En la Tabla 6 se representan los valores esperados de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV y del método VPN además del valor de flexibilidad de estas estrategias.

Tabla 6: Clasificación de valoración de la inversión y valor de flexibilidad de las opciones - Sistema de dos Barras

| Estrategia | ROV [MUSD] | VPN [MUSD] | Flexibilidad [MUSD] |
|------------|-------------|-------------|---------------------|
| I1 | 2.383 (1ro) | 1.153 (3ro) | 1.230 |
| I2 | 2.351 (3ro) | 1.502 (2do) | 849 |
| I3 | 2.359 (2do) | 1.511 (1ro) | 848 |

Esto indica que, aunque la evaluación de inversión tradicional VPN indica I3 como la alternativa de inversión óptima, la estrategia de inversión óptima teniendo en cuenta el valor de flexibilidad es la Inversión como primera estrategia en la generación. La flexibilidad del generador permanece después de que la inversión se haya realizado.

En las Figuras 10, 11 y 12 se representan los valores de las opciones mostradas en los diagramas de los mapas de opciones de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV en cada año hasta el vencimiento para el caso de la demanda máxima. Todos los valores están dados en MUSD.

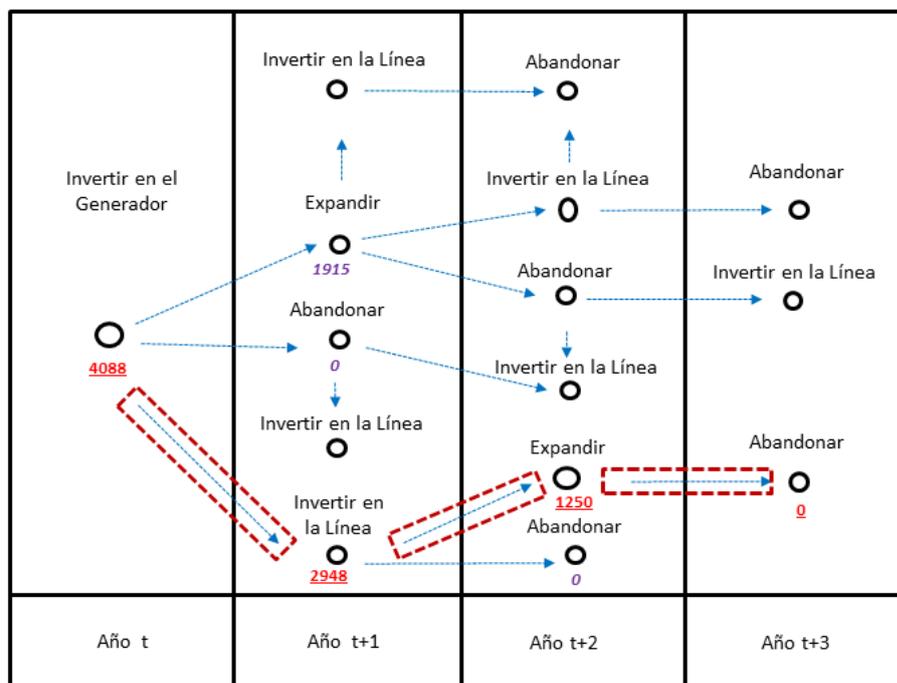


Figura 10: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Máxima

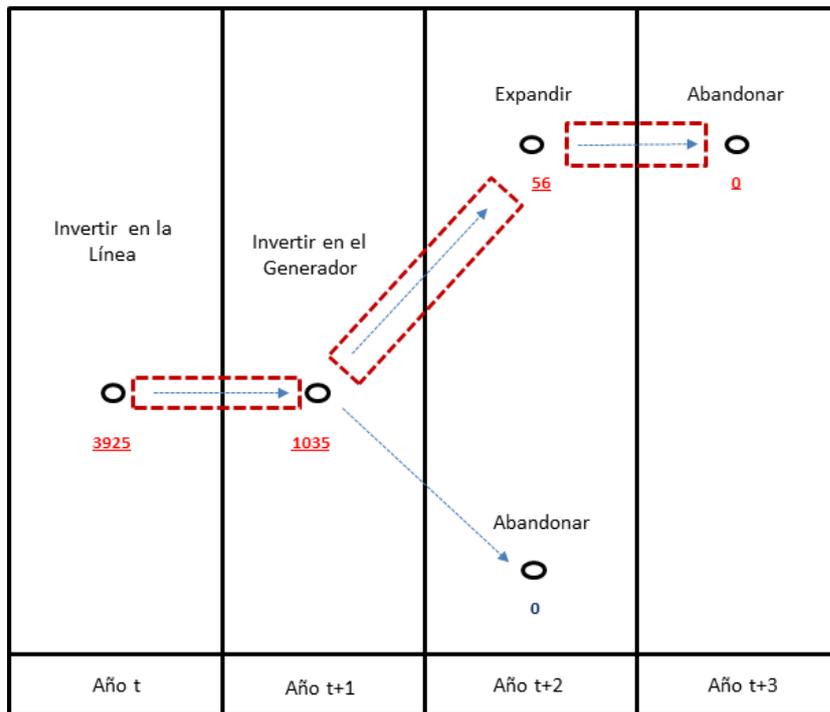


Figura 11: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Máxima

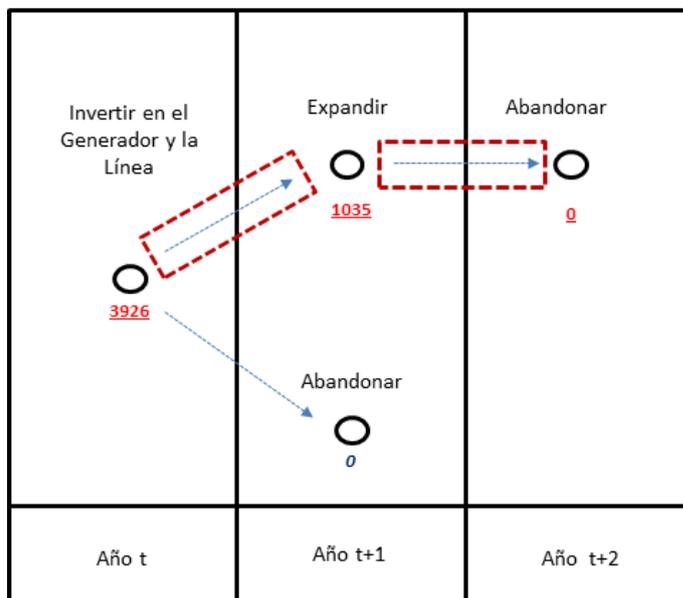


Figura 12: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 – Demanda Máxima

En las Figuras 13, 14 y 15 se representan los valores de las opciones mostradas en los diagramas de los mapas de opciones de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV en cada año hasta el vencimiento para el caso de la demanda media. Todos los valores están dados en MUSD.

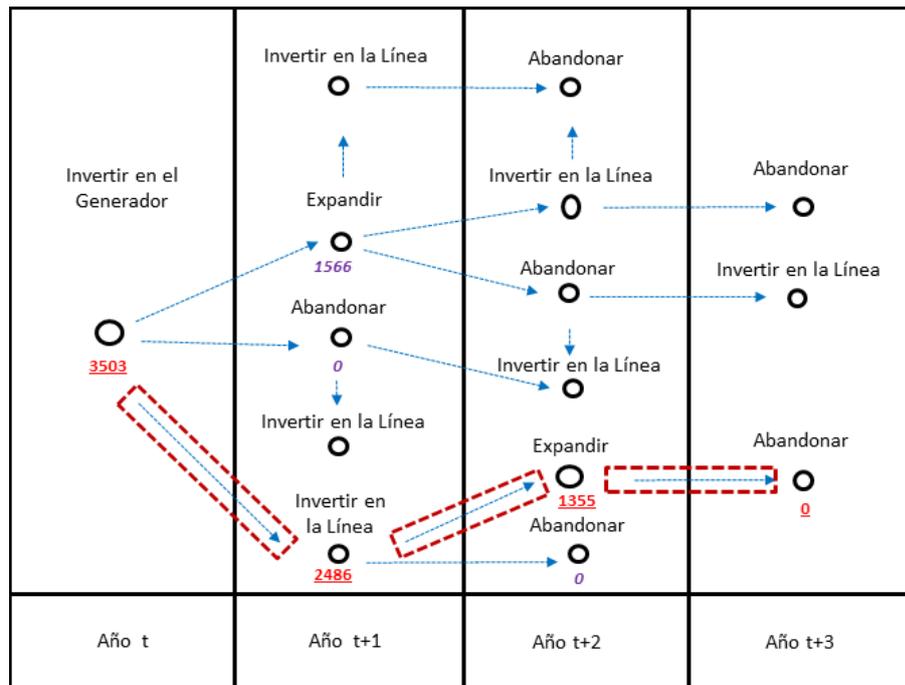


Figura 13: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Media

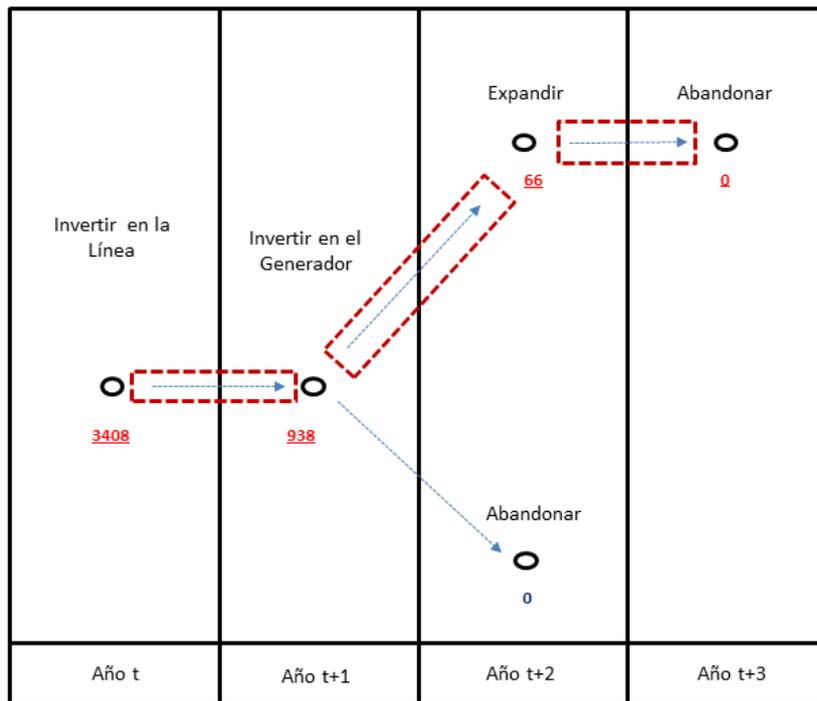


Figura 14: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Media

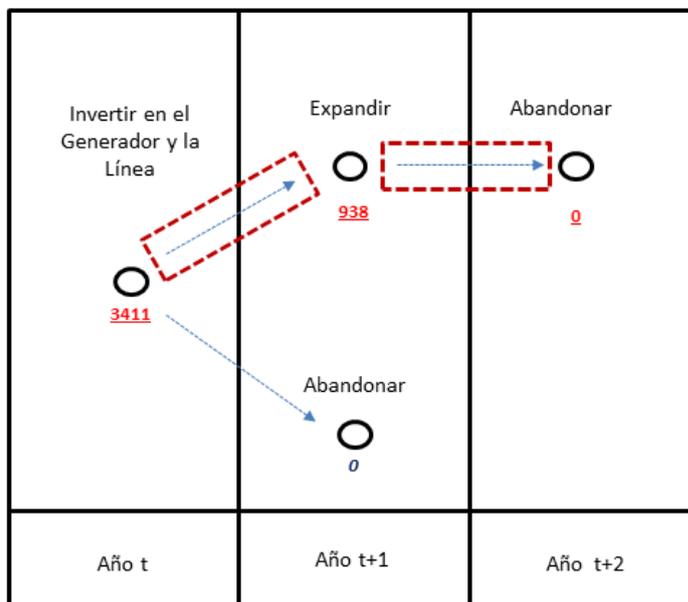


Figura 15: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I3 – Demanda Media

En las Figuras 16, 17 y 18 se representan los valores de las opciones mostradas en los diagramas de los mapas de opciones de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV en cada año hasta el vencimiento para el caso de la demanda mínima. Todos los valores están dados en MUSD.

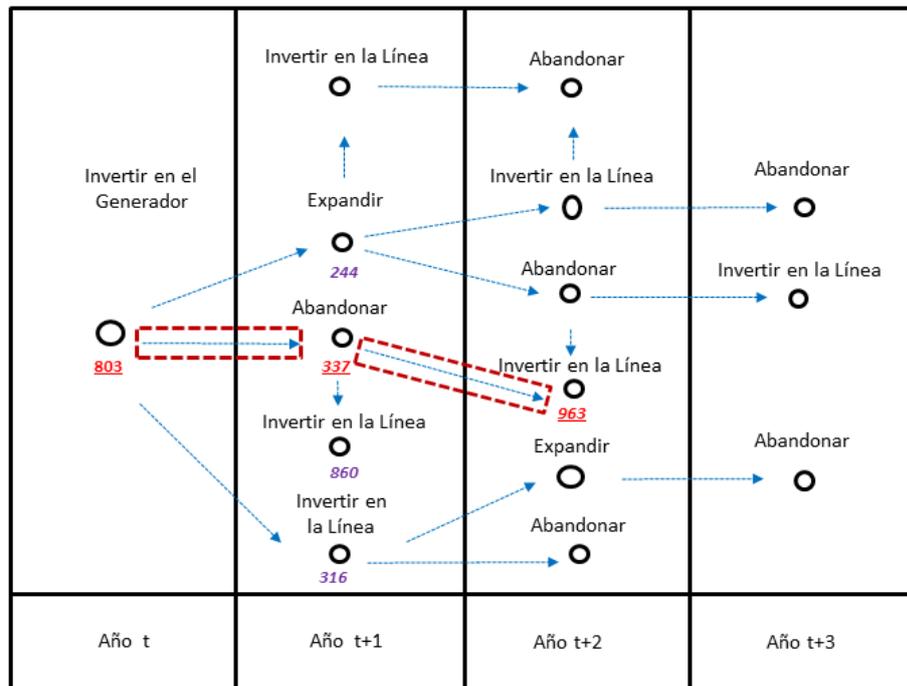


Figura 16: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I1 – Demanda Mínima

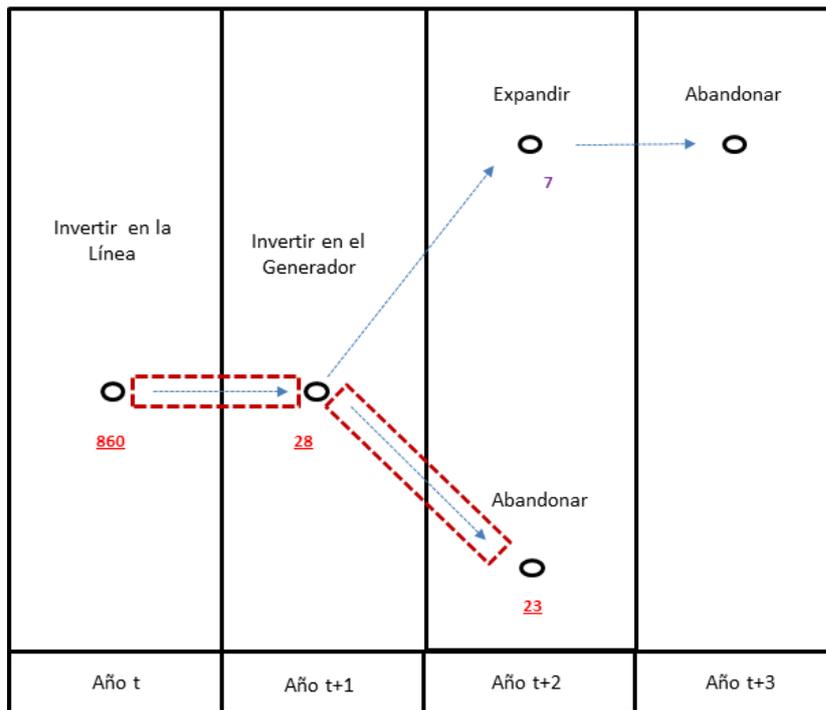


Figura 17: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Mínima

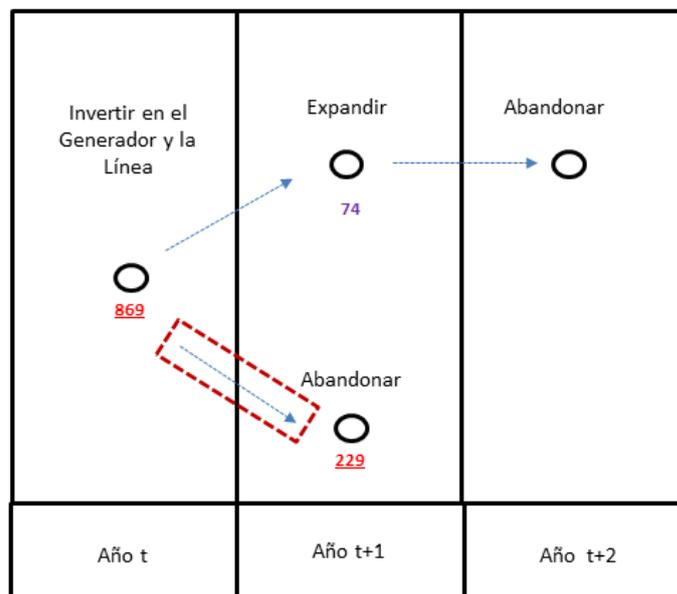


Figura 18: Valores del Mapa de Opciones de la Estrategia I2 – Demanda Mínima

En las Figuras 19, 20 y 21 se representan los valores esperados de las opciones mostradas en los diagramas de los mapas de opciones de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV en cada año hasta el vencimiento. Todos los valores están dados en MUSD.

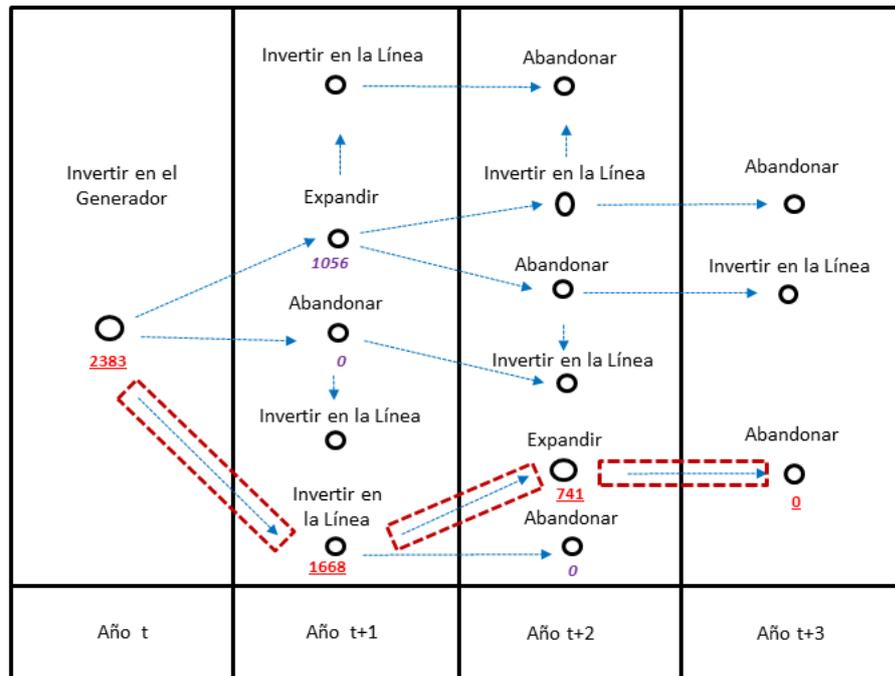


Figura 19: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia II

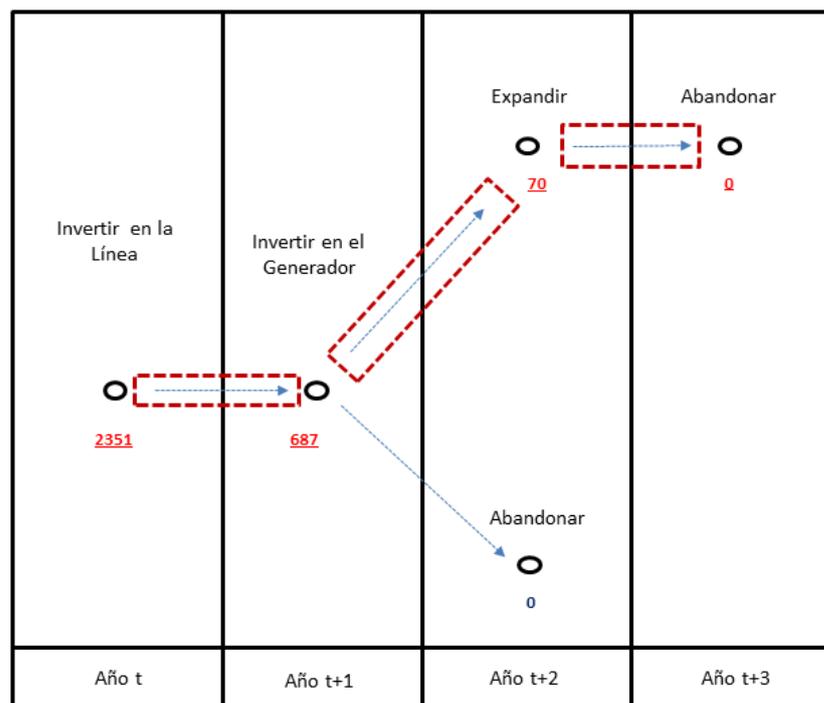


Figura 20: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I2

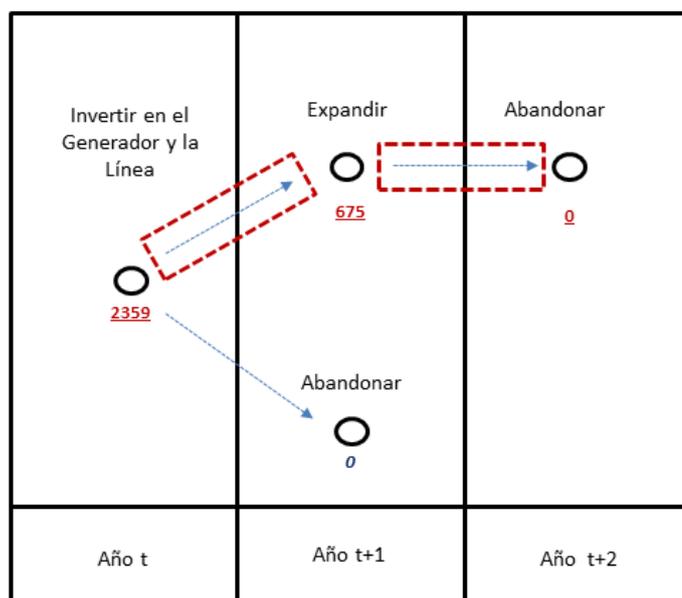


Figura 21: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I3

En la Figuras 19, 20 y 21 se puede observar que, de acuerdo a los valores esperados de cada estrategia de inversión, el camino que sigue la evaluación del ROV es el que posee la mayor flexibilidad, la cual la otorgan las opciones de expansión en cada estrategia. Además, se puede notar que para el año de vencimiento de las opciones, la opción de abandono tiene valor nulo; es decir, esto indica que se debe mantener la estrategia de inversión sin abandonarla.

4.3 Caso de Estudio: Sistema de tres barras con Opciones de Expansión, Abandono y Diferimiento

A continuación se presenta un ejemplo numérico detallado mediante el cual se busca validar el método propuesto. El sistema consta de tres barras interconectadas entre sí a través de tres LTs, el sistema descrito se muestra en la Figura 22. El sistema propuesto consta de tres regiones, en las regiones 1 y 2 se encuentran los generadores y en las tres regiones existe demanda de energía eléctrica. En principio la demanda es abastecida por los generadores ubicados en las regiones 1 y 2 cuyas capacidades son suficientes para satisfacer la demanda al principio, pero la interconexión entre las regiones 1 y 3, debido a que su capacidad es pequeña, es la que limitaría el abastecimiento a largo plazo de la demanda de energía. Esto debido a la incertidumbre existente en el crecimiento de la demanda, lo que ocasionaría la posible congestión de la LT existente. Teniendo en cuenta lo mencionado se consideran dos alternativas de inversión, la inversión en una LT que interconecte dichas regiones, paralela e idéntica a la LT existente o la inversión de un generador en la región 3 que abastezca localmente la demanda.

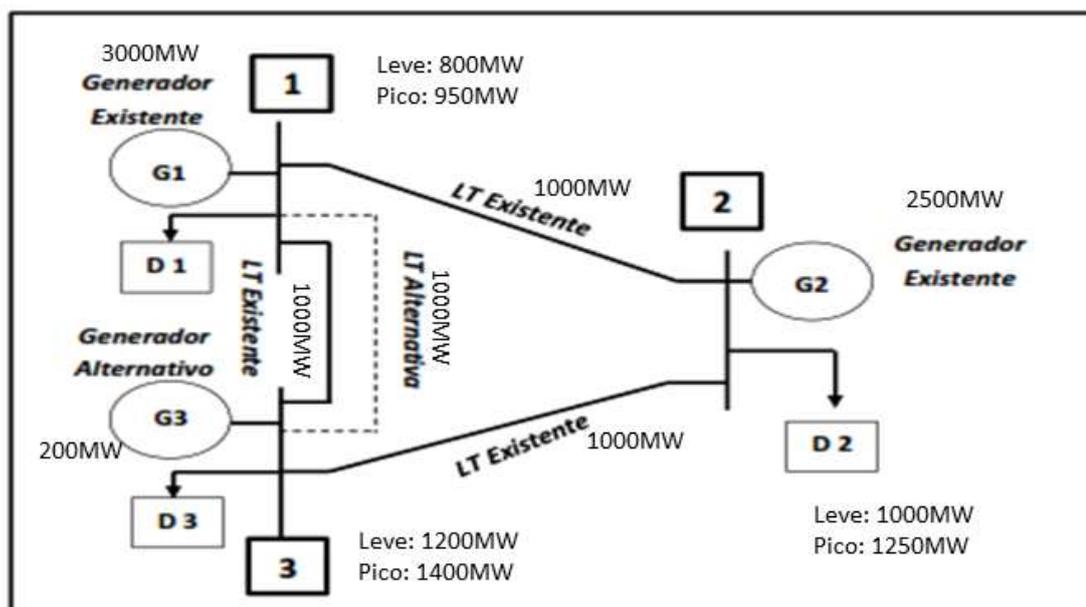


Figura 22: Caso de Estudio Sistema de tres barras

Tabla 7: Parámetros Iniciales y Duración de la Demanda - Sistema de tres barras

| Demanda | D1[MW] | D2[MW] | D3[MW] | Duración Anual[hs] | Tasa de Crecimiento | Desviación Estándar |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Base | 800 | 1.000 | 1.200 | 5840 | 5% | 0.3% |
| Pico | 950 | 1.250 | 1.400 | 2920 | 8% | 0.4% |

Tabla 8: Parámetros de Costos de Generadores - Sistema de tres barras¹¹

| Generador | a2 | a1 | a0 | Ccomb |
|------------------|-----------|-----------|-----------|--------------|
| G1 | 0,00175 | 9,5 | 180 | 1,58 |
| G2 | 0,00150 | 8,9 | 120 | 1,50 |
| G3 | 0,00250 | 1,2 | 270 | 1,65 |

El crecimiento de la carga en las tres regiones y la evolución de los costos de combustible de los generadores, se consideran en la evaluación como variables inciertas de acuerdo a lo mencionado en la Sección 3.2.

Estas variables se modelan mediante procesos estocásticos apropiados, que se detallan a continuación:

Tasa de crecimiento de la demanda: Este ejemplo considera dos bloques de demanda (pico y leve), y la duración de cada bloque se supone constante durante el periodo de análisis. La evolución de la demanda es modelada como un proceso estocástico multivariado que tiene en cuenta la correlación entre áreas geográficas del sistema a través de las siguientes matrices.¹²

$$\theta_{base} = \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0,7 \\ 0,3 & 1 & 0,8 \\ 0,7 & 0,8 & 1 \end{bmatrix}$$

¹¹ Ibíd. 7¹² Ibíd. 6

$$\theta_{pico} = \begin{bmatrix} 1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,4 & 1 & 0,55 \\ 0,2 & 0,55 & 1 \end{bmatrix}$$

Las demandas en cada barra y sus parámetros de duración son representadas en la Tabla 8. Las curvas de duración de carga de cada carga permanecen constantes durante el período de planificación

En las Figuras 23, 24 y 25 se representa la evolución de la demanda en las barras 1, 2 y 3 en los casos base y pico.

Costo de generación: En el caso de estudio considera una generación térmica, utilizando combustibles fósiles como fuente de energía primaria. El precio es modelado por un proceso estocástico con reversión media cuyo factor de reversión a la media es 65%/año, el desvío de la tasa de crecimiento es 16,7% y el costo promedio de combustible es 1,34 USD/MMBtu.

La Tabla 9 proporciona los parámetros de los generadores necesarios para realizar la evolución del costo de generación en el horizonte de inversión donde C_{comb} representan los costos iniciales de estos generadores. G1, G2 y G3 son los generados ubicados en las barras 1, 2 y 3 respectivamente.

Las capacidades de los generadores existentes en las barra 1 y la barra 2 son 3.000 MW y 2.500 MW respectivamente. En el caso de ejecutar una de las estrategias de inversión, la incorporación del generador en la barra 3 debe estar modulada mediante bloques iniciales de 200 MW que puede ser expandida a 600MW.

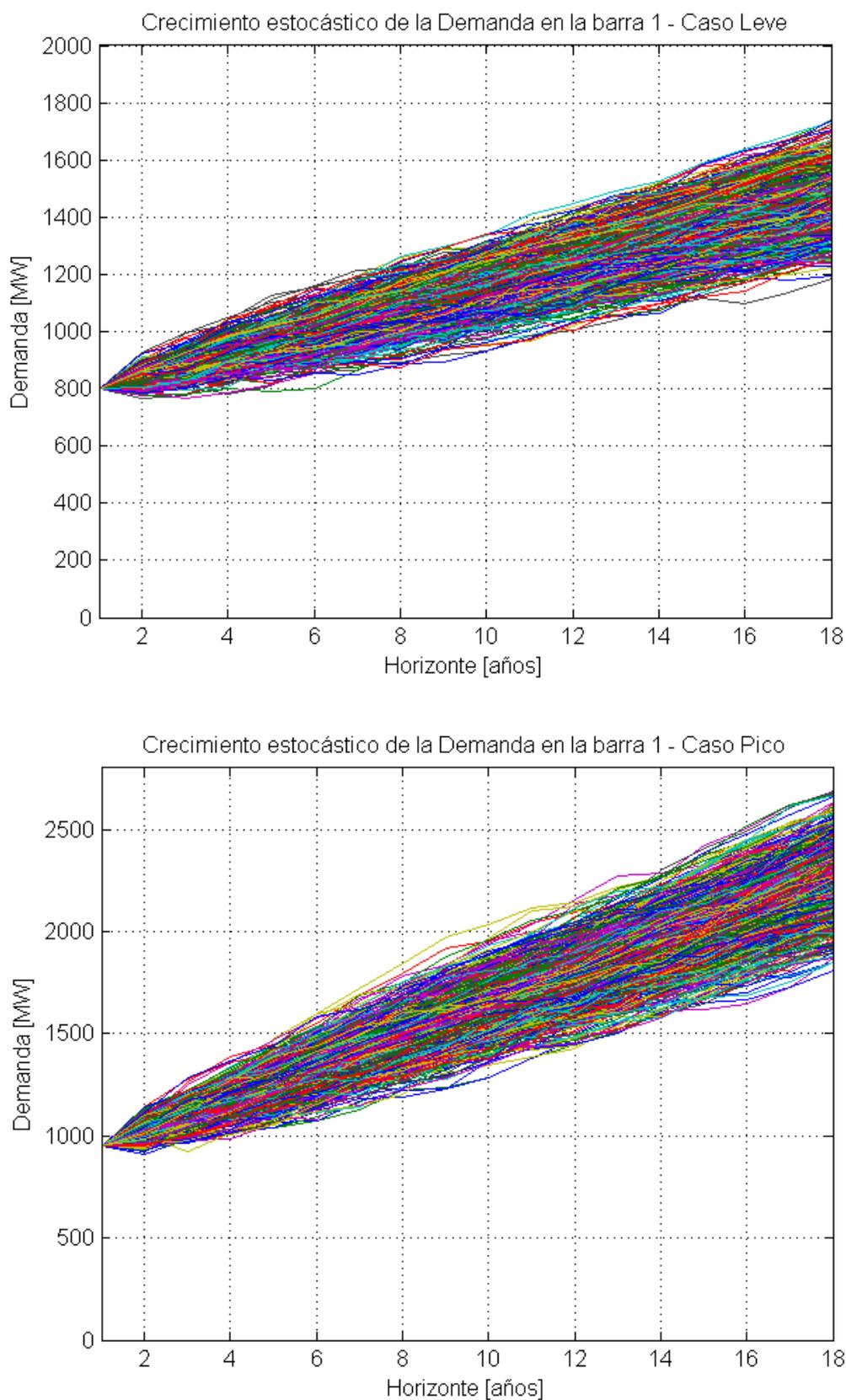


Figura 23: Evolución de la Demanda en la barra 1

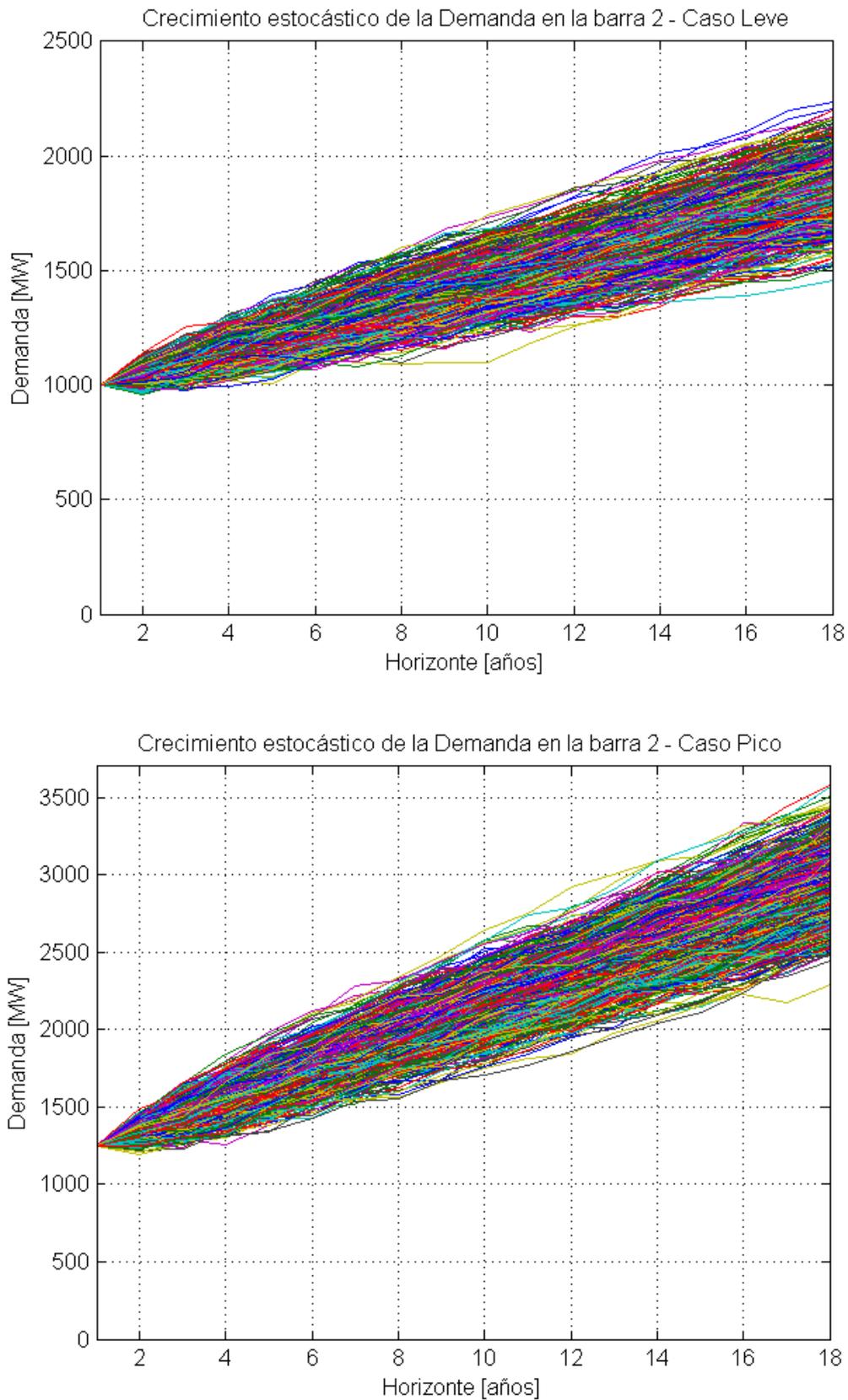


Figura 24: Evolución de la Demanda en la barra 2

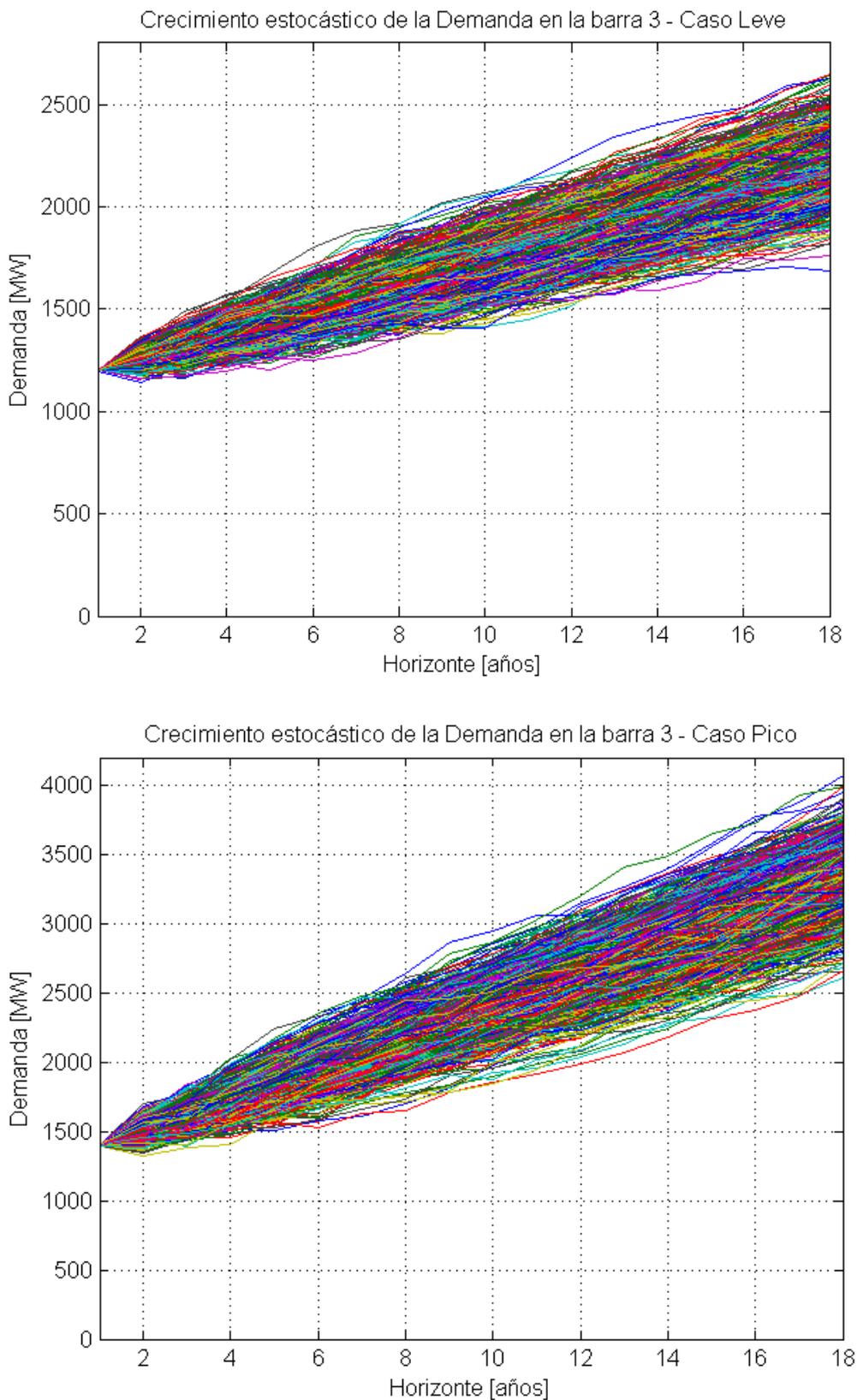


Figura 25: Evolución de la Demanda en la barra 3

Los generadores de las barras 1 y 2 satisfacen la demanda al principio, de acuerdo con la evolución incierta de la carga. La capacidad de la línea que interconecta la barra 1 y la barra 3 no puede ser excedida. Para garantizar el suministro de las demandas se proponen las siguientes alternativas:

1. Una nueva línea de transmisión que interconecta la barra 1 con la barra 3, con la opción de diferir la inversión durante tres años.

2. Un generador en la barra 3, con la opción de posponer la inversión de tres años y una vez que se ejecute la inversión, las opciones de expansión y abandonar el proyecto.

El costo de inversión para el generador en la barra 2; cuya capacidad es de 200 MW, es de 65 MUSD y el costo de la LT que interconecta ambas barras; cuya capacidad es de 1000 MW, es de 40 MUSD.¹³

Los escenarios para el análisis de los costos de inversión con respecto al caso inicial son los siguientes:

El primer caso considera la instalación del generador en la barra 3, el segundo caso considera una nueva línea de transmisión que interconecta la barra 1 con la barra 3, el tercer caso considera la combinación de la instalación del generador en la barra 3 y una nueva línea de transmisión que interconecta la barra 1 con la barra 3, el cuarto caso considera la expansión de la capacidad del generador en la barra 3 y el quinto caso representa la combinación de expandir la capacidad del generador en la barra 3 y una nueva línea de transmisión que interconecta la barra 1 con la barra 3.

La opción de expansión considera un valor igual al 20% de la inversión inicial de la Generación y la opción de abandono considera que el valor residual del proyecto es equivalente al 40% de la misma.¹⁴

¹³ *Ibíd.* 6

¹⁴ *Ibíd.* 6

Los valores obtenidos de los casos de estudio son utilizados para el cálculo de la valoración de las tres opciones de inversión tanto a través del método VPN como el método del ROV.

4.3.1 Resultados y Análisis

Recordando que las estrategias de inversión disponibles son:

- I1: Inversión como primera estrategia en la Generación,
- I2: Inversión como primera estrategia en la LT,
- I3: Inversión en la Generación y en la LT en forma conjunta.

Como resultado de este análisis, se determina que la estrategia I1 es la mejor decisión considerando el método del ROV, mientras que el método VPN sugiere como mejor opción a la estrategia I3 (véase la Tabla 9). Nótese, que los valores de la Tabla 10 se refieren a beneficios, es decir, disminuciones de costos con respecto al caso base donde no se realiza ninguna inversión (y por lo tanto hay energía no suministrada).

En la Tabla 9 se representan los valores esperados de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV y del método VPN además del valor de flexibilidad de estas estrategias.

Tabla 9: Clasificación de valoración de la inversión y valor de flexibilidad de las opciones - Sistema de tres barras

| Estrategia | ROV [MUSD] | VPN [MUSD] | Flexibilidad [MUSD] |
|------------|---------------|--------------|---------------------|
| I1 | 154.429 (1ro) | 39633 (3ro) | 114.796 |
| I2 | 123.458 (3ro) | 39637 (2do) | 83.820 |
| I3 | 126.262 (2do) | 74.406 (1ro) | 51.856 |

Se puede notar que aunque la evaluación de inversión tradicional VPN indica I3 como la alternativa de inversión óptima, la estrategia de inversión óptima,

teniendo en cuenta el valor de la flexibilidad, es principalmente Inversión como primera estrategia en la Generación.

En las Figuras 26, 27 y 28 se representan los valores esperados de las opciones mostradas en los diagramas de los mapas de opciones de las estrategias de inversión a través del enfoque ROV en cada año hasta el vencimiento. Todos los valores están dados en MUSD.

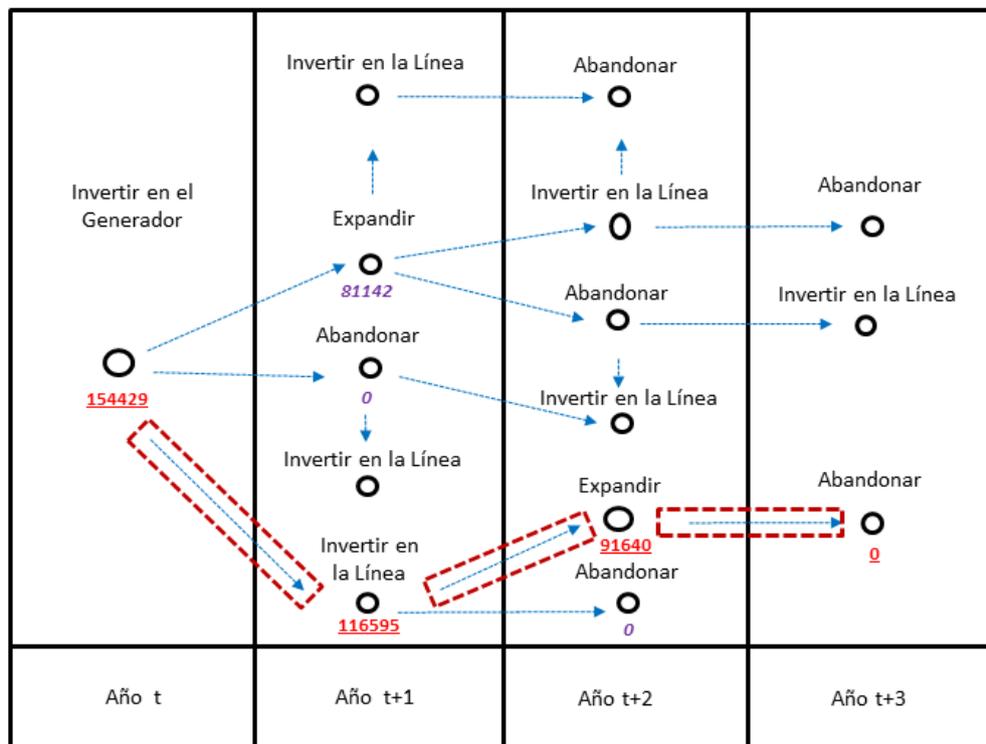


Figura 26: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia II

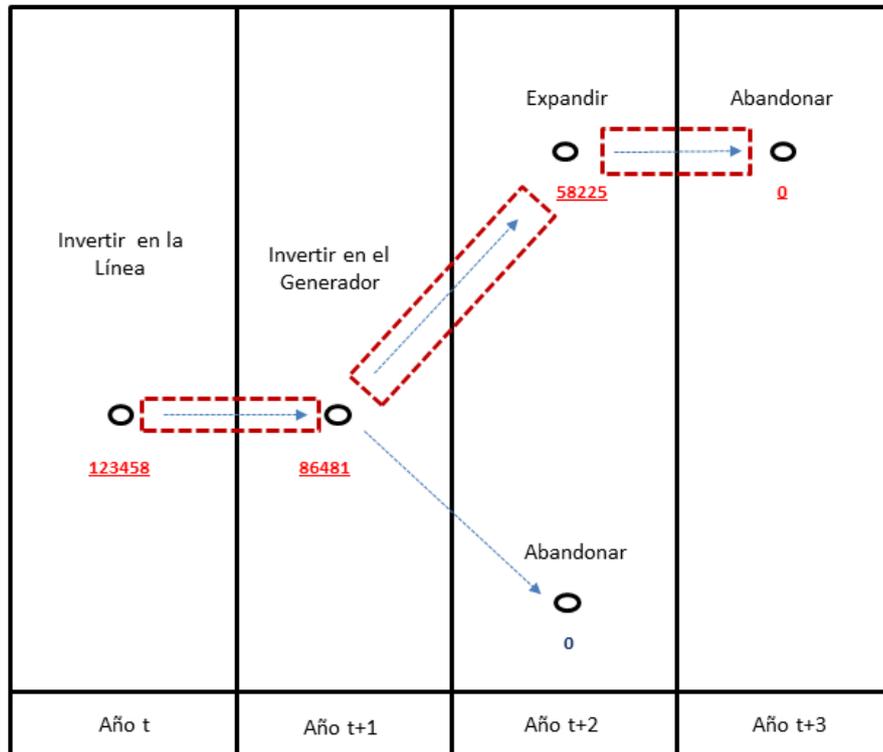


Figura 27: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I2

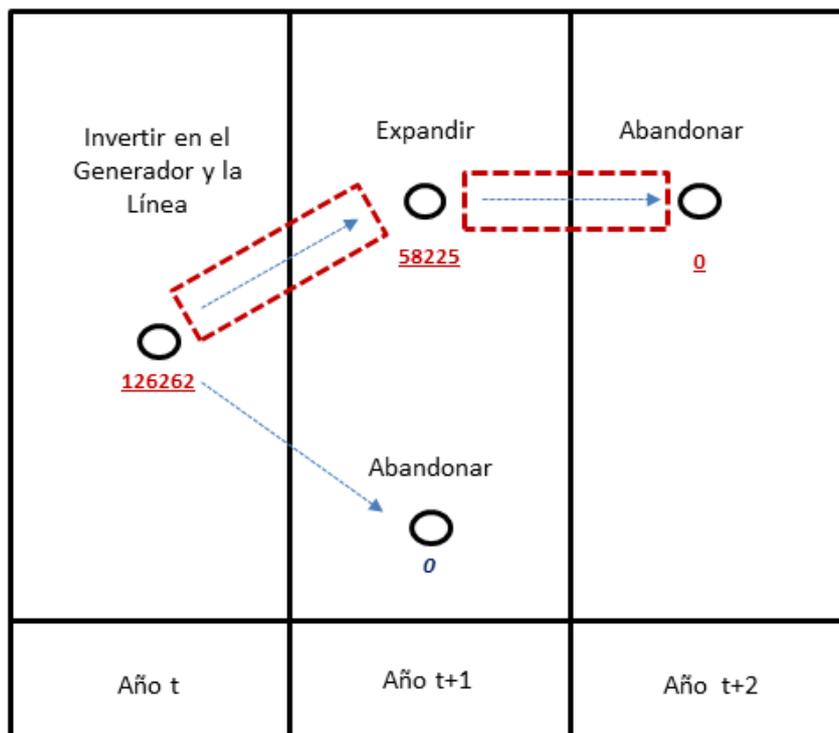


Figura 28: Valores Esperados del Mapa de Opciones de la Estrategia I3

En la Figuras se puede observar que, de acuerdo a los valores esperados de cada estrategia de inversión, el camino que sigue la evaluación del ROV es el que posee la mayor flexibilidad, la cual la otorgan las opciones de expansión en cada estrategia. Además, se puede notar que para el año de vencimiento de las opciones, la opción de abandono tiene valor nulo; es decir, esto indica que se debe mantener la estrategia de inversión sin abandonarla.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una metodología que aborda las características de las inversiones de la Planificación de la Expansión de Transmisión y la Planificación de la Expansión de Generación en forma conjunta, considerando la flexibilidad de las estrategias de inversión: Invertir como primera estrategia en el generador, Invertir como primera estrategia en la línea de transmisión, Invertir en el generador y en la línea de transmisión en forma conjunta, en condiciones inciertas.

Se ha demostrado que la evaluación de la flexibilidad, mediante el Enfoque de Opciones Reales, es importante en el manejo adecuado y oportuno de recursos para la Planificación de la Expansión de los Sistema Eléctricos de Potencia. El uso de Opciones Reales permite valorar adecuadamente esta flexibilidad permitiendo al proyecto adaptarse dinámicamente a medida que evolucionan las incertidumbres.

Las grandes incertidumbres inherentes a los Sistemas Eléctricos de Potencia han sido modeladas y gestionadas con éxito para mejorar los perfiles de riesgo de inversión, la demanda fue modelada con el método estocástico como el Movimiento Browniano y los costos de generación y los precios de combustibles con el Proceso Estocástico de Reversión a la Media.

A través de un ejemplo numérico, se ha demostrado que el método tradicional de evaluación de inversiones, el Valor Presente Neto puede ser inadecuado en la evaluación de las inversiones flexibles en los sectores de generación y transmisión bajo incertidumbre.

Se ha verificado que los planes de expansión flexibles y la mejora de los niveles de adaptabilidad a los escenarios futuros inciertos pueden obtenerse combinando estratégicamente inversiones mediante la coordinación de la expansión en generación y transmisión a lo largo del horizonte de planificación.

Finalmente, a través de casos de estudio, se ha evaluado el impacto de la flexibilidad en inversiones de expansión en los Sistemas Eléctricos de Potencia bajo las principales incertidumbres mediante el enfoque de Opciones Reales de las estrategias de inversión propuestas utilizando el método Mínimos Cuadrados de Monte Carlo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALIZADEH, B., y JADID, S. (2011). Reliability constrained coordination of generation and transmission expansion planning in power systems using mixed integer programming. IET generation, transmission y distribution, 5(9), 948-960.
- ANDREWS, C. J. (1995). Evaluating risk management strategies in resource planning. IEEE Transactions on power systems, 10(1), 420-426.
- BLACK, F., y SCHOLES, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. Journal of political economy, 81(3), 637-654.
- BLANCO, G., y OLSINA, F. (2011). Optimal Decision-Making under Uncertainty-Application to Power Transmission Investments. In Stochastic Optimization-Seeing the Optimal for the Uncertain. InTech.
- BLANCO, G., OLSINA, F., GARCÉS, F., y REHTANZ, C. (2011). Real option valuation of FACTS investments based on the least square Monte Carlo method. IEEE Transactions on Power Systems, 26(3), 1389-1398.
- BLANCO, G., OJEDA, O., OLSINA, F., y GARCÉS, F. (2009). Análisis de incertidumbres en el desempeño de inversiones en la red de transporte a través simulación estocástica. el XIII Encuentro Regional Iberoamericano del CIGRÉ.

- BLANCO, G. A., OLSINA, F. G., OJEDA, O. A., y GARCÉS, F. F. (2009, June). Transmission expansion planning under uncertainty Û The role of FACTS in providing strategic flexibility. In PowerTech, 2009 IEEE Bucharest (pp. 1-8). IEEE.
- BREALEY, R. A., MYERS, S. C., ALLEN, F., y MOHANTY, P. (2012). Principles of corporate finance. Tata McGraw-Hill Education.
- BROSCH, R. (2001). Portfolio-aspects in real options management(No. 66). Working Paper Series: Finance y Accounting, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt a. M..
- BUZARQUIS, E., BLANCO, G. A., OLSINA, F., y GARCÉS, F. F. (2010, November). Valuing investments in distribution networks with DG under uncertainty. In Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (TyD-LA), 2010 IEEE/PES (pp. 341-348). IEEE.
- COHEN, J. B., BLACK, F., y SCHOLES, M. (1972). The valuation of option contracts and a test of market efficiency. *The Journal of Finance*, 27(2), 399-417.
- CORTAZAR, G., GRAVET, M., y URZUA, J. (2008). The valuation of multidimensional American real options using the LSM simulation method. *Computers y Operations Research*, 35(1), 113-129.
- COX, J. C., ROSS, S. A., y RUBINSTEIN, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, 7(3), 229-263.
- DAMODARAN, A. (2002). *Investment Valuation*. University with Investment Set.
- DIXIT, A. K., y PINDYCK, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton university press.

FATONE, L., MARIANI, F., RECCHIONI, M. C., y ZIRILLI, F. (2015). The Barone-Adesi Whaley Formula to Price American Options Revisited. *Applied Mathematics*, 6(02), 382.

FISHMAN, G. (2013). *Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications*. Springer Science y Business Media.

GAMBA, A. (2003). *Real options valuation: A Monte Carlo approach*.

HEMMATI, R., HOOSHMAND, R. A., y KHODABAKHSHIAN, A. (2013). State-of-the-art of transmission expansion planning: Comprehensive review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 23, 312-319.

LAMOTHE, P. (1995). *Opciones financieras*. McGraw-Hill Interamericana.

LATORRE, G., CRUZ, R. D., AREIZA, J. M., y VILLEGAS, A. (2003). Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2), 938-946.

LIMA, R., y AGUEDA, J. (2012). *Introducción a procesos estocásticos y sistemas de líneas de espera* (Doctoral dissertation).

LONGSTAFF, F. A., y SCHWARTZ, E. S. (2001). Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. *The review of financial studies*, 14(1), 113-147.

LOPEZ, S., AGUILERA, A., y BLANCO, G. (2013). Transmission expansion planning under uncertainty: An approach based on real option and game theory against nature. *IEEE Latin America Transactions*, 11(1), 566-571.

- LOW, S. H. (2013, August). Convex relaxation of optimal power flow: A tutorial. In *Bulk Power System Dynamics and Control-IX Optimization, Security and Control of the Emerging Power Grid (IREP)*, 2013 IREP Symposium (pp. 1-15). IEEE.
- MACIÀ, F., y OLEAGA, G. (2007) *Procesos estocásticos y ecuaciones diferenciales: una introducción*.
- MEROÑO P. (2004) *Rol del Organismo Regulador en la Confiabilidad del Sistema Eléctrico*.
- MYERS, S. C. (1977). Determinants of corporate borrowing. *Journal of financial economics*, 5(2), 147-175.
- NELSON, M., y AÑÓ, O. (2007). Modelacion del precio spot hidrotermico. el XII Encuentro Regional Iberoamericano del CIGRÉ.
- OLAFSSON, S. (2003). Making decisions under uncertainty—Implications for high technology investments. *BT Technology Journal*, 21(2), 170-183.
- OLSINA, F., GARCÉS, F., y HAUBRICH, H.-J. (2006). Modeling long-term dynamics of electricity markets. *Energy Policy*, 34(12), 1411–1433.
- ONATE, P. E., y RAMIREZ, J. M. (2007, June). Optimal power flow solution with security constraints by a modified PSO. In *Power Engineering Society General Meeting, 2007*. IEEE (pp. 1-6). IEEE.
- PRINGLES, R. M., OLSINA, F. G., y GARCÉS, F. F. (2007). *Opciones Reales en la Evaluación de Inversiones en Mercados Eléctricos Competitivos—Estado del Arte*. XII ERIAC-CIGRÉ, Foz do Iguazú, Brasil.

- RAMANATHAN, B., y VARADAN, S. (2006, October). Analysis of transmission investments using real options. In Power Systems Conference and Exposition, 2006. PSCE'06. 2006 IEEE PES (pp. 266-273). IEEE.
- RODRIGUES, A., y ROCHA ARMADA, M. J. (2006). The valuation of real options with the least squares monte carlo simulation method.
- SHRESTHA, G. B., y FONSEKA, P. A. J. (2006). Flexible transmission and network reinforcements planning considering congestion alleviation. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, 153(5), 591-598.
- SPYROU, E., HO, J. L., HOBBS, B. F., JOHNSON, R. M., & MCCALLEY, J. D. (2017). What are the benefits of co-optimizing transmission and generation investment? Eastern interconnection case study. IEEE Transactions on Power Systems, 32(6), 4265-4277.
- VASQUEZ, P., y OLSINA, F. (2007, July). Valuing flexibility of DG investments in transmission expansion planning. In Power Tech, 2007 IEEE Lausanne (pp. 695-700). IEEE.
- TSENG, C. L., y BARZ, G. (1999, January). Short-term generation asset valuation. In Systems Sciences, 1999. HICSS-32. Proceedings of the 32nd Annual Hawaii International Conference on (pp. 10-pp). IEEE
- WHALEY, R. E. (1982). Valuation of American call options on dividend-paying stocks: Empirical tests. Journal of Financial Economics, 10(1), 29-58.
- XIAOTONG, L., YIMEI, L., XIAOLI, Z., y MING, Z. (2012). Generation and transmission expansion planning based on game theory in power engineering. Systems Engineering Procedia, 4, 79-86.