

# Design and Implementation of a VTOL Flight Transition Mechanism and Development of a Mathematical Model for a Tilt Rotor UAV

Enrique Paiva, Marcelo Llano, Jorge Rodas, Raul Gregor, José Rodríguez-Piñeiro, and Marcos Gomez-Redondo

**Resumen**—In the last decade, the interest in the development of unmanned aerial vehicles and the implementation of different flight topologies have been justified mainly by a wide range of applications, both military and civil. The current work can be used for educational purposes and we present two approaches in this area. The first contribution focuses on the physical design of the transition system from a tri-rotor to fixed-wing flight mode, and vice versa. Therefore, this hybrid topology will have the vertical takeoff and landing (VTOL) capability as well as improved efficiency during the flight. On the other hand, the development and analysis of the mathematical model of the hybrid system is our second contribution. A linear controller is also implemented in order to experimentally validate the performance of the proposed design.

**Keywords**—Hybrid UAV mathematical model, unmanned aerial vehicle (UAV), tri-rotor, fixed-wing, vertical takeoff and landing (VTOL).

## I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, existe un interés creciente en la investigación y el desarrollo de vehículos aéreos no tripulados (UAV, de las siglas en inglés, unmanned aerial vehicle). Este interés se ha centrado principalmente en los vehículos aéreos no tripulados con capacidades híbridas ya que combinan las ventajas de un UAV con topología ala fija como su vuelo a gran altitud y elevada velocidad, así como una alta autonomía de vuelo y mayor capacidad de carga, y las de topología ala rotativa (con 3, 4, 6 o más rotores) como el vuelo estacionario, la capacidad de efectuar vuelos en espacio reducido, facilidad de maniobra, capacidad de despegue y aterrizaje vertical (VTOL, de las siglas en inglés, vertical take off and landing).

Hasta la fecha, se han diseñado diferentes configuraciones para hacer la transición de un modo de vuelo a otro, entre las configuraciones más comunes están: Tail-Sitter, Tilt-Wing y Tilt-Rotor [1]. La configuración utilizada en este trabajo es el de Tilt-Rotors con ala volante debido a que el área del ala es más grande para generar sustentación y una mayor capacidad de carga útil. Para el sistema de propulsión, la configuración del tri-rotor resulta la más adecuada, ya que su centro de gravedad se encuentra cerca del centro de gravedad del ala volante, lo que mejora la estabilidad y controlabilidad [2].

E. Paiva, M. Llano, J. Rodas, R. Gregor and M. Gomez-Redondo are with the Laboratory of Power and Control Systems, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Asunción, Luque 2060, Paraguay (e-mail: engapaga222@hotmail.com; mrcllano20@gmail.com; jrodas@ing.una.py; rgregor@ing.una.py; gomezredondomarcos@gmail.com).

J. Rodríguez-Piñeiro is with the College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, China. (e-mail: j.rpineiro@tongji.edu.cn).



Fig. 1. UAV híbrido propuesto.

Debido al potencial de estos UAV, este artículo inicialmente tiene como objetivo darle la capacidad de un UAV híbrido al trabajo de investigación desarrollado en [3] que consta de un Skywalker X8 modificado con tres rotores (Fig. 1) pero sin un mecanismo de transición de los motores frontales, de tal manera a conservar las características de bajo costo y atendiendo la disponibilidad de peso en la aeronave.

Al culminar el objetivo anterior el UAV híbrido representa una herramienta para la validación experimental de avanzadas técnicas de control como en [4] y [5], es por eso que el siguiente objetivo es desarrollar un modelo matemático no-lineal específico del UAV híbrido propuesto y a través de los puntos de equilibrio del modelo matemático determinar diferentes modos de vuelo dando un aporte académico en el análisis de estos tipos de aeronaves.

## II. SISTEMA DE TRANSICIÓN

Con el fin de disminuir la complejidad, el espacio ocupado y el peso que aporta el sistema, se optó por diseñar un mecanismo que permita transmisión de movimiento directa entre el servomotor y el eje de los rotores. El diseño del sistema de transición estuvo condicionado por las limitaciones de espacio y capacidad de carga disponible.

### II-A. Diseño Mecánico del Sistema de Transición

Para el diseño se han tenido en cuenta los requerimientos de torque a la hora de seleccionar el servomotor. Se estudió la amplia variedad de servomotores para aeromodelismo disponibles en el mercado, teniendo en cuenta su peso, tamaño, torque, velocidad y costo. Las características más relevantes y el nombre del servomotor seleccionado se detallan en la Tabla I, y como se puede ver ofrece una buena relación entre el torque, la velocidad y el costo.

Tabla I  
CARACTERÍSTICAS DEL SERVOMOTOR

BMS-965DMG High Torque Servo	
Torque	4,6 kg-cm a 4,8 V 5,7 kg-cm a 6,0 V
Velocidad	60° en 0,14 seg a 4,8 V sin carga 60° en 0,11 seg a 6,0 V sin carga
Dimensiones	35,5 x 15 x 27,6 mm
Peso	29,5 gr

Para el diseño de la parte mecánica del sistema de transición se utilizó la herramienta de diseño computacional SolidWorks. Las consideraciones de diseño fueron las siguientes: capacidad de acoplarse a los tubos sobre los que se montan los rotores frontales; capacidad de ensamblarse con el servomotor seleccionado; y capacidad de rotar por lo menos 90° una vez montada. La Fig. 2 muestra el diseño resultante del mecanismo de transición en una vista isométrica. Esta pieza cumple con los criterios anteriormente citados y se adapta al servomotor fácilmente.

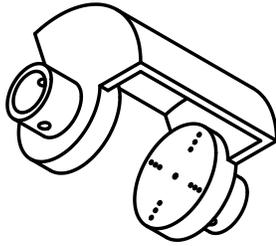


Fig. 2. Diseño del mecanismo del sistema de transición.

### II-B. Análisis del Esfuerzo de Torsión

Posteriormente se ha realizado el análisis del esfuerzo de torsión que actúa sobre el sistema de transición, el cual es necesario para garantizar el correcto funcionamiento del sistema de transición durante el vuelo. Se considera que los demás esfuerzos se disipan en el fuselaje del UAV o son despreciables. El momento de torsión se determina con el diagrama del cuerpo libre del rotor con la hélice como se muestra en la Fig. 3, en donde  $\vec{M}$  representa el torque del servomotor de transición,  $\vec{W}_m$  el peso del motor,  $h$  la longitud del motor,  $D$  el diámetro de la hélice,  $\tau_t$  el ángulo de transición y  $\vec{F}_a$  la fuerza del arrastre.

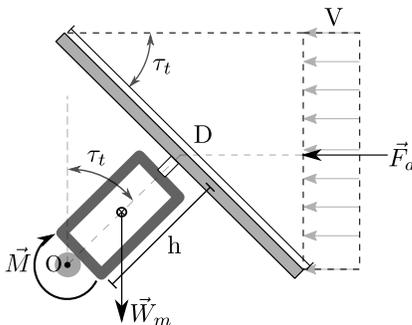


Fig. 3. Diagrama del cuerpo libre del conjunto motor/hélice.

El módulo de la fuerza de arrastre puede calcularse como

$$|\vec{F}_a| = 0,5 \rho C_D A V^2, \quad (1)$$

donde  $\rho$  representa la densidad del aire,  $V$  la velocidad del viento incidente y  $C_D$  el coeficiente de arrastre, con un valor igual a 1,17, teniendo en cuenta que el disco se proyecta sobre el plano de incidencia del viento.  $A$  denota el área, calculada como  $A = 0,25 \pi D^2 \sin(\tau_t)^2$ , donde  $\tau_t$  representa el ángulo de transición. En este diagrama del cuerpo libre, se tiene como principal suposición que las hélices se comportan como un disco plano (debido a las altas velocidades de rotación que experimentan) y que el efecto del viento sobre estos discos planos genera solo la fuerza de resistencia o arrastre y no la de sustentación, considerando así el peor caso y facilitando el análisis. Luego, realizando la suma de momentos respecto al eje sobre el cual están montados los rotores ( $O$ ) e igualando a cero, se obtiene una ecuación genérica que relaciona el torque con el ángulo de transición,  $\tau_t$ , y la velocidad del viento incidente,  $V$ . La Fig. 4 muestra el valor resultante de torque para un rango de velocidades de 0 a 35 m/s y de 0 a 90° para el ángulo.

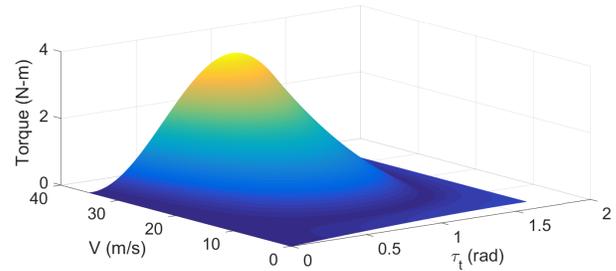


Fig. 4. Torque en función de la velocidad y el ángulo.

Para el análisis también se supone cuanto sigue:

- que todo el momento de torsión recae sobre la estructura;
- que todo el momento de torsión recae sobre el servomotor de transición.

Para la suposición (a) se optó por utilizar 4N-m (valor cercano al mayor momento de torsión) y 20MPa como límite elástico del material (menor al límite elástico en [6]). Utilizando el toolbox Solidworks Simulation disponible en la herramienta de diseño Solidworks se obtuvieron los resultados de los esfuerzos que se muestran en la Fig. 5. En la simulación se consideraron el tipo de material, los torques y se ubicaron las sujeciones. Para la simulaciones primeramente se consideró a la estructura con un ángulo de apertura de 90° y luego con un ángulo de apertura de 107°. Analizando los esfuerzos en ambos escenarios se eligió el caso de la estructura con un ángulo de apertura de 107°, ya que los esfuerzos están mejor distribuidos.

Para la suposición (b) como el servomotor opera a 5V y teniendo en cuenta la Tabla I, interpolando se obtiene que el torque del servomotor es 4,78 kg-m (0,46875787 N-m). Interceptando la curva de la Fig. 4 con el valor del torque del servomotor de transición se obtiene la Fig. 6, que indica la relación que debe existir entre  $V$  y  $\tau_t$  para el funcionamiento seguro del servomotor propuesto (la franja en gris indica una zona de posible falla).

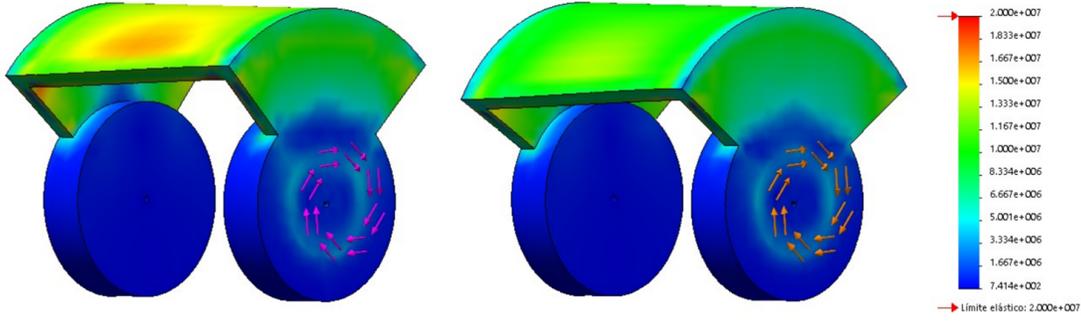


Fig. 5. Estructura 3D de la transición con un ángulo de apertura de 90° y 107°.

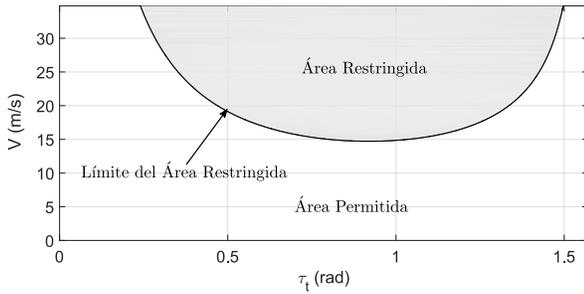


Fig. 6. Franja de Seguridad para el funcionamiento del servomotor de transición.

### III. MODELADO MATEMÁTICO DEL UAV HÍBRIDO

#### III-A. Ecuaciones Descriptivas del Modelo

El modelo del sistema en estudio se caracteriza por ser no lineal. Para el desarrollo de las ecuaciones se introducen doce variables de estado. Hay tres estados de posición (“north”  $p_n$ , “east”  $p_e$ , “down”  $p_d$ ), que se definen en relación al marco inercial, tres estados de velocidad lineal ( $u, v, w$ ) y tres estados de velocidad angular ( $p, q, r$ ), definidos con respecto al marco del cuerpo. De manera similar, los tres estados de posición angular (roll  $\phi$ , pitch  $\theta$ , yaw  $\psi$ ) se definen con respecto al marco del vehículo-2, el marco del vehículo-1 y el marco del vehículo, respectivamente [7]. A continuación se presentan las ecuaciones generales que describen el comportamiento de un UAV genérico:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{p}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r v - q w \\ p w - r u \\ q u - p v \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & -\cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) \sec(\theta) & \cos(\phi) \sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{total}^{-1} \left( \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \left( \mathbf{J}_{total} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \right), \quad (5)$$

donde  $m$  es la masa total,  $\mathbf{J}_{total}$  es el tensor de inercia total,  $[f_x, f_y, f_z]^T$  representa a la suma de las fuerzas externamente aplicadas y  $[l, m, n]^T$  a la suma de los momentos externamente aplicados al UAV.

Las fuerzas que actúan sobre el UAV son tres, representadas por (6), donde el primer sumando corresponde a la fuerza gravitacional, el segundo a las fuerzas propulsivas y el tercero a las fuerzas aerodinámicas:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m g \sin(\theta) \\ m g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ m g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin(\tau_t) & \sin(\tau_t) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\tau_g) \\ -\cos(\tau_t) & -\cos(\tau_t) & -\cos(\tau_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{p1} \\ f_{p2} \\ f_{p3} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \begin{bmatrix} C_X(\alpha) + C_{X_q}(\alpha) \frac{c}{2V_a} q + C_{X_{\delta_e}}(\alpha) \delta_e \\ C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{Y_r} \frac{b}{2V_a} r \\ C_Z(\alpha) + C_{Z_q}(\alpha) \frac{c}{2V_a} q + C_{Z_{\delta_e}}(\alpha) \delta_e \end{bmatrix}. \quad (6)$$

En (6) se representa a la gravedad mediante  $g$ ,  $f_{pi}$  con  $i = 1, 2$  y  $3$  son los módulos del empuje generado por las hélices,  $\alpha$  es el ángulo de ataque,  $\beta$  es el ángulo de desplazamiento,  $V_a$  es la velocidad aerodinámica,  $\rho$  es la densidad del aire y  $S$  es la superficie alar. Las demás constantes y funciones aerodinámicas se representan mediante las siguientes ecuaciones:

$$C_X(\alpha) = -C_D(\alpha) \cos(\alpha) + C_L(\alpha) \sin(\alpha), \quad (7)$$

$$C_{X_q}(\alpha) = -C_{D_q} \cos(\alpha) + C_{L_q} \sin(\alpha), \quad (8)$$

$$C_{X_{\delta_e}}(\alpha) = -C_{D_{\delta_e}} \cos(\alpha) + C_{L_{\delta_e}} \sin(\alpha), \quad (9)$$

$$C_Z(\alpha) = -C_D(\alpha) \sin(\alpha) - C_L(\alpha) \cos(\alpha), \quad (10)$$

$$C_{Z_q}(\alpha) = -C_{D_q} \sin(\alpha) - C_{L_q} \cos(\alpha), \quad (11)$$

$$C_{Z_{\delta_e}}(\alpha) = -C_{D_{\delta_e}} \sin(\alpha) - C_{L_{\delta_e}} \cos(\alpha), \quad (12)$$

$$C_D(\alpha) = C_{D_p} + \frac{(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha)^2}{\pi e AR}, \quad (13)$$

$$C_L(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha))(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha) + 2\sigma(\alpha) \text{sign}(\alpha) \sin^2(\alpha) \cos(\alpha), \quad (14)$$

$$\sigma(\alpha) = \frac{1 + e^{-M(\alpha-\alpha_0)} + e^{M(\alpha+\alpha_0)}}{(1 + e^{-M(\alpha-\alpha_0)})(1 + e^{M(\alpha+\alpha_0)})}. \quad (15)$$

Por otro lado, (16) representa al conjunto de momentos que actúan sobre el UAV. En dicha ecuación, el primer sumando representa a los momentos aerodinámicos, mientras que el segundo y el tercer sumando corresponden a los momentos propulsivos ocasionados por el par y al empuje que genera cada hélice, respectivamente.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_2 \cos(\tau_t) & -l_2 \cos(\tau_t) & 0 \\ l_1 \cos(\tau_t) & l_1 \cos(\tau_t) & -l_3 \cos(\tau_g) \\ l_2 \sin(\tau_t) & -l_2 \sin(\tau_t) & -l_3 \sin(\tau_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{p1} \\ f_{p2} \\ f_{p3} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \sin(\tau_t) & \sin(\tau_t) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\tau_g) \\ -\cos(\tau_t) & -\cos(\tau_t) & -\cos(\tau_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -m_{p1} \\ m_{p2} \\ m_{p3} \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \begin{bmatrix} b \left( C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta + C_{l_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{l_r} \frac{b}{2V_a} r \right) \\ c \left( C_m(\alpha) + C_{m_\alpha} \frac{c}{2V_a} q + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \right) \\ b \left( C_{n_0} + C_{n_\beta} \beta + C_{n_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{n_r} \frac{b}{2V_a} r \right) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

donde  $m_{pi}$ , con  $i = 1, 2$  y  $3$ , representan los módulos del torque generado por las hélices en (18), mientras que  $l_i$ , con  $i = 1, 2$  y  $3$ , se especifican en la Fig. 7.

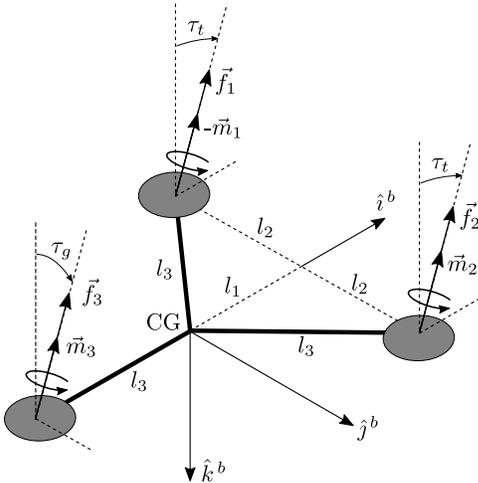


Fig. 7. Diagrama de fuerzas y momentos producidos por cada hélice.

### III-B. Parámetros del UAV híbrido

Para determinar el modelo matemático completo del UAV híbrido, queda obtener las constantes asociadas al mismo, a través de simulaciones y mediciones. Los parámetros del cuerpo se muestran en la Tabla II. Para obtener los valores de los tensores de inercia mostrados en la Tabla III se utilizó la herramienta SolidWorks donde  $\mathbf{J}_{X8}^{CG}$  representa el tensor de inercia respecto al centro de gravedad del Skywalker X8 mientras que  $\mathbf{J}_m^{CG}$  representa el tensor de inercia respecto al centro de gravedad de los motores. Luego, utilizando como referencia el diseño propuesto en [8], se realizaron modificaciones obteniendo el diseño mostrado en la Fig. 8.

Tabla II  
MASA Y LONGITUDES DEL UAV.

Parámetro	Valor	Unidad
Masa total (m)	3,8	kg
Longitud 1 ( $l_1$ )	0,275	m
Longitud 2 ( $l_2$ )	0,42	m
Longitud 3 ( $l_3$ )	0,52	m

Tabla III  
TENSORES DE INERCIAS.

Parámetro	Valor (kg-m <sup>2</sup> )
$\mathbf{J}_{X8}^{CG}$	$\begin{bmatrix} 0,17877 & 0 & 0,0080175 \\ 0 & 0,03041 & 0 \\ 0,0080175 & 0 & 0,20701 \end{bmatrix}$
$\mathbf{J}_m^{CG}$	$\begin{bmatrix} 0,0002418 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0002418 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0001911 \end{bmatrix}$



Fig. 8. Modelo CAD del UAV completo.

Para el caso de los parámetros aerodinámicos se usaron las constantes aerodinámicas obtenidas en [9]. Por otro lado, para los parámetros propulsivos se tomaron los datos de las tablas de [10], de forma a acoplar al modelo matemático los datos de empuje y torque generado, respecto a las revoluciones por minuto y el viento incidente. Con el fin de evitar las interpolaciones en estas tablas para determinar valores intermedios, se ajustaron los valores al siguiente conjunto de curvas:

$$f_p(x, y) = p_{00} + p_{01} x + p_{02} y + p_{03} x^2 + p_{04} x y + p_{05} y^2 + p_{06} x^3 + p_{07} x^2 y + p_{08} x y^2 + p_{09} y^3, \quad (17)$$

$$m_p(x, y) = p_{10} + p_{11} x + p_{12} y + p_{13} x^2 + p_{14} x y + p_{15} y^2 + p_{16} x^3 + p_{17} x^2 y + p_{18} x y^2 + p_{19} y^3, \quad (18)$$

donde  $x$  es la velocidad del rotor e  $y$  es la velocidad del viento incidente. Se empleó el método de ajuste de mínimos cuadrados ordinarios:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

donde  $\beta$  son los coeficientes y  $X$  son las variables independientes de las ecuaciones (17) y (18), mientras que  $Y$  son el conjunto de datos de empuje y torque de las hélices.

## IV. RESULTADOS OBTENIDOS

### IV-A. Obtención de los Puntos de Equilibrio

Desde el punto de vista matemático los puntos o trayectorias de equilibrio del sistema no lineal se obtienen al resolver la ecuación  $\dot{x} = f(x^*, u^*) = 0$ , determinando  $x^*$  y  $u^*$  tales que cumplan la condición [12]. Las ecuaciones (1)-(4) del UAV pueden representarse mediante la siguiente forma compacta:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad y = h(x(t)), \quad (19)$$

donde las variables  $x$  y  $u$  se representan mediante los siguientes vectores:

$$\begin{aligned} x &= [p_n \ p_e \ p_d \ u \ v \ w \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]^T, \\ u &= [X_{RPM_1} \ X_{RPM_2} \ X_{RPM_3} \ \tau_t \ \tau_g \ \delta_{er} \ \delta_{el}]^T. \end{aligned} \quad (20)$$

Las unidades de medidas utilizadas son: para  $p_n$ ,  $p_e$  y  $p_d$ , se usa m; para  $u$ ,  $v$  y  $w$ , se usa m/s; para  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  se usa rad; para  $p$ ,  $q$  y  $r$  se usa rad/s; para  $X_{RPM_1}$ ,  $X_{RPM_2}$  y  $X_{RPM_3}$  se usa rpm; y para  $\tau_t$ ,  $\tau_g$ ,  $\delta_{er}$ , y  $\delta_{el}$  se usa rad.

Para la obtención de los puntos de equilibrio se utilizó el software de simulación MatLab/Simulink, agregando las características no lineales complejas que presentan las ecuaciones dinámicas del UAV. Los puntos de equilibrio a encontrar son dos, uno para la topología ala rotativa y otro para la topología ala fija. Se analizaron solo estos dos puntos debido a que en general no se busca realizar vuelos del UAV en la topología híbrida, sino que ésta solo sirve para cambiar entre dos modos de vuelo. La condición de optimización para la topología ala rotativa es de un vuelo estático, mientras que para la topología ala fija es que mantenga una velocidad crucero de 22 m/s [13], ambos a 50 m de altura. Para determinar los mencionados puntos de equilibrio se necesitan de algoritmos de optimización, en este caso se utilizó el Toolbox Linear Analysis en la herramienta Matlab/Simulink con el algoritmo de optimización “trust-region-reflective” [14]. Los resultados de la optimización obtenidos para el caso de la topología ala rotativa son:

$$\begin{aligned} x &= [0 \ 0 \ -50 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,016 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ u &= [7627,47 \ 7627,47 \ 7727,11 \ 0 \ -0,047 \ 0 \ 0]^T, \end{aligned} \quad (21)$$

mientras que para el caso de la topología ala fija son:

$$\begin{aligned} x &= [0 \ 0 \ -50 \ 22,21 \ 0 \ 0,697 \ 0 \ 0,031 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \\ u &= [8565,93 \ 8565,93 \ 0 \ 1,57 \ 0 \ 0,01 \ 0,01]^T. \end{aligned} \quad (22)$$

Una vez encontrados los puntos de equilibrio en cada configuración del UAV, queda por analizar la región de convergencia en la que se obtuvieron estos resultados. Para ello se consideran 100 valores pseudo-aleatorios cercanos a los puntos iniciales de optimización en cada configuración del UAV. Esta cantidad de valores se debe al costo computacional que se requiere para la optimización de las ecuaciones utilizadas. Para cada uno de los mínimos locales determinados se analizaron las siguientes variables:

$$[\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r} \ p \ q \ r \ \ddot{p}_n \ \ddot{p}_e \ \ddot{p}_d \ \dot{p}_n \ \dot{p}_e \ \dot{p}_d \ p_d], \quad (23)$$

donde  $[\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]$  y  $[p, q, r]$  son respectivamente las aceleraciones y velocidades angulares respecto al marco de referencia del cuerpo, mientras  $[\ddot{p}_n, \ddot{p}_e, \ddot{p}_d]$  y  $[\dot{p}_n, \dot{p}_e, \dot{p}_d]$  son respectivamente las aceleraciones y velocidades lineales respecto al marco de referencia del inercial, y  $p_d$  es la altura.

Teniendo en cuenta las condiciones de optimización, los valores deseados para las variables (23) en la topología de vuelo en ala rotativa son:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -50], \quad (24)$$

mientras que para la topología ala fija son:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 22,22 \ 0 \ 0 \ -50]. \quad (25)$$

Comparando los resultados de la optimización de los 100 valores pseudo-aleatorios generados, se obtienen las siguientes observaciones: para la topología ala rotativa, el 98 % de las muestras se ajustan a los valores de (24) y todas esas muestras corresponden al resultado de (21). Con respecto a la topología ala fija, el 84 % de las muestras se ajustan a los valores de (25) y todas esas muestras corresponden al resultado de (22). Para ambas topologías existe un solo mínimo local.

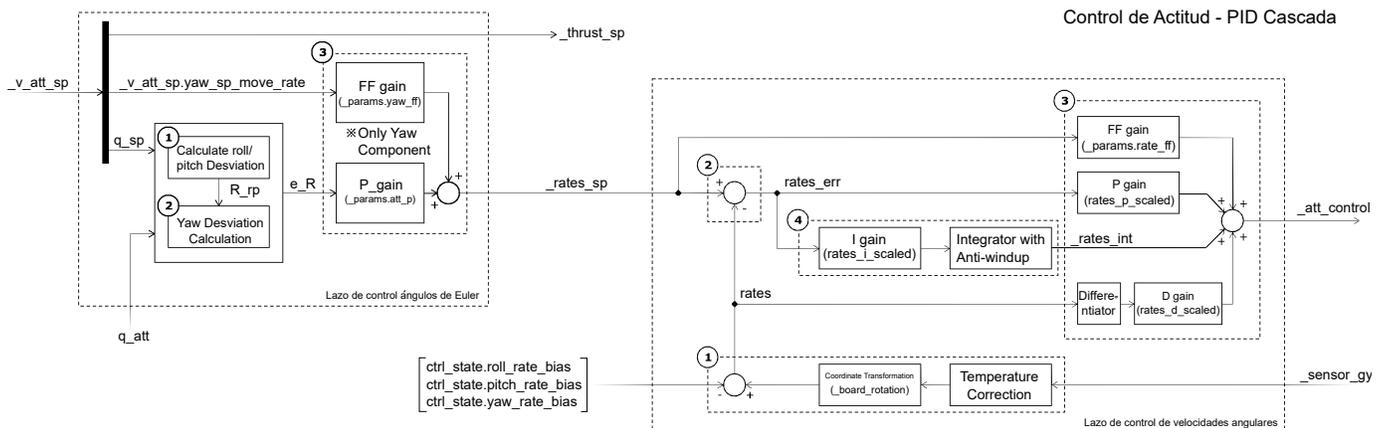


Fig. 9. Diagrama de bloque del PID en cascada para el control de actitud del UAV - Modo TriRotor [11].

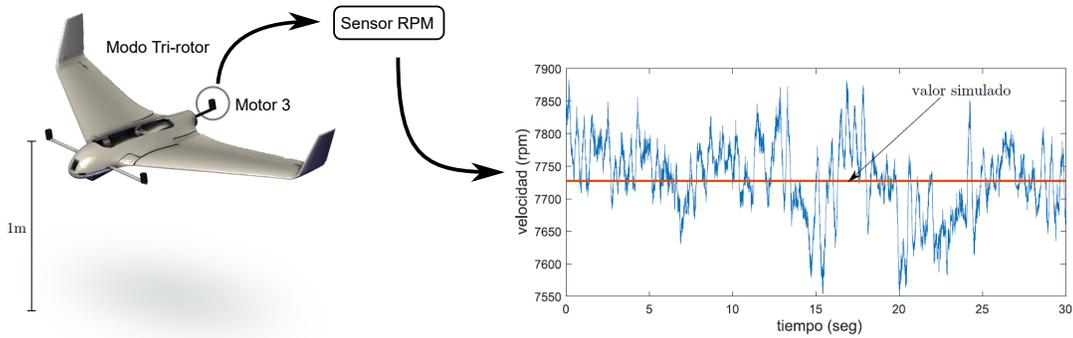


Fig. 10. Comparación entre el valor medido (azul) y el valor simulado (naranja) de la velocidad de rotación del motor trasero en un vuelo estático a baja altura.

#### IV-B. Validación experimental y prototipo final

Para obtener la validación experimental se realizaron pruebas en el modo de vuelo ala rotativa con ayuda de una estructura para el vuelo, dejando estático el UAV a una altura de 1m y así facilitar las mediciones de la velocidad angular del motor trasero con un sensor de rpm [15] y se comparó con el valor del punto de equilibrio en este modo de vuelo, obteniendo así el resultado de la Fig. 10.

Con el fin de demostrar el funcionamiento del UAV híbrido propuesto y, específicamente, del sistema de transición, se llevaron a cabo pruebas de vuelo utilizando la placa de desarrollo Pixhawk Autopilot (PX4) como computadora de vuelo y como estación de control la plataforma QGroundControl. El controlador utilizado dentro de esta plataforma es un proporcional-integral-derivativo (PID) en cascada (Fig. 9) que esta presente dentro del firmware PX4 [16]. El ajuste de los parámetros del controlador se realizó de forma empírica.

#### V. CONCLUSIONES

Este artículo presenta el diseño mecánico y el modelo matemático de un UAV híbrido para aplicaciones tales como el monitoreo de regiones geográficas de difícil acceso o vialidades, vigilancia de zonas de conservación ecológica, evaluación de desastres naturales, agricultura o seguridad. El diseño de la parte mecánica del sistema de transición se ajustó a los requerimientos de espacio y peso del UAV híbrido; además, en su implementación se utilizaron materiales económicos. Por otro lado, se propuso un modelo matemático no lineal que describe el comportamiento del UAV bajo diferentes circunstancias, determinando así puntos de equilibrio para el vuelo en sus diferentes topologías. Los modelos tridimensionales diseñados permitieron obtener características para el modelo matemático y realizar simulaciones para el sistema de transición. Las pruebas de vuelo fueron satisfactorias en el modo híbrido del UAV a bajas velocidades, teniendo siempre en cuenta la franja de seguridad determinada.

#### AGRADECIMIENTOS

La publicación se ha realizado en el marco del proyecto de investigación PINV15-0136 denominado “Vehículos aéreos no tripulados (UAV) en aplicaciones de fotogrametría para el

análisis planialtimétrico y cálculo de volumen” cofinanciado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología - CONACYT (Paraguay) con recursos del FEEI.

#### REFERENCIAS

- [1] M. Hassanalain and A. Abdelkefi, “Classifications, applications, and design challenges of drones: A review,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 91, pp. 99 – 131, 2017. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042116301348>
- [2] J. A. Bautista, A. Osorio, and R. Lozano, “Modeling and analysis of a tricopter/flying-wing convertible uav with tilt-rotors,” in *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2017, pp. 672–681.
- [3] A. Segales, R. Gregor, J. Rodas, D. Gregor, and S. Toledo, “Implementation of a low cost uav for photogrammetry measurement applications,” in *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2016, pp. 926–932.
- [4] Y. Kali, J. Rodas, M. Saad, K. Benjelloun, M. Ayala, and R. Gregor, “Finite-time altitude and attitude tracking of a tri-rotor uav using modified super-twisting second order sliding mode,” in *Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics - Volume 1: ICINCO*, INSTICC. SciTePress, 2018, pp. 435–442.
- [5] Y. Kali, J. Rodas, R. Gregor, M. Saad, and K. Benjelloun, “Attitude tracking of a tri-rotor uav based on robust sliding mode with time delay estimation,” in *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, June 2018, pp. 346–351.
- [6] (2018) Propiedades mecánicas de componentes fabricados mediante modelado por deposición fundida. [Online]. Available: <https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/5823>
- [7] R. W. Beard, *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice*. Princeton University Press, 2012.
- [8] (2018) X8 3d scanning. [Online]. Available: <https://diydrone.com/profiles/blogs/x8-3d-scanning>
- [9] K. Gryte, “High angle-of-attack landing of an unmanned aerial vehicle,” Master thesis, Norwegian University of Science and Technology, Julio 2015.
- [10] (2018) Apc propellers. [Online]. Available: [http://apcserve.w20.wh-2.com/v/PERFILES\\_WEB/PER3\\_12x45MR.dat](http://apcserve.w20.wh-2.com/v/PERFILES_WEB/PER3_12x45MR.dat)
- [11] (2018) Px4 project of the control algorithm commentary (mc\_att\_control). [Online]. Available: <https://qiita.com/daisuke-wakura/items/d68c749fba6dc11f26d6>
- [12] (2018) Control por linealización. [Online]. Available: <http://www.controldesistemasnolineales.com/control-por-linealizacion/>
- [13] (2018) Altas prestaciones planificación de misión - veronte. [Online]. Available: <https://products.embention.com/files/nmw210-datasheet-esp.pdf>
- [14] (2018) Linearize at trimmed operating point. [Online]. Available: <https://la.mathworks.com/help/slcontrol/ug/linearize-at-trimmed-operating-point.html>
- [15] (2018) Brushless motor rpm sensor v2. [Online]. Available: [http://www.eagletreesystems.com/index.php?route=product/product&product\\_id=64](http://www.eagletreesystems.com/index.php?route=product/product&product_id=64)
- [16] (2018) Px4 firmware. [Online]. Available: <https://github.com/PX4/Firmware>