UNIVERSIDAD NACIONAL DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLÓGICAS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS
MENCIÓN MATEMÁTICAS/FÍSICA/QUÍMICA

TÍTULO

ESTUDIO DE LOS EFECTOS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE DERIVADA COMO RAZÓN DE CAMBIO EN ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE CANINDEYÚ

AUTORA

ZUNILDA MARÍA LEIVA CÁCERES

CONCEPCIÓN, PARAGUAY

2017

ESTUDIO DE LOS EFECTOS DE LA UTILIZACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE DERIVADA COMO RAZÓN DE CAMBIO EN ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE CANINDEYÚ

AUTORA

Zunilda María Leiva Cáceres

TUTOR

Dr. Antonio Kiernyezny

CONCEPCIÓN, PARAGUAY

2017

Dedicatoria

A mi familia, quienes con su ejemplo, paciencia y amor me guiaron, y brindaron su apoyo incondicional.

Zunilda María Leiva Cáceres

Agradecimientos

Agradezco por sobre todo a mis padres, Bonifacio Leiva y Carmen Cáceres, por no medir esfuerzos para el logro de mi formación y la de mis hermanas, y a éstas por su apoyo incondicional.

Al Dr. Ramón Iriarte y al Dr. Antonio Kiernyezny por su ayuda y asesoramiento, la generosidad y la amabilidad que han demostrado ha sido un gran apoyo durante la realización de esta investigación.

A los directivos de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Nacional de Canindeyú quienes me han dado la oportunidad de cursar esta maestría y han apoyado el desarrollo del presente trabajo.

A los alumnos que conformaron el grupo experimental, quienes han demostrado buena predisposición para participar de los cambios hechos en la materia.

A mis queridos compañeros de la maestría, no solo por su ayuda durante la elaboración de este trabajo, sino por el compañerismo y la alegría que ha hecho este trayecto más grato y llevadero.

Resumen

Motivada por los bajos niveles obtenidos en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio, la presente investigación se propuso indagar sobre los efectos del uso del software GeoGebra para abordar este problema. La población del estudio estuvo conformada por 12 (doce) estudiantes universitarios que cursaban la asignatura Matemática III, del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la FACITEC de la UNICAN, y el experimento se desarrolló durante el segundo semestre del año 2017. El enfoque adoptado fue mixto, con diseño de triangulación concurrente y alcance descriptivo. El grupo experimental, conformado mediante un muestreo no probabilístico, estuvo conformado por doce alumnos y el grupo de control por seis alumnos. El experimento se desarrolló en tres fases: a) en la primera se aplicaron una prueba diagnóstica y de evaluación de actitudes ante las matemáticas a ambos grupos; b) en la segunda etapa se desarrollaron clases sobre derivadas con GeoGebra con el grupo experimental y sin GeoGebra con el grupo de control, y se observaron la comprensión de las derivadas y el uso del software en el grupo experimental; c) en la tercera etapa se aplicaron nuevamente la evaluación de actitudes ante las matemáticas y evaluación sobre derivadas a ambos grupos y una evaluación de actitudes hacia GeoGebra al grupo experimental. Los resultados demostraron una diferencia significativa a favor del grupo experimental en los aprendizajes del concepto y las aplicaciones de derivadas y en las actitudes hacia las matemáticas después del experimento, según prueba T Student. Se concluyó que utilizar GeoGebra bajo las condiciones del experimento mejora el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada, las actitudes de los estudiantes, además de lograr aceptación y aprobación del software. Se recomienda replicar el experimento en otros contextos con una mayor cantidad de estudiantes.

Palabras clave: TICs en enseñanza-aprendizaje, GeoGebra, TICs en matemáticas.

Abstract

Motivated by the low levels obtained in the learning of the concept and the applications of the derivative as a reason for change, the present investigation set out to investigate the effects of using the GeoGebra software to address this problem. The study population consisted of 12 (twelve) university students who were studying the subject Mathematics III, of the third semester of the Systems Analysis career of the FACITEC of UNICAN, and the experiment was developed during the second semester of the year 2017. The approach adopted was mixed, with concurrent triangulation design and descriptive scope. The experimental group, formed by a non-probabilistic sampling, was made up of twelve students and the control group by six students. The experiment was developed in three phases: a) in the first phase, a diagnostic test and assessment of attitudes to mathematics were applied to both groups; b) in the second stage, classes on derivatives with GeoGebra were developed with the experimental group and without GeoGebra with the control group, and the understanding of the derivatives and the use of the software in the experimental group were observed; c) in the third stage, the assessment of attitudes to mathematics and evaluation of derivatives to both groups and an evaluation of attitudes towards GeoGebra to the experimental group were applied again. The results showed a significant difference in favor of the experimental group in the learning of the concept and the applications of derivatives and in the attitudes toward mathematics after the experiment, according to Student's T test. It was concluded that using GeoGebra under the conditions of the experiment improves the learning of the concept and derivative applications, the attitudes of the students, in addition to achieving acceptance and approval of the software. It is recommended to replicate the experiment in other contexts with a greater number of students.

Key words: TICs in teaching-learning, GeoGebra, TICs in mathematics.

Índice

Lista de Figuras

Lista de Tablas

Lista de siglas

ABP: Aprendizaje Basado en Problemas.

AIR: Instituto Americano de Investigación.

CAS: Sistema de Cálculo Simbólico o Computational Algebra System.

DGS: Sistema de Geometría Dinámica.

FACITEC: Facultad de Ciencias y Tecnología.

IREM: Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas.

PBL: Problem Based Learning.

PEA: Proceso de enseñanza – aprendizaje.

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences.

TIC: Tecnologías de la Información y la Comunicación.

UNICAN: Universidad Nacional de Canindeyú.

ZPD: Zona de Desarrollo Próximo.

Lista de Apéndices

Lista de Anexos

Introducción

La presente investigación trata de la utilización de un software educativo como recurso para la enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial. Esta propone verificar cuáles son los efectos de la utilización de GeoGebra, un software educativo orientado a la enseñanza de la matemática, como recurso para el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú, en las sedes de Salto del Guairá y Curuguaty, durante el segundo periodo lectivo período 2017.

Para el efecto, durante el segundo periodo lectivo del año 2017 se aplicó una propuesta didáctica basada en la utilización de GeoGebra para la enseñanza del tema derivadas como razón de cambio sobre un enfoque constructivista en un grupo experimental, mientras que en otro grupo de control se continuó aplicando la estrategia habitual, de tal modo la investigación propuesta tiene un diseño cuasi-experimental con alcance descriptivo y de enfoque mixto, con recolección de datos a priori mediante la aplicación de evaluaciones y encuestas de preguntas cerradas tanto a priori como a posteriori.

Entre los antecedentes de la investigación se pueden citar los experimentos de: Ruíz, Ávila, & Villa Ochoa (2008) quienes constataron que "la producción del conocimiento a partir de la manipulación, la visualización, la utilización de software educativos y el uso de diversos contextos o representaciones, permiten que los docentes mejoren significativamente sus herramientas de trabajo dentro del aula", por otra parte, estudios recientes realizados por Lopez & Cerezo (2013) concluyeron que el uso de una metodología activa como la resolución de problemas con GeoGebra resulta eficaz para desarrollar competencias geométricas, asimismo, Martínez Tamayo (2013) resalta la potencialidad de interactiva de GeoGebra.

La relevancia de esta investigación radica en que a partir de este experimento se podría mejorar la calidad de las secuencias didácticas aplicadas en el desarrollo de las clases de Matemática III, específicamente en el tema derivada, para contribuir a mejorar el aprendizaje en el estudio del cálculo diferencial y de este modo disminuir el porcentaje de aplazo registrado en la materia y consecuentemente reducir las tasas de deserción de la carrera de Análisis de Sistemas.

Entre las contribuciones de la investigación se podría destacar el diseño de una propuesta pedagógica basada en la utilización del software GeoGebra que provee el espacio propicios para vivenciar el fenómeno estudiado de forma inmediata y un costo accesible, que podrá ser reproducida y adaptada para los demás temas del Cálculo diferencial, teniendo en cuenta que los estudiantes de la carrera de Análisis de Sistemas demandan una enseñanza de Matemáticas que no puede estar direccionada a la simple repetición de algoritmos, según el Modelo Nacional de Acreditación de la Educación Superior ANEAES (2014) en sus criterios de calidad para licenciaturas en el área de informática expresa que la carrera debe garantizar entre las competencias de los profesionales que titula: aplicar un conjunto específico de conocimientos científicos, matemáticos y tecnológicos a un problema del área informática, tomando en consideración restricciones físicas, económicas, ambientales, humanas, éticas, políticas, legales y culturales, y que además los conceptos matemáticos son fundamentales para el análisis, planeamiento, diseño, programación y evaluación de sistemas informáticos como también en la comprensión de aspectos teóricos de la informática, algoritmos y estructuras de datos (pp. 7- 8).

Asimismo, la investigación enfatiza la actitud de los estudiantes hacia la materia y la propuesta didáctica mediante instrumentos confeccionados al propósito y aplicados tanto antes del experimento como después, en este sentido Bazán G. & Sotero (1998) definen la actitud hacia las Matemáticas como un fenómeno que involucra sentimientos, creencias y tendencias de los estudiantes a actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemático, además Hidalgo Alonso, Maroto Sáez, & Palacios Picos (2004) resalta la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas.

Por tales motivos, este trabajo está estructurado en cinco capítulos, en el capítulo I se realiza la presentación de la investigación, donde se detallan tema, título y planteamiento del problema de la investigación que a su vez contempla contexto del estudio, preguntas de investigación, objetivos, justificación e hipótesis.

En el capítulo II se presenta los conceptos principales y el sustento teórico de la tesis, resultante del análisis de libros físicos y digitales y estudios científicos que exponen las implicancias de una propuesta didáctica, teniendo como objeto matemático la derivada, basada en la utilización del software educativo GeoGebra, además se exponen las normativas por las cuales se rige la misma.

El capítulo III se titula marco metodológico se detallan enfoque, diseño y alcance de la investigación, se definen población y muestra, además de procedimientos, técnicas e instrumentos de recolección de datos, fases, pruebas de validez y confiabilidad, análisis de resultados y la operacionalización de las variables.

Los resultados se contemplan en el capítulo IV donde se presenta el análisis de a través de tablas y gráficos estadísticos de los datos procesados mediante SPSS y Excel, para el efecto se recurrió a la estadística descriptiva y al contraste de hipótesis suponiendo medias iguales mediante la prueba T de Student.

Se finaliza la tesis en el capítulo V con la conclusión donde se sintetiza el análisis de la sección anterior mediante la inferencia en función a los objetivos e hipótesis formulados, también se exponen las limitaciones de la investigación y las sugerencias para trabajos posteriores.

CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

I.1 Tema de la Investigación

Utilización de software educativo como recurso para la enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial.

I.2 Título de la Investigación

Estudio de los efectos de la utilización del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto de derivada como razón de cambio en estudiantes de la Universidad Nacional de Canindeyú.

I.3 Planteamiento del Problema

Cálculo diferencial es una parte importante del análisis matemático que consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones o campos objetos del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada tal como lo citan Restrepo y sus colaboradores (2014).

En la carrera de Análisis de Sistemas, de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Nacional de Canindeyú, el cálculo diferencial forma parte del programa de estudios de la asignatura Matemática III, desarrollada en el tercer semestre de la carrera e impartida desde el año 2013. Su importancia reside en proveer, al estudiante, las herramientas básicas para resolver problemas vinculados con funciones matemáticas que puedan presentarse al analista de sistemas.

Según los registros de evaluaciones de la materia, en los tres años de implementación de la misma, se constató un rendimiento académico bajo. Evidenciado por una media de aplazo del 30 % y una calificación promedio de 2,5 en una escala del 1 al 5.

De acuerdo a la experiencia de la autora del presente trabajo, quien se desempeña como docente de la materia desde el inicio de su implementación, y conforme a los registros de evaluaciones obrantes, las evaluaciones sobre derivadas son las que presentaron los peores resultados. Este contenido es imprescindible para el avance con los demás contenidos del programa de la materia.

El bajo rendimiento del alumno en el contenido sobre cálculo diferencial compromete a sus resultados finales de la materia. Constituye un riesgo para su continuidad en la carrera, pues la materia es correlativa con otra asignatura. Si bien los alumnos aprueban la materia (Matemática III), lo hacen con competencias mínimas y esto reduce su posibilidad de alcanzar niveles de excelencia en su formación. Asimismo, las dificultades con el contenido de cálculo diferencial podrían generar la desmotivación y la posterior deserción del estudiante, al no poder avanzar de manera regular en sus estudios y concluir la carrera en el tiempo estipulado.

La comprensión del análisis matemático es un problema corriente, que podría estar asociado a causas que van desde la forma cómo se desarrolla en el individuo el pensamiento formal hasta la manera como se enseñan los contenidos relacionados al Cálculo Diferencial.

Muchas son las técnicas aplicadas en el área de las matemáticas que tienen como propósito mejorar la comprensión del contenido. En este trabajo se propuso la utilización de las TIC.

"GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar"("Instituto GeoGebra Internacional," 2018). Podría ayudar a mejorar los aprendizajes en calculo diferencial. Lombardo, Caronía, Operuk, & Abildgaard (2012), manifiesta que dicha herramienta puede proveer un entorno significativo; mediante la simulación de operaciones matemáticas que en ocasiones son difíciles de asimilar pues los contenidos se caracterizan por su alta complejidad y por tener un elevado nivel de abstracción, incentivando la imaginación y la creatividad de los alumnos. La propuesta se alinea a lo señalado por Carrillo de Albornoz (2010), quien afirma que el software GeoGebra no sólo permite construcciones geométricas, sino también permite representar funciones, ingresando su ley de formación en la barra de entrada, inclusive utilizando los comandos se puede obtener la función derivada y a la vez su representación gráfica, facilitando así la interpretación. Se trata de una herramienta con la que se puede trabajar cualquier contenido matemático por su sencillez, además es un software libre, en continuo desarrollo y disponible en español.

Esta investigación se llevó a cabo con estudiantes que se encontraban cursando la asignatura Matemática II, en el primer periodo académico del año 2017, de la carrera de Análisis de Sistemas de la FACITEC de la UNICAN, para estudiar los efectos de la utilización de GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada.

Desde el año 2011 la FACITEC ofrece la carrera de Análisis de Sistemas en ambos campus, actualmente cuenta con 136 alumnos matriculados en la sede de Salto del Guairá y 107 alumnos matriculados en Curuguaty, totalizando 243 alumnos, además cuenta con un plantel de 43 docentes, las clases son impartidas en el turno noche, por lo que el alumnado se caracteriza por ser jóvenes trabajadores; es decir, no son de dedicación exclusiva. Esta investigación se llevó a cabo con estudiantes del tercer semestre de dicha carrera que se encuentren cursando la asignatura Cálculo Diferencial e Integral durante el primer periodo lectivo del 2017.

I.3.1 Contexto del Estudio

La investigación fue ejecutada en la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Nacional de Canindeyú.

La UNICAN fue creada por Ley de la Nación Nº 3.980/10, está ubicada en el Departamento de Canindeyú. La sede de la UNICAN está en la ciudad de Salto del Guairá, y cuenta con dos filiales: una en la ciudad de Katuete y otra en la ciudad de Curuguaty.

Los datos mostrados a continuación fueron otorgados por la Dirección General Académica, corresponden al año 2016. Según la misma, en ese año la UNICAN tenía 1458 alumnos, 229 docentes y 76 funcionarios que conformaban las cinco Facultades:

1. Ciencias Económicas y Empresariales (FACEM).
2. Ciencias Jurídicas y Sociales (FACIJS).
3. Ciencias Agropecuarias y Ambientales (FCAA).
4. Ciencias y Tecnología (FACITEC).
5. Ciencias de la Salud (FACISA).

Las carreras impartidas por sede y filial se pueden ver en la Tabla 1.

Tabla 1. Carreras impartidas por la UNICAN según sede y/o filial

Facultad	**Carreras por sede y/o filial**		
	Sede Salto del Guairá	**Katueté**	**Curuguaty**
FACEM	Contaduría Pública y Administración de Empresas.	--	Contaduría Pública y Administración de Empresas.
FACIJS	Derecho.	---	Derecho.
FCAA	---	Ingeniería Agronómica.	Veterinaria.
FACITEC	Análisis de Sistemas.	---	Análisis de Sistemas.
FACISA	Enfermería.	---	---

La distribución de alumnos inscriptos por carrera se puede ver en la Tabla 2.

Tabla 2. Distribución de alumnos por carrera - UNICAN

Carrera	**Salto del Guairá**	**Curuguaty**	**Katueté**	**Total**
Derecho	181	97		**278**
Contaduría Pública	259	168		**427**
Administración de Empresas	129	87		**216**
Ingeniería Agronómica		41	78	**119**
Análisis de Sistemas	136	107		**243**
Veterinaria		113		**113**
Enfermería	62			**62**
Total	**767**	**613**	**78**	**1458**

La universidad está dirigida por el Rectorado. Cada facultad tiene como máxima autoridad a un decano y la unidad académica cuenta con distintas direcciones.

La FACITEC es la cuarta facultad creada en la UNICAN, inició sus actividades académicas en el año 2011, cuenta con la carrera de Análisis de Sistemas y está habilitada en la sede de la universidad y en la filial Curuguaty. Las clases son impartidas en horario nocturno, su alumnado se caracteriza por estar integrado por jóvenes trabajadores, es decir, no son alumnos con dedicación exclusiva. Al año 2016 tenía: 243 alumnos, de los cuales 136 estaban matriculados en Salto del Guairá y 107 en Curuguaty, y un plantel de 43 docentes.

I.3.2 Formulación de Preguntas de la Investigación

I.3.2.1 Pregunta principal

¿Cuáles son los efectos de la utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú, durante el período 2017?

I.3.2.2 Preguntas específicas

1. ¿Qué conocimientos previos tienen los estudiantes para iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio?

2. ¿Qué capacidades tienen los estudiantes para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio?

3. ¿Qué diferencias se observan en las actitudes hacia las matemáticas, entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en su proceso de aprendizaje y los que no lo han utilizado?

4. ¿Qué diferencias se observan en los niveles de comprensión y aplicación de derivada como razón de cambio, entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en su proceso de aprendizaje y los que no lo han utilizado?

5. ¿Cuáles son las actitudes de los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra durante el experimento hacia su aplicabilidad en el aprendizaje del concepto de derivada como razón de cambio y sus aplicaciones?

I.3.3 Objetivos de la Investigación

I.3.3.1 Objetivo General

Estudiar los efectos de la utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú, durante el periodo 2017.

I.3.3.2 Objetivos Específicos

1. Examinar los conocimientos previos de los estudiantes para iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio.

2. Determinar las capacidades que tienen los estudiantes para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada como razón de cambio.

3. Establecer las diferencias de actitudes ante las matemáticas entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en el aprendizaje de derivada como razón de cambio y los que no lo han utilizado.

4. Establecer las diferencias en los niveles de comprensión y aplicación de derivada como razón de cambio, entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en su proceso de aprendizaje y los que no lo han utilizado.

5. Describir las actitudes de los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra durante el experimento hacia su aplicabilidad en el aprendizaje del concepto de derivada como razón de cambio y sus aplicaciones

I.3.4 Justificación

En el nuevo escenario de la Educación Superior se requiere que el alumno aprenda a aprender y a pensar, guiado por los profesores. Esta investigación puede ayudar a mejorar la práctica de la enseñanza y, en consecuencia, el proceso y los resultados de aprendizaje de los alumnos, a través de la aplicación de la herramienta GeoGebra. Con este software el alumno tiene la posibilidad de aprender en un entorno menos imaginario, más visual, en el que experimentan, manipulan variables y figuras y trabajan de manera autónoma con contenidos que se caracterizan por su alta complejidad, por tener un elevado nivel de abstracción.

Es usual que los alumnos apenas logren obtener derivadas de funciones por medio de fórmulas, raramente comprenden para qué se realizan los algoritmos y el significado de los conceptos. En consecuencia, no logran asociar las ideas claves del cálculo en la resolución de problemas y esto impide que adquieran un sentido real de lo aprendido, generando al mismo tiempo dificultades para transferir las capacidades desarrolladas a nuevos contextos y situaciones que se plantean en otros campos de conocimiento. Según Fonseca & Neto (1994), cuando los alumnos consiguen relacionar los contenidos abordados con probables situaciones reales que serán vivenciadas en el futuro, casi siempre buscan asimilar los conocimientos y desenvuelven habilidades con mayor rapidez.

Lopez & Cerezo (2013) concluyeron en un estudio reciente que el uso de una metodología activa como la resolución de problemas con GeoGebra resulta eficaz para desarrollar competencias geométricas. En otro estudio, Ruíz, Ávila, & Villa Ochoa (2008) pudieron constatar que “la producción del conocimiento a partir de la manipulación, la visualización, la utilización de software educativos y el uso de diversos contextos o representaciones, permiten que los docentes mejoren significativamente sus herramientas de trabajo dentro del aula”.

Los antecedentes teóricos mencionados sugieren que el uso del software GeoGebra puede ser también una alternativa para promover mejores aprendizajes en el estudio del cálculo diferencial y de este modo mejorar el rendimiento registrado en la materia Matemática III y consecuentemente reducir las tasas de deserción de la carrera de Análisis de Sistemas.

La conveniencia de utilizar GeoGebra como apoyo didáctico se basa en su capacidad para generar procesos de aprendizaje más centrados en el estudiante y la posibilidad de funcionar en múltiples plataformas, ya sea computadoras de escritorio, laptops, tabletas e incluso en un Smartphone; lo cual da un amplio margen de flexibilidad para su utilización.

Los resultados del estudio propuesto brindarán valiosos aportes al desarrollo de la didáctica de las Matemáticas, particularmente en lo que se refiere de la efectividad del uso de un software especializado como GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje de nivel universitario, con esto se verían beneficiados los docentes y los alumnos.

Los resultados de este estudio también podrán beneficiar a la FACITEC y a la UNICAN como un todo. Pues en la institución se han hecho esfuerzos para poner a disposición, de docentes y alumnos, una infraestructura adecuada que facilite el uso de las TIC en el proceso enseñanza – aprendizaje. Y con esto, se podría elevar los estándares de calidad de la formación de grado, tal y como se espera en una facultad tecnológica, en la que el uso de las TIC en el aula, debería constituir una práctica cotidiana en todas las disciplinas del currículum.

Finalmente, la investigación puede aportar nuevos instrumentos para analizar y evaluar periódicamente la eficiencia del uso de software, como GeoGebra, en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Los procedimientos generados podrían permitir traducir los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje en términos cuali-cuantitativos, e incluso podrían llegar a ser aplicadas a las demás asignaturas de la carrera. Por los motivos expuestos, se evidencia la necesidad de invertir tiempo, recursos y esfuerzos para llevar adelante la investigación propuesta.

I.3.5 Hipótesis

H_0: La utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje, mejora los niveles de comprensión del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú

H_1: La utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje, no mejora los niveles de comprensión del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú

CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL

II.1 Marco Conceptual

II.1.1 Enseñanza de las matemáticas

En este apartado se desarrolla una breve reflexión sobre la práctica de la enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de Godino, Batanero, & Font (2012), quienes hacen una distinción entre la concepción platónica-idealista y la concepción constructivista.

La concepción platónica-idealista plantea que el alumno debe adquirir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática, de tal modo que la matemática pura y la aplicada serían dos disciplinas distintas; y las estructuras matemáticas abstractas deben preceder a sus aplicaciones en la Naturaleza y Sociedad, en decir, no hay que preocuparse por las aplicaciones en otras áreas (p. 20).

En oposición a ésta, la concepción constructivista considera que debe haber una estrecha relación entre las matemáticas y sus aplicaciones, pues es importante mostrar a los alumnos la necesidad de cada parte de las matemáticas antes de que les sea presentada, es decir, los alumnos deberían ser capaces de distinguir cómo cada parte de las matemáticas satisfacen una cierta necesidad (p. 20).

Se considera, por lo tanto, que la concepción constructivista es la más apropiada para esta investigación, pues ésta busca un cambio de actitud ante la disciplina, justamente resaltando la importancia que tiene la misma ante las necesidades que presenta la carrera y las aplicaciones de ésta en la vida profesional, pues un buen profesional tanto de esta área como de cualquier otra debe estar formado integralmente y no mecánicamente, tal característica le ayudara a afrontar los retos del entorno y poder sobrellevarlos de la mejor manera posible, la formación constructivista busca potenciar el espíritu crítico y reflexivo por parte del individuo, haciéndolo arquitecto de la formación de su conocimiento y de esta manera logrando una mejor internalización de los conceptos aprendidos hoy para que estos le sean útiles en el mañana

II.1.2 Aprendizaje de las matemáticas

Considerando los criterios comunes entre la mayoría de los profesionales de la educación; una definición general oportuna es que "el aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia" (Schunk, 2012, p. 3).

Díaz Barriga (2002) menciona que la postura constructivista se opone a la concepción del alumno como un mero receptor o reproductor de los saberes culturales o la idea de que el desarrollo es la simple acumulación de aprendizajes específicos, además estos planteamientos son congruentes con la filosofía educativa que indica que la institución educativa debe promover el doble proceso de socialización y de individualización, que debe permitir a los alumnos construir su identidad personal en el marco de un contexto social y cultural determinado.

Por otra parte, Ausubel (1978) sostiene un punto de vista cognitivo, y concibe que aprendizaje se ocupa principalmente de la adquisición y retención de grandes cuerpos de significado, éste exalta la importancia del aprendizaje significativo cuya particularidad reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial con lo que el alumno ya sabe, señaladamente algún aspecto esencial de su estructura de conocimientos, además presupone que tanto el alumno tenga una predisposición para relacionar el material nuevo con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él.

La presente investigación subyace a estas concepciones y se enfoca en plantear una propuesta didáctica basada en la utilización del software educativo como coadyuvante en el proceso de brindar una experiencia perdurable y aplicable del objeto matemático derivada como razón de cambio. Para el efecto en el apartado 2.2 titulado Marco teórico se profundiza la enseñanza específica de la disciplina desde los inicios de la didáctica de las matemáticas en los años 60 en el Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM) de Francia y resaltando las metodologías que influencian dicha propuesta: Singapur, Pólya y ABP.

II.1.3 Actitudes ante las matemáticas

Se puede definir a la actitud como "una tendencia psicológica que se expresa por una evaluación de una entidad particular con cierto grado de agrado o desagrado" (Eagly & Chaiken, 2005, p. 747)

Hidalgo Alonso, Maroto Sáez, & Palacios Picos (2004) resalta la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y que además de pueden distinguir dos grandes acepciones la actitud hacia las matemáticas se refieren interés por esta materia y por su aprendizaje y las actitudes matemáticas es el modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., que son importantes en el trabajo en Matemáticas (citado por NCTM, 1989, Callejo, 1994).

Este autor plantea la diferenciación entre dos conceptos muy parecido semánticamente pero a su vez estudiados a profundidad plantean una concepción muy diferente, por una parte la actitud hacia las matemáticas contempla la importancia que cada uno le otorga a la materia y su aprendizaje, aspecto que se vuelve trascendental pues si el estudiante no demuestra apertura al aprendizaje difícilmente este puede llegar a surgir; por otro lado se encuentra la actitud matemática, que consiste en la forma, la manera o las cualidades que posee el estudiante para el desarrollo de la materia propiamente dicha. Ambas de gran importancia para el aprendizaje significativo del estudiante, pues debe existir una actitud positiva para que la manera justa de desarrollar el pensamiento matemático conlleve resultados positivos.

Bazán G. & Sotero (1998) definen la actitud hacia las Matemáticas como un fenómeno que involucra sentimientos, creencias y tendencias de los estudiantes a actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemático, de tal modo que los componentes de la actitud son: cognitivo (pensamientos, ideas, conocimientos, creencias, opiniones y prejuicios concernientes al objeto de la actitud); afectivo (todos los afectos y emociones de la persona hacia el objeto social específicamente en términos de las evaluaciones positivas y negativas) y comportamental, (predisposición de la persona a responder a la tendencia a comportarse), estas dimensiones fueron tomadas en cuenta como parámetro para la clasificación de las dimensiones tomadas en los instrumentos de evaluación de actitudes.

II.1.4 Software educativo para Matemáticas

Los softwares educativos son productos informáticos “pensados para ser utilizados en un proceso formal de aprendizaje y por ese motivo se establece un diseño especifico a través del cual se adquieran unos conocimientos, una habilidades, unos procedimientos, en definitiva, para que un estudiante aprenda” (Gros, 2000, p. 1).

Son un complemento ideal para poder afianzar los conocimientos adquiridos en forma teórica porque se fundamental en la experimentación, en la manipulación, en el ensayo y la construcción de conocimientos que son la base de una metodología constructivista.

Para Gomes et al. (2002), los softwares educativos pata Matemáticas atiende a objetivos tales como: fuente de información, auxiliar en el proceso de construcción de conocimientos, desenvolver la autonomía del razonamiento, la revelación y la creación de soluciones (citado por Gladcheff, Zuffi & Silva, 2001).

Son considerados como auxiliares pues no son imprescindibles para la adquisición de conocimientos, pero si aportan mayor riqueza al desarrollo de ciertas actividades pues materializan algunos conceptos que sin su utilización solo seria abstractos. Permiten además entender los procesos y los cambios que se dan de manera dinámica, afianzando así los conocimientos teóricos adquiridos.

Las características de estas tecnologías lograron cambios a nivel cognitivo asociados según Vence Pájaro (2014) a tres particularidades de estos recursos: la facilidad de tener a la mano diversas representaciones de un mismo concepto matemático, poder relacionarlas activamente unas con otras y la manipulación de objetos matemáticos y sus relaciones.

II.1.5 GeoGebra

“GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar” (“Instituto GeoGebra Internacional,” 2018), actualmente es el proveedor líder de software de matemática dinámica, apoyando la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (citado por STEM: Science Technology Engineering & Mathematics). Se trata de un software libre que fue desarrollado por Markus

Hohenwarter en el año 2001 como trabajo de final de una maestría en la Universidad de Salzburgo ubicada en Austria según el Observatorio Tecnológico (2012), además cuenta con una comunidad, con millones de usuarios en casi todos los países, donde tanto profesores como alumnos pueden experimentar, descubrir, analizar, investigar, relacionar y aprender.

Por su característica de software libre se convierte en una herramienta sumamente valiosa tanto para docentes como para estudiantes que sin obstáculos ni restricciones pueden acceder a la misma, además como ventaja se destaca la facilidad de manipulación, una muy importante cantidad de material de apoyo tutorial que brinda cada vez mayores conocimientos y mayores formas de aplicar esta herramienta, convirtiéndose así es una aliada para el desarrollo del proceso enseñanza – aprendizaje.

II.1.6 El Cálculo diferencial

El Cálculo; tal como lo citan Restrepo y sus colaboradores (2014), incluye el estudio de los límites, derivadas, integrales y series infinitas, más específicamente, el cálculo infinitesimal es el estudio del cambio, tiene vastas aplicaciones en la ciencia y la ingeniería y se la utiliza para solucionar problemas para los cuales el álgebra por sí sola es exigua. Éste incluye dos campos principales, cálculo diferencial y cálculo integral. El cálculo diferencial es una parte importante del análisis matemático que consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones o campos objetos del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada.

Esta arista de la matemática se convierte en parte fundamental de la investigación realizada pues los integrantes del grupo experimental poseen dentro de la malla curricular desarrollada esta asignatura como componente fundamental de su formación.

II.1.7 La Derivada

La derivada es de especial interés para el cálculo diferencial el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee, apoyándose así en el concepto básico del límite, que constituye la principal herramienta que permite desarrollar la teoría. “La derivada de una función puede interpretarse geométricamente como la pendiente de una curva, y físicamente como una razón instantánea de cambio". (Pérez, 2009, p. 202)

La propuesta didáctica de esta investigación plantea la noción de derivada de una función en un punto combinando tanto el significado gráfico (tangente, interpretación gráfica) como el analítico (razón de cambio).

La combinación del sustento teórico que aporta la definición y la utilización de la herramienta GeoGebra se convierte en un valor agregado fundamental para la correcta interpretación del concepto de derivada a través de los diferentes medios tanto gráficos como analíticos descriptos en el párrafo anterior y logra cumplir con el fin de desarrollar una metodología constructivista del aprendizaje y que logre que este ultimo sea verdaderamente significativo y trascendental para el estudiante dentro del proceso enseñanza – aprendizaje.

II.2 Marco Teórico

En esta sección se presenta el sustento teórico de la tesis, resultante del análisis de libros físicos y digitales y estudios científicos que exponen las implicancias de una propuesta didáctica, teniendo como objeto matemático la derivada, basada en la utilización del software educativo GeoGebra.

Para estructurar la teorización las principales variables de la investigación se abordaron los siguientes ejes temáticos: teorías del aprendizaje, proceso de enseñanza y aprendizaje, el enfoque de las competencias, el acto didáctico, didáctica de las Matemáticas, TIC aplicadas al PEA de las matemáticas, GeoGebra y el Cálculo.

II.2.1 Teorías de aprendizaje

La orientación del proceso didáctico en esta investigación se ha basado en la revisión de algunas teorías de aprendizaje actuales; en el sentido de que son muy pertinentes para el escenario académico contemporáneo. Llegando a explorar concepciones del significado del aprendizaje y los procesos descriptos por algunos de los más grandes referentes constructivistas. Considerando los criterios comunes entre la mayoría de los profesionales de la educación; una definición general oportuna es que "el aprendizaje es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia" (Schunk, 2012).

El autor define de esta manera tres criterios que implican que el aprendizaje: implica un cambio, perdura a largo tiempo y ocurre por medio de la experiencia.

El aprendizaje por ende implica un cambio en la conducta de la persona, si existe aprendizaje significativo este cambio de conducta perdurara en el tiempo y se lo obtiene a través de la experimentación. Las teorías del aprendizaje buscan describir de manera practica el camino a seguir para el logro del fin propuesto, para que los conocimientos que existen en el medio puedan ser adquiridos e internalizados.

II.2.1.1 Aprendizaje por descubrimiento de Bruner

Jerome Bruner fue un psicólogo y pedagogo estadounidense que se ha dedicado a desenvolver una teoría de aprendizaje basada en el constructivismo, y da inicio a la revolución cognitiva, que es el paso de la conducta como sujeto de estudio, a la mente humana.

Guilar (2009) la describe de forma sintética, "el sujeto codifica y clasifica los datos que le llegan del entorno a través de categorías de las que dispone para comprenderlo" (p. 237). Relata tres formas de representaciones propuestas por Bruner: enético; a partir de la relación inmediata con el objeto, icónico; parecido, como la asociación con una imagen, y simbólico; depende de un sistema de signos, como la representación de una palabra.

La propuesta de Bruner consiste en afirmar que estos modos de representación se desarrollan a medida que los niños y niñas evolucionan cognitivamente y son reflejo de las etapas de desarrollo cognitivo de Piaget, pero que pueden actuar en simultáneamente. Propone por lo tanto una educación construida sobre currículos en espirales, profundizando más y mejor el conocimiento en función del nivel de desarrollo cognitivo del alumno.

Bruner (1991), avanza en sus investigaciones y llega a la revolución cultural, que busca la ciencia de lo mental en torno a los actos de significado y los procesos mediante los cuales se crean, negocian y comparten dentro de una comunidad, cuyo instrumento pasa a ser la narrativa, así cuando el sujeto narra una historia necesariamente debe tomar una postura sobre ésta, contrayendo así significados a partir de experiencias.

II.2.1.2 Aprendizaje significativo de Ausubel

Barriga (2002) menciona que Ausubel como un referente del constructivismo "concibe al alumno como un procesador activo de la información, y dice que el aprendizaje es sistemático y organizado, pues es un fenómeno complejo que no se reduce a simples asociaciones memorísticas" (p. 35), señalando así la importancia del conocimiento previo como unas de las bases del aprendizaje significativo. No obstante, defiende dos dimensiones de éste: el modo de adquirir conocimientos y la forma de crear estructuras cognitivas, que definen a su vez la recepción y el descubrimiento como tipos de aprendizaje y, la repetición y el significado como posibles modalidades.

Novak describe la teoría constructivista de Ausubel diciendo que, "para que se produzca un auténtico aprendizaje, es decir aprendizaje a largo plazo, es necesario conectar la estrategia didáctica del profesor con las ideas previas del alumnado y presentar la información de manera coherente y no arbitraria" (Ballester, 2002, p. 2). En necesario por lo tanto que el profesor conozca el ambiente en el que se encuentra inmerso el alumno y los conocimientos que ya posee.

El investigador Moreira (2012), menciona que Ausubel llamaba a estos conocimientos de subsunsor o idea ancla, "subsunsor es el nombre que se da a un conocimiento específico, existente en la estructura de conocimientos del individuo, que permite darle significado a un nuevo conocimiento que le es presentado o que es descubierto por él" (p. 30). De esta manera las informaciones ganan significado nuevos para el alumno o mayor estabilidad cognitiva, sucesivamente "el subsunsor va adquiriendo muchos significados, haciéndose cada vez más capaz de servir de idea-ancla para nuevos conocimientos" (Moreira, 2012).

II.2.1.3 Aprendizaje colaborativo sociocultural de Vygotsky

El aprendizaje es una experiencia compartida, es decir; una experiencia social, más que una experiencia individual, no sólo es consecuencia del desarrollo cognitivo del individuo, sino la construcción del conocimiento es el resultado de interacciones sociales y del uso del lenguaje, de esta manera diverge con la teoría de desarrollo cognitivo de Piaget, y considera que el aprendizaje no sólo es consecuencia del desarrollo cognitivo del individuo. En este aspecto Ferreiro Gravié (2007) recuerda que para aprender significativamente es preciso, que ocurra la interacción del sujeto que aprende, con otros que le ayuden a "moverse de un no saber, a saber, de no poder hacer, a saber hacer, y lo que es más importante de no ser, a ser" (citado por Vygotsky, 1997).

"El aprendizaje colaborativo, es otro de los postulados constructivistas que parte de concebir a la educación como proceso de socioconstrucción que permite conocer las diferentes perspectivas para abordar un determinado problema, desarrollar tolerancia en torno a la diversidad y pericia para reelaborar una alternativa conjunta" (Calzadilla, 2002, p. 3). El aprendizaje colaborativo genera ambientes que posibilitan el intercambio de ideas, el desarrollo de habilidades comunicativas y sociales; además el logro de metas se da en cooperación con otros.

Todo aprendizaje en la tiene una experiencia previa, todo niño ya ha tenido una fase anterior a la escolar, "por tanto aprendizaje y desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño" (Carrera & Mazzarella, 2001, p. 43). El mismo señala que Vygotsky distingue dos niveles de evolución:

Nivel evolutivo real: actividades que los niños pueden realizar por sí solos y que son indicativas de sus capacidades mentales retrospectivamente.

Nivel de desarrollo potencial: si el niño no logra una solución independientemente del problema, sino que llega a ella con la ayuda de otros que ya posee el conocimiento de la habilidad.

Ambos dan lugar a la zona de desarrollo próximo, uno de los pilares angulares de la teoría sociocultural, que consiste en distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial. La ZPD delimita aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, por lo tanto, determina el desarrollo mental prospectivamente, dejando clara la relación de dependencia de una interacción con otras personas.

II.2.1.4 Constructivismo. Rol del estudiante

El constructivismo surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano, expresa Díaz Barriga (2002). Destaca además “la convicción de que el conocimiento se construye activamente por sujetos cognoscentes, no se recibe pasivamente” (p. 25), refutando la concepción del alumno como un mero receptor o reproductor de informaciones, o del aprendizaje como una simple acumulación de ideas específicas.

La finalidad de la educación, ante el paradigma constructivista, es de promover los procesos de socialización y de individualización, es decir; “los alumnos desarrollan sus propias estrategias de aprendizaje, señalan sus objetivos y metas, al mismo tiempo que se responsabilizan de qué y cómo aprender” (Calzadilla, 2002, p. 4, citado por Gros, 1997, p. 99). Es necesario permitir a los alumnos desempeñar su rol de construir una identidad personal en el marco de un contexto social y cultural determinado.

Schunk (2012), plantea tres perspectivas del constructivismo: el constructivismo exógeno se refiere a las influencias externas sobre la construcción del conocimiento; propios para medir el grado de exactitud de las percepciones del alumno, el constructivismo endógeno enfatiza la relación de los procesos cognoscitivos, “las estructuras mentales se crean a partir de estructuras anteriores y no directamente” (citado por Bruning et al., 2004), de modo que el conocimiento se desarrolla a través de la actividad cognoscitiva de la abstracción; cumple así un papel importante para averiguar de qué manera los alumnos adquieren mayores niveles de competencia, y el constructivismo dialéctico, el cual sostiene que las construcciones reflejan los resultados de las contradicciones mentales que se generan al interactuar con el ambiente.

En este sentido para la filosofía constructivista el docente debe encargarse de monitorear el rol del alumno como gestor de su propio aprendizaje, que presenta características de ser activo, constructivo y reflexivo, que se involucra de manera que sea el mismo quien explora y manipula los resultados de su aprendizaje; además de ser verdadero, desafiador, contextualizado y colaborativo, a medida que sitúe su aprendizaje en situaciones reales, lo cual le preparar para futuros retos.

II.2.2 Proceso de Enseñanza – Aprendizaje, saberes teóricos:

La razón de ser de la enseñanza a lo largo del tiempo es la de generar nuevas propuestas de aprendizaje acordes al entorno socio-temporal, en este sentido el proceso de enseñar sólo puede ser concebida inherente al proceso de aprendizaje, incluso Contreras (1994), la define como “El binomio enseñanza-aprendizaje” (Contreras, 1996:19). Asimismo, enseñar no implica que el aprendizaje se produzca automáticamente, sino que implica dos procesos. La primera es individual; aprender, donde cada persona aprende a su manera y la otra es la de enseñar, donde se pretende dar todas las facilidades para que el alumno pueda aprender, desde el punto de vista del constructivismo prevalecen procesos activos en la construcción del conocimiento; donde un sujeto cognitivo aportante que aprovecha los que existe en su entorno.

II.2.3 El enfoque de las competencias

Villa Sánchez & Villa Leicea (2007) sostienen que el concepto de competencia integra diversos elementos: motivos, actitudes y valores, conocimientos y habilidades intelectuales, técnicas, normas y procedimientos que diferencian la actuación o el comportamiento en el desempeño académico-profesional (p. 19).

Este enfoque procura el “desarrollo integral de los estudiantes basado en la adquisición y desarrolla sus habilidades, actitudes y valores, como también un conocimiento que pueda ser transferible a las diversas situaciones laborales, profesionales y sociales en las que puede verse inmerso” (p. 17).

II.2.4 El acto didáctico

Menese (2007), se refiere al acto didáctico como facilitador del aprendizaje, y lo define como “la actuación del profesor para facilitar los aprendizajes de los estudiantes” (citado por Marquès, 2001), señalando un acto de naturaleza substancialmente comunicativa, de esta manera indica que dos condiciones necesarias para el logro de determinados objetivos de los procesos de aprendizaje: la actividad interna del alumno y la multiplicidad de funciones del docente. Así pues, las intervenciones del docente por medio de las actividades educativas propuesta a los alumnos; que estén dispuestos a someterse al seguimiento y desarrollo de las mismas, para facilitar el aprendizaje, constituyen el acto didáctico en sí.

El mismo autor postula que el acto didáctico se trata de un proceso complejo, y cita algunos elementos que lo componen: el profesor, los estudiantes, los objetivos educativos, el contexto, los recursos didácticos y la estrategia. De modo que el profesor es el que planifica actividades centradas en ayudar a los alumnos para que puedan, sepan y quieran aprender, que se basan en una estrategia didáctica concreta por medio de los cuales se intenta alcanzar de ciertos objetivos educativos, llevados al finalizar el proceso a evaluación para valorar el nivel de adquisición de los mismos.

Ciertamente mediante la interacción con los recursos formativos los estudiantes intentan efectuar aprendizajes específicos a partir de la orientación profesor que fundamenta el desarrollo de contenidos para lograr los objetivos educativos, que pueden diferenciarse en tres tipos: herramientas esenciales para el aprendizaje, contenidos básicos de aprendizaje, valores y actitudes. El profesor debe ser consciente del contexto, es decir dominar los factores intervinientes tales como espacio, tiempo y particularidades del alumnado, para poder tomar decisiones con respecto a los recursos de utilizados, ya que el éxito de la aplicación de éstos depende directamente de tales variables, además de las estrategias aplicadas y la manera como éstas son aplicadas a su vez.

Asimismo, las estrategias didácticas pretenden facilitar el aprendizaje al proporcionar a los estudiantes: motivación, información y orientación por lo que es fundamental recordar algunos principios: considerar las características como estilos cognitivos y de aprendizaje de los estudiantes, las motivaciones e intereses de los mismos, organización, planificación de recursos, utilización de metodologías activas, manejar adecuadamente los errores para que sea punto de partida de nuevos aprendizajes, impulsarlos a ser agentes de su propio aprendizaje e incentivar el aprendizaje colaborativo y realizar una evaluación al concluir cada ciclo.

Según Meneses (2007) varios autores también conciben al acto didáctico como una relación comunicativa y plantean que las interacciones entre alumno y profesor, pero que van "más allá de la simple emisión de los contenidos de aprendizaje". La comunicación didáctica se compone de: la fuente de información (profesor, materiales), los mensajes didácticos (actividades, contenidos), el destinatario (alumno) y el contexto (de aula e institucional). Sin embargo, cumple con ciertas características: es institucionalizada, intencional, forzada, jerárquica y grupal.

II.2.5 Metodología de la enseñanza. Didáctica de matemáticas

La referencia a la metodología supone las consideraciones sobre el camino más propicio para transmitir los contenidos, procedimientos y principios a los alumnos y que se logren los objetivos de aprendizaje, es decir, la metodología consiste en la elección de la hoja de ruta que garantiza el cumplimiento del ciclo de proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido Parra et al. (1994), describe que la didáctica de las matemáticas surge en los años 60, como respuesta de un grupo de matemáticos del Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM) de Francia, quienes buscaban complementar la formación matemática de los maestros y la producción de materiales de apoyo para el trabajo en aula.

El IREN empleaba experimentaciones como prueba de factibilidad de dichas producciones antes de difundirlos al sistema educativo, dichas prácticas de validación fueron dando así lugar a elaboraciones para controlar y producir acciones sobre la enseñanza, "se plantea, en otros términos, la investigación científica de los procesos que tienen lugar en el dominio de la enseñanza escolar de las matemáticas" (Parra et al., 1994). La didáctica como campo científico entra en llega a su apogeo y se desarrollan metodologías y se habla por primera vez en ingeniería didáctica, sin embargo, la investigación de los fenómenos conexos a la enseñanza de las matemáticas no se pueden comprimir a la observación y análisis de los procesos de clase, ya que a través de ésta se pretende determinar de las condiciones en las que se produce la apropiación del saber por los alumnos, y para esto necesita ejercer un cierto grado de control sobre ellas, lo que a su vez envuelve que el investigador debe participar del diseño de las situaciones didácticas que analiza.

Como mencionan Artigue y sus colaboradores (1995), mientras otros tipos de investigación fundados en la experimentación en clase se sitúan por lo general dentro de un enfoque comparativo con validación externa, comparando las estadística del rendimiento de grupos experimentales y grupos de control. La metodología de la ingeniería didáctica, por el contrario, se basa en el registro de los estudios de caso y cuya validación es en esencia interna, apoyada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

> Aprender un concepto matemático, por lo tanto, implica dominar un conjunto de propiedades que emergen distintas situaciones y que son medidas por diferentes sistemas de representación. Dominar un campo conceptual significa saber resolver problemas en situaciones diversas en las cuales determinado concepto está inserto (Gomes et al., 2002, p. 2)

II.2.5.1 El Método Singapur

Espinoza y sus colaboradores (2016), describen la Metodología Singapur se fundamenta una "estructura pentagonal que articula el desarrollo de conceptos, habilidades, procesos matemáticos, metacognición y actitudes necesarias para el aprendizaje, cuyo foco central es la resolución de problemas en contextos significativos" (p. 93). Dicha metodología pretende "asegurar que todos los estudiantes alcancen un nivel de dominio que les servirá para la vida" (p. 94).

La metodología plantea una secuencia de avances mediante los cuales se espera que los estudiantes puedan reconocer la relación entre los datos y la incógnita del problema, comprenderlo mejor y resolverlo, es decir, en aprendizaje de las matemáticas debe darse progresivamente desde lo concreto, pasando por lo pictórico hasta llegar a la representación abstracta:

Concreto: a través de actividades que permiten la manipulación de materiales que representan conceptos matemáticos.

Pictórico: el alumno ilustra dichas representaciones para ayudarlos a visualizar y resolver problemas.

Abstracto: los estudiantes estructuran algoritmos, utilizando signos y símbolos matemáticos.

"La propuesta está estructurada con criterios didácticos que relacionan las nociones matemáticas, promueven la apropiación progresiva de un lenguaje matemático y utilizan varios recursos como medios fundamentales para el aprendizaje" (Espinoza et al., 2016).

De modo que las experiencias de aprendizaje necesarias son proveídas a los estudiantes, en periodo y en secuencia adecuados, de manera gradual y sistemática para fortalecerlos, modularlos y extenderlos paulatinamente, con una orientación de aproximación en espiral, hasta consolidar una construcción robusta del conocimiento.

Investigaciones internacionales han dado evidencia de los efectos positivos de la metodología Singapur, tales como el Instituto Americano de Investigación (AIR, por sus siglas en inglés) en el 2005 reportó experiencias piloto en Estados Unidos, aplicadas en una población estable de estudiantes y un claro compromiso institucional para apoyar la introducción de los textos de Singapur, produjeron mejoras considerables en los resultados de los alumnos. Por otro lado, el Educational Research Institute of America (ERIA) aplicó un estudio en Nueva Jersey, cuyo informe (citado por Conner, 2010) menciona que el uso del texto de Singapur permitió a los alumnos con 12,4 puntos por sobre la media en los resultados en la prueba estatal.

En contrapartida Espinoza y sus colaboradores consideran la influencia de otros factores fundamentales para una implementación efectiva de ésta, tales como docentes capacitados e instituciones comprometidos, y cita el reporte de McKinsey & Company (2007) el cual sostiene la importancia de tres aspectos para que los sistemas educativos sean exitosos: "conseguir a las personas más aptas para ejercer la docencia, desarrollarlas hasta convertirlas en instructores eficientes y garantizar que el sistema sea capaz de brindar la mejor instrucción posible a todos los niños" (p. 96).

II.2.5.2 El Método de Pólya

Hernández & Villalba (1994), mencionan que el húngaro George Pólya alcanzó su doctorado en la Universidad de Budapest, fue maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zurich, Suiza y en 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford. Su aporte a las matemáticas consta de inúmeras obras literarias, producto de sus estudios dirigidos al proceso del descubrimiento, y dejó un importante legado en la enseñanza de estrategias para resolver problemas, éste sostenía que "para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta".

Éste hace una deferencia entre resolver ejercicios y problemas, ya que en el primero se dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que permita responder de manera inmediata, mientras que el segundo involucra la reflexión del individuo para desarrollar una estrategia para resolver la incógnita, “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (Boscán & Klever, 2012, p. 11, citado por Pólya, 1880).

Las autoras también apuntan que Pólya introdujo el concepto de heurística, que se refiere a “comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso” (citado por Pólya, 1965, p. 102), que indican que la resolución de problemas es una experiencia didáctica que favorece la construcción de conocimiento. Para ello ha elaborado, define cuatro fases: la comprensión del problema, la concepción de un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

La teoría de Polya afirma que el alumno al sentirse parte del proceso se internaliza de manera más comprometida con las acciones, busca el camino a seguir, se cuestiona, y con los errores aprende de manera mas significativa, con la teoría de George Polya se fomenta el espíritu crítico reflexivo y por ende el mejor desarrollo del intelecto de la persona.

La comprensión del problema, es la primera fase y es la etapa del cuestionamiento y de la identificación de datos e incógnitas, que para el autor implica en apropiarse y verbalizar la idea. En esta como en todas las fases siempre estarán presentes preguntas detonantes que guiarán el proceso de resolución de problema, como por ejemplo: Se comprende lo que solicita el problema?, se cuenta con todos los datos?

La segunda fase es la concepción de un plan, en esta fase el docente debe guiar al estudiante para la concepción de un plan, pero sin imponérselo, y sin marcarle exactamente el camino, sino más bien problematizando la situación y logrando que el estudiante decida cuál sería el mejor plan para resolver la situación. Surgen aquí preguntas como: ¿Es este problema similar a otro ya desarrollado?, Cual sería la matematización correcta? ¿O que operaciones debería aplicar para resolver la situación que el enunciado expresa?

Posterior a ésta se da lugar a la tercera fase, ejecutar el plan, donde se implementa la estrategia concebida hasta llegar a la solución del problema o hasta llegar a una decisión que envuelva cambiar el plan.

Por último, la cuarta fase, mirar hacia atrás es una visión retrospectiva en donde se tiene que reconsiderar la solución, así como el procedimiento que llevó a ésta. Verificar si la decisión tomada fue la correcta, si el procedimiento posee un único paso o tiene otros mecanismos para poder llegar a la solución, este paso no solamente se cierra a responder el enunciado del problema, sino que da una mirada a todo lo desarrollado hasta ahora y busca la correcta interpretación e internalización del problema resuelto.

II.2.5.3 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Tradicionalmente en el proceso educativo, el docente explica plantea los saberes teóricos, para en seguida proponer a los alumnos una actividad de aplicación de dichos contenidos. En contramano a esta práctica, el ABP se plantea como medio para que los estudiantes adquieran independientemente esos conocimientos y los apliquen para solucionar un problema real o ficticio, es decir, sin que el docente utilice la transmita directamente los conceptos.

Amarilis y Badith (2013), definen el ABP como un método educativo centrado en el estudiante que “desarrolla en éste el aprendizaje continuo, la autoconfianza, autodirección, manejo del cambio, entre otras características que son importantes para su preparación y formación académica. Además, promueve el desarrollo de una cultura de trabajo interpersonal-colaborativo” (p. 13). Los mismos, narran la aparición del ABP en Universidad de McMaster (Canadá) entre las década de los 60 en el área de Medicina con un plan curricular que usaba el “Problem Based Learning (PBL)”, allí se formaban pequeños grupos de estudiantes para trabajar en el estudio de un problema, abocándose a generar soluciones viables, con los objetivos de aprendizaje introducidos en forma directa y no de manera aislada o fragmentada, razón por la cual sigue vigente y adaptándose de forma paulatina en diferentes áreas.

Según los mismos autores es necesario seguir algunas fases a llevar a cabo para implementar esta metodología: primeramente, el profesor crea el problema, de acuerdo a los objetivos de aprendizaje correspondiente, también prevé momentos acertados para realizar intervenciones y analiza el problema para formular la hipótesis y llevar a cabo un reconocimiento de la información necesaria para comprobar la hipótesis. Luego el docente presenta el problema los estudiantes, quienes consideran el problema y establecen planes de su propio aprendizaje además de investigar los temas a estudiar, en este punto el profesor realiza un cronograma de sesiones de asesorías de tutorías, para las debidas orientaciones.

Finalmente, una vez que se obtenga la solución del problema, se realiza la presentación acompañada de una retroalimentación final sobre los resultados obtenidos y el aprendizaje desarrollado.

II.2.6 Actitudes ante las Matemáticas

Se puede definir a la actitud como "una tendencia psicológica que se expresa por una evaluación de una entidad particular con cierto grado de agrado o desagrado" (Eagly & Chaiken, 2005, p. 747).

Esto indica que una persona evalúa con agrado cuando valora algo de forma positiva, mientras que si evalúa con desagrado lo hace de forma negativa.

Los autores citados anteriormente hablan además de que el "atractivo de las investigaciones sobre actitudes se basa en la amplitud e inclusividad del grupo de áreas que caen dentro de este dominio" (p. 743), pues las actitudes integran cogniciones, los afectos y conductas, además de la ambivalencia según la cual la persona puede tener una actitud intrínseca o extrínseca.

> En el caso de las matemáticas algunos investigadores señalan que se produce un bloqueo emocional o "barrera psicológica" entre el estudiante y la asignatura (citado por Nimier,1977 y Truttschel, 2002) e incluso, se observa que, muchos alumnos muestran temor y odio hacia la misma (Mato & De la Torre Fernández, 2009, p. 286).

Hidalgo Alonso, Maroto Sáez, & Palacios Picos (2004) resalta la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y que además de pueden distinguir dos grandes acepciones la actitud hacia las matemáticas se refieren interés por esta materia y por su aprendizaje y las actitudes matemáticas es el modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., que son importantes en el trabajo en Matemáticas (citado por NCTM, 1989, Callejo, 1994).

Bazán G. & Sotero (1998) definen la actitud hacia las Matemáticas como un fenómeno que involucra sentimientos, creencias y tendencias de los estudiantes a actuar de manera particular, acercándose o alejándose del objeto matemático, de tal modo que los componentes de la actitud son:

Componente cognitivo: se refiere a los pensamientos, ideas, conocimientos, creencias, opiniones y prejuicios referentes al objeto de la actitud, por ejemplo, un alumno puede tener la creencia de que las matemáticas son importantes.

Componente afectivo: todos los afectos y emociones de la persona hacia el objeto social específicamente en términos de las evaluaciones positivas y negativas, es decir que por ejemplo el alumno puede ser reacio a las matemáticas.

Componente comportamental: son las predisposiciones de la persona a responder a la tendencia a comportarse.

Estos componentes fueron tomados en cuenta como parámetro para la clasificación de las dimensiones tomadas en los instrumentos de evaluación de actitudes.

II.2.7 TIC aplicadas al PEA de las matemáticas

Vivimos en una era de globalización donde a diario nos encontramos con avances tecnológicos capaces de modificar el comportamiento de la sociedad, convivimos con la llamada generación Z, formada por jóvenes y niños que nacieron y crecieron con acceso libre a las innovaciones tecnológicas y que según Fernández Cruz & Fernández Díaz(2016) se caracterizan por absorber rápidamente las nuevas tendencias tecnológicas, tales como búsquedas rápidas en internet de todo tipo de contenido, comunicación continua en inúmeras redes sociales, el uso casi intuitivo de las computadoras, smatphones, tablets y otros.

Este cambio de conducta de la sociedad exige también un cambio en el paradigma del sistema educativo en general, y de acuerdo con Camacho (2015) la integración de las TIC en la educación superior es inevitable; no es algo por hacer: es una realidad. No se puede hablar hoy día de las enseñanzas sin incluir las Tecnología de la Información y Comunicación como un coagente en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

En vista de las exigencias actuales del sistema educativo ante la incorporación de las TIC en el proceso didáctico, esta investigación plantea la utilización de un software educativo para facilitar la comprensión de conceptos y nociones de la derivada como razón de cambio.

Asimismo, el Ministerio de Educación y Cultura (2009) en su Plan 2024 considera como uno de sus principales desafíos la incorporación de la ciencia y la tecnología para el mejoramiento de un sistema de gestión educativa eficiente y eficaz. Los docentes deben acompañar el cambio que se produce y por lo tanto deben incluir en el proceso de enseñanza los nuevos materiales pedagógicos para que produzca un gran impacto en el aula.

> Las TIC, se han convertido en una poderosa herramienta didáctica que suscitan la colaboración en los alumnos, centrarse en sus aprendizajes, mejoran la motivación y el interés, promueven la integración y estimulan el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender (Vence Pájaro, 2014, p. 6)

Las TIC pueden aportar: acceso a todo tipo de información; todo tipo de proceso de datos, y de manera rápida y fiable; canales de comunicación inmediata, sincrónica y asincrónica, para difundir información y contactar cualquier persona o institución del mundo, y de esta manera contribuir a la construcción de un nuevo sistema educativo dentro de una sociedad de conocimiento.

Por otra parte Ruiz, García Sánchez, & Hernández Pina (2015) asume que:

> Insertar las TIC en un contexto educativo no es garante de mejora de la calidad de la educación, pero, aunque no sean el único camino hacia los cambios buscados, supone un recurso válido, al tiempo que un pilar básico de la sociedad del conocimiento. Por este motivo, sus posibilidades y ventajas para el contexto educativo universitario se multiplican exponencialmente, no por ser idóneas per se, sino porque están prácticamente al alcance de todos los docentes y estudiantes. (p. 76)

Gomes y sus colaboradores (2002) recuerdan que, “más importante que el software, en sí, es el modo en que se utilizará, ya que ningún software es, en términos absolutos, un buen software” (citado por Meira, 1998, p. 2). Lo sustancial es que la elección del mismo se base en la propuesta pedagógica de matemáticas (citado por Hinostroza & Mellar, 2001), ya que no se elabora una propuesta de enseñanza para usar un software; por el contrario, se elige el software en función de la propuesta de enseñanza adoptada.

II.2.7.1 Competencias Tecnológicas y actitudes ante las TIC

Ser competente "implica no solo de saber hacer una cosa muy bien, sino que también describirla, demostrarla y sustentar con pertinencia un dominio competencial concreto" (Ahumada, 2013, p. 144).

En este sentido Bosco (2007) menciona la importancia de entender la tecnología, es decir, que más allá de mero usuario se debe ser un agente que se apropia de los recursos tecnológicos en función de sus intereses, integrándolos como ayudas al aprendizaje, y que requiere el desarrollo de la dimensión instrumental, cognitiva y actitudinal-política (citado por Area, 2001).

En la presente investigación se considera tres dimensiones para evaluar las actitudes de los alumnos que han utilizado GeoGebra en su proceso de aprendizaje ante dicho software, equivalentes a las citadas anteriormente como: adaptación, conocimiento y aprobación respectivamente, donde la dimensión adaptación se refiere al dominio práctico del software y el hardware, la dimensión conocimiento a aprender a utilizar de forma inteligente la información y la dimensión aprobación a desarrollar actitudes positivas hacia el recurso.

II.2.8 ¿Qué es GeoGebra?

"GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar" ("Instituto GeoGebra Internacional," 2018), actualmente es el proveedor líder de software de matemática dinámica, apoyando la educación en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (citado por STEM: Science Technology Engineering & Mathematics). Se trata de un software libre que fue desarrollado por Markus Hohenwarter en el año 2001 como trabajo de final de una maestría en la Universidad de Salzburgo ubicada en Austria según el Observatorio Tecnológico (2012), además cuenta con una comunidad, con millones de usuarios en casi todos los países, donde tanto profesores como alumnos pueden experimentar, descubrir, analizar, investigar, relacionar y aprender.

Se trata de un software que conecta geometría, álgebra y hoja de cálculo de forma completamente dinámica, cuenta con una interfaz muy fácil de usar, a pesar de contar con poderosas herramientas, es una herramienta de autoría para crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web y se trata de un software de código abierto disponible gratuitamente para usos no comerciales.

Dadas la características ya citadas de dicho programa se puede afirmar que "es una herramienta útil para el desarrollo de competencias en el alumnado, por el carácter intuitivo del software y por las intervención llevada a cabo con él", según (López & Cerezo, 2013, p. 1011).

II.2.8.1 Funciones de GeoGebra

Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa y está disponible en español, incluido el manual de ayuda.

Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ello, ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás. Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

La funcionalidad más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geo**metría) y otra en la Vista Algebraica (Ál**gebra**), como se puede aprecias en la figura 1.

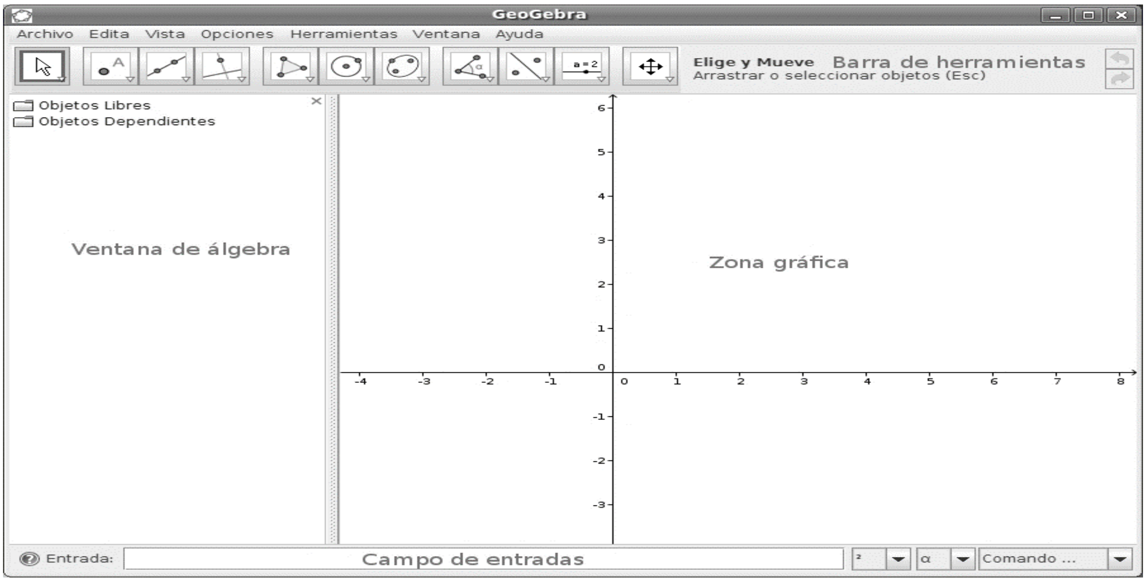


Figura 1. Interfaz del GeoGebra

De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas, ya que a todos los objetos cargados tanto por la barra de entrada o mediante la barra de herramientas, también se incorporan en la zona gráfica les corresponden una expresión en la ventana algebraica y viceversa, que pueden ser manipulados por el deslizador.

II.2.8.2 Formas de trabajar con GeoGebra

El software permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real que además, revelan las relaciones existentes entre la figura construida; y la transformación dinámica de los objetos que la componen.

"Una potencialidad ineludible del GeoGebra es que los estudiantes pueden explorar funciones complejas de manera interactiva, con eficiencia y precisión" (Martínez Tamayo, 2013, p. 2).

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí, es decir indistintamente, solamente relacionada con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

II.2.8.3 Herramientas para el profesor y para el alumno

El profesor puede utilizarlo en construcciones ya creadas por otras personas o las creadas por el mismo para: crear materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia, crear actividades para que los alumnos manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

Mientras que el alumno puede manipular construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen, para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.

Esta es una herramienta de utilidad tanto para el docente, pues le brinda una manera concreta de explicar las teorías manejadas en el desarrollo de las clases, como para los estudiantes que ven reflejadas sus acciones en productos concretos y dinámicos.

II.2.8.4 GeoGebra en smartphones

Existe además la versión beta, que es una versión de prueba de GeoGebra para dispositivos móviles que utilizan el sistema operativo Android, en la página oficial de del software hay noticias de que para la versión para iOS está en desarrollo. Esta versión incluye Vista gráfica y la Vista algebraica, y gran parte de las funciones de la versión para PC, como se puede apreciar en la figura 2.

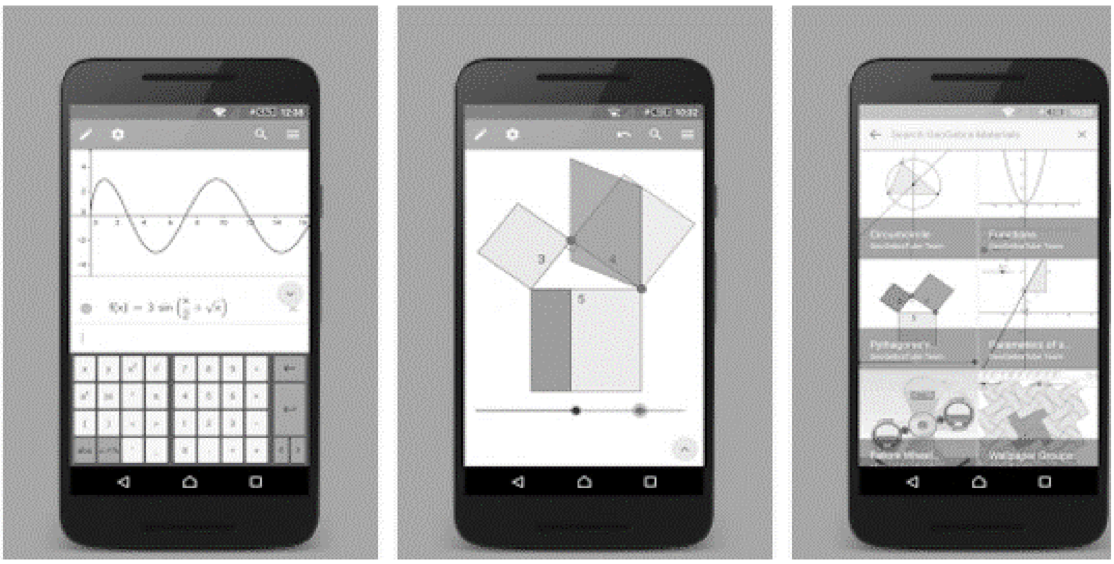


Figura 2. Interfaz GeoGebra Smartphone

También hay algunos beneficios exclusivos de esta versión, tales como: editor de ecuaciones, de funcionamiento nativo, reconocimiento de figuras dibujadas a mano, arrastrar y animar deslizadores en la Vista algebraica, todo corre en forma nativa (LaTeX, CAS, etc.)

II.2.9 El Cálculo

El Cálculo; tal como lo citan Restrepo y sus colaboradores (2014), incluye el estudio de los límites, derivadas, integrales y series infinitas, más específicamente, el cálculo infinitesimal es el estudio del cambio, tiene vastas aplicaciones en la ciencia y la ingeniería y se la utiliza para solucionar problemas para los cuales el álgebra por sí sola es exigua. Éste incluye dos campos principales, cálculo diferencial y cálculo integral. El cálculo diferencial es una parte importante del análisis matemático que consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones o campos objetos del análisis. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada.

Fiallo & Parada (2014), relatan que el Cálculo Diferencial es una de las disciplinas que simboliza mayores problemáticas entre los alumnos del nivel universitario, por varios motivos, tales como, "la falta de los conceptos previos necesarios para el inicio del curso y la dificultad que se presenta en los estudiantes para comprender los conceptos fundamentales" (p. 56).

Los autores mencionados en el párrafo anterior proponen el desarrollo de un curso de precálculo, orientado al repaso de temas como: algebra, ecuaciones, inecuaciones, geometría analítica y funciones.

En la fase inicial de esta investigación se aplicó una prueba diagnóstica a los alumnos que participaron del estudio, para determinar los conocimientos previos que poseían los alumnos antes del desarrollo de la propuesta didáctica en cuestión, donde se abordaron conceptos aritméticos, algebraicos, geométricos y de funciones.

II.2.9.1 La Derivada

La derivada es de especial interés para el cálculo diferencial el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee, apoyándose así en el concepto básico del límite, que constituye la principal herramienta que permite desarrollar la teoría. “La derivada de una función puede interpretarse geométricamente como la pendiente de una curva, y físicamente como una razón instantánea de cambio”. (Pérez, 2009, p. 202)

A principios del siglo XVII se desconocían los métodos generales para calcular la tangente a una curva en un punto de la misma, pero este inconveniente se presentaba a menudo en mecánica, en óptica y en geometría, y generalmente se resolvía, de forma geométrica, con técnicas adaptadas a cada caso particular. La dificultad está en que, siendo la tangente una recta, hacen falta dos puntos de la misma, o bien un punto y su pendiente, para poderla determinar. Por ejemplo, si se quiere hallar la tangente a una curva de ecuación cartesiana $y = f(x)$ en el punto $(a,\ f(a))$, inicialmente Pierre de Fermat y más tarde por Newton, utilizaron la estrategia que consiste en aproximar la tangente por rectas secantes cuyas pendientes sí pueden calcularse directamente.

Si se consideremos la recta que une el punto $(a,\ f(a))$ con un punto cercano $(x,\ f(x))$, de la gráfica de f, esta recta se llama una secante (recta que corta a la curva, pero no es tangente a la curva), la pendiente de esta secante es: $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, dicho número suele llamarse cociente incremental de f en a. Estas consideraciones llevan a definir la tangente a la gráfica de f el punto $(a,\ f(a))$ como la recta que pasa por dicho punto y cuya pendiente es igual al límite:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

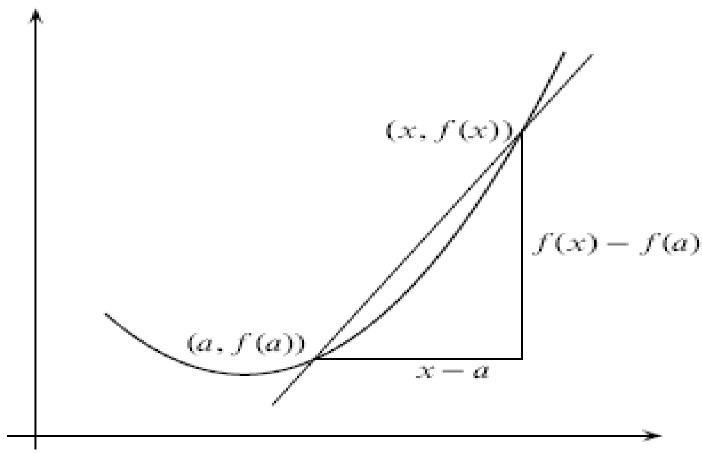


Figura 3. Secante

Diversas leyes de la Física, la Química, la Biología o la Economía, son funciones que relacionan una variable dependiente y con otra variable independiente x, lo que suele escribirse $y = f(x)$, si la variable independiente x cambia de un valor inicial a a otro x, entonces la variable dependiente cambia de $f(a)$ a $f(x)$, la razón de cambio promedio de $y = f(x)$ con respecto a x en el intérvalo $[a, x]$ es: $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$. Con frecuencia interesa considerar la razón de cambio en intervalos cada vez más pequeños, esto lleva a definir lo que podemos llamar razón de cambio puntual de $y = f(x)$ con respecto a x en el punto a como:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Un ejemplo planteado por Zill y Wrigth (2011) es la de una función $s = s(t)$ que describe la posición de un objeto que se mueve sobre una recta vertical o horizontal, la razón de cambio con el tiempo se interpreta como la velocidad del objeto. Generalmente una razón de cambio con el tiempo es la respuesta a la pregunta ¿cuán rápido cambia la cantidad?. De este modo, se le llama derivada $y = f(x)$ en un punto (x, y) al límite de la razón incremental $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $\Delta x \to 0$; es decir, $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, y se lo denota por $f'(x)$ según la notación de Lagrange.

Fiallo & Parada (2014) exhorta el exceso en el rigor con el que se aborda el Cálculo Diferencial en las bibliografías actuales donde se aprecia una preocupación por la demostración de teoremas sin ninguna discusión sobre la comprensión de dichos conceptos, requieren profundización en el conocimiento matemático y pedagógico del contenido.

Se propone que, además de los contenidos, se deben desarrollar procesos como la resolución de problemas, el razonamiento y la demostración, las representaciones, la comunicación y las conexiones, en las instituciones escolares de básica y media, los profesores siguen centrando su enseñanza en el aprendizaje de contenidos y algoritmos para la solución de ejercicios.

Esta investigación presta especial atención al aspecto pedagógico del tema y en contrapartida opta por una propuesta basada en problemas donde se parte de la aplicación práctica de la derivada en problemas, hace énfasis en la utilidad del tema como forma de motivar la comprensión de la importancia de la disciplina.

II.3 Marco Normativo

El software GeoGebra, es de carácter libre, por lo tanto, se tiene libertad para ejecutarlo en cualquier sitio, con cualquier propósito y para siempre, de descarga gratuita por tiempo ilimitado. En consecuencia, González Mariño (2006) describe que un software libre es propiedad de todos: cada usuario en el mundo tiene derecho a utilizarlo, modificarlo y copiarlo de la misma manera que los autores del programa. "Es un legado de la humanidad que no tiene propietario, de la misma manera que las leyes básicas de la física o las matemáticas. No existe un monopolio y no es necesario pagar peaje por su uso" (citado por Hernández, 2005).

En cuanto a la importancia de las Matemáticas en las carreras del área de informática, el Modelo Nacional de Acreditación de la Educación Superior ANEAES (2014) en sus criterios de calidad para licenciaturas en el área de informática expresa que la carrera debe garantizar entre las competencias de los profesionales que titula: aplicar un conjunto específico de conocimientos científicos, matemáticos y tecnológicos a un problema del área informática, tomando en consideración restricciones físicas, económicas, ambientales, humanas, éticas, políticas, legales y culturales, y que además los conceptos matemáticos son fundamentales para el análisis, planeamiento, diseño, programación y evaluación de sistemas informáticos como también en la comprensión de aspectos teóricos de la informática, algoritmos y estructuras de datos (pp. 7- 8).

Del mismo modo la Ley 4995 de Educación Superior, promulgada en 2013 regula el nivel terciario del sistema nacional de educación; tal como lo menciona en su Artículo 1: el objeto de la presente Ley es regular la educación superior como parte del sistema educativo nacional, definir los tipos de instituciones que lo integran, establecer sus normativas y los mecanismos que aseguren la calidad y la pertinencia de los servicios que prestan las instituciones que lo conforman, incluyendo la investigación.

A propósito, la misma define entre los objetivos de la educación superior en su Artículo 6: formar profesionales y líderes competentes con pensamiento creativo y crítico, con ética y conciencia social, ofrecer una formación científica, humanística y tecnológica del más alto nivel académico, investigar y capacitar para investigar y el pensamiento teórico a los estudiantes, contribuyendo al desarrollo científico, tecnológico y cultural de la sociedad. Igualmente, para el cumplimiento de sus fines y sobre la base del principio de la libertad de enseñanza y cátedra, en su Artículo 24 establece que: las Universidades deberán brindar educación a nivel superior, estimulando el espíritu creativo y crítico de los profesores y estudiantes mediante la investigación científica y tecnológica.

La Ley General de Educación Nº 1264 establece en su Artículo 3: El Estado garantizará el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades de acceder a los conocimientos y a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna. Garantizará igualmente la libertad de enseñar, sin más requisitos que la idoneidad y la integridad ética, el derecho a la educación religiosa y al pluralismo ideológico. Además, en su Artículo 15 resuena que: el alumno es el sujeto principal del proceso de aprendizaje. Constituirá deber básico de los alumnos el estudio y el respeto a las normas de convivencia dentro de la institución.

La Constitución de la Republica del Paraguay (1992) garantiza a los ciudadanos paraguayos el derecho a la educación, a aprender y a la libertad de enseñar, prevé también los fines educación, asimismo; específicamente los de las universidades. Como los describe en sus siguientes artículos:

Artículo 73 – Del derecho a la educación y de sus afines: Toda persona tiene derecho a la educación integral y permanente, que como sistema y proceso se realiza en el contexto de la cultura de la comunidad. Sus fines son el desarrollo pleno de la personalidad humana y la promoción de la libertad y la paz, la justicia social, la solidaridad, la cooperación y la integración de los pueblos; el respeto a los derechos humanos y los principios democráticos; la afirmación del compromiso con la Patria, de la identidad cultural y la formación intelectual, moral y cívica, así como la eliminación de los contenidos educativos de carácter discriminatorio. La erradicación del analfabetismo y la capacitación para el trabajo son objetivos permanentes del sistema educativo.

Artículo 74 – Del derecho de aprender y de la libertad de enseñar: Se garantizan el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades al acceso a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna.

Artículo 79 – De las universidades e institutos superiores: La finalidad principal de las universidades y de los institutos superiores será la formación profesional superior, la investigación científica y la tecnológica, así como la extensión universitaria. Las universidades son autónomas. Establecerán sus estatutos y formas de gobierno y elaborarán sus planes de estudio de acuerdo con la política educativa y los planes de desarrollo nacional. Se garantiza la libertad de enseñanza y la de la cátedra. Las universidades, tanto públicas como privadas, serán creadas por ley, la cual determinará las profesiones que necesiten títulos universitarios para su ejercicio.

Otras consideraciones éticas llevadas en cuenta, guardan relación con los datos recolectados que corren bajo total carácter de confidencialidad, así como las fuentes de información utilizadas son fuentes primarias y secundarias que no serán modificadas y tiene una finalidad meramente académica, respetando así las disposiciones de la Ley Nº 1328 de Derecho de Autor y Derechos Conexos. En su artículo 8º regula: No serán objeto de protección por el derecho de autor, las ideas contenidas en las obras literarias o artísticas, los procedimientos, métodos de operación o conceptos matemáticos en sí, o el contenido ideológico o técnico de las obras científicas, ni su aprovechamiento industrial o comercial.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

III.1 Enfoque, diseño y alcance de la investigación

La investigación propuesta tuvo enfoque mixto con diseño de triangulación concurrente. Según Sampieri (2010), este tipo de enfoque implica un proceso de recolección, análisis y vinculación de datos cuantitativos y cualitativos, para utilizar las fortalezas de ambos tipos de indagación combinándolas y tratando de minimizar sus debilidades potenciales.

Se recolectaron datos utilizando instrumentos tales como encuestas y pruebas que fueron procesados con base en la medición numérica y el análisis estadístico considerados como datos cuantitativos, también se realizaron observaciones mediante indicadores previamente establecidos, a través de los cuales se pudo recolectar datos cualitativos.

Se tomaron grupos intactos, es decir no se distribuyeron los estudiantes aleatoriamente en el grupo experimental y el grupo de control. Aunque se observaron dos grupos en los cuales se manipularon ciertas variables, por la naturaleza social del estudio no se puede ejercer un control absoluto, no pudiendo así llegar a un nivel experimental genuino.

El alcance de la investigación fue descriptivo.

> Según Carro (2000), la importancia de la investigación de enfoque descriptivo radica entre otras cosas, en que ella, junto con la investigación exploratoria, constituye la base y el punto de partida para los tipos do investigación de mayor profundidad. En la medida que existan descripciones precisas de los eventos, será más sencillo avanzar a niveles mayores de complejidad, como el comparativo, el explicativo, el proyectivo o el evaluativo (p. 221).

III.2 Población y muestra

La población, $N = 12$, estuvo compuesta por los alumnos la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Nacional de Canindeyú, que cursaron completamente la asignatura Matemática III durante el segundo periodo lectivo del año 2017.

La muestra fue tomada mediante muestreo no probabilístico o propositivo. La muestra del grupo experimental estuvo integrada al 100% por los alumnos de la filial Curuguaty, que totalizaron seis individuos, $n_e = 6$. Mientras que, el grupo control estuvo integrado por los alumnos de la sede Salto del Guairá, que también integran seis individuos, $n_c = 6$.

Se destaca que inicialmente la población estuvo conformada por 16 alumnos, luego, durante el desarrollo de la investigación desertaron 4 alumnos y quedaron las cantidades descritas anteriormente.

Los grupos que conformaron la muestra estaban compuestos por alumnos de clases ya constituidas, razón por la cual no se realizó ningún tipo de selección. Ambos grupos fueron sometidos a una prueba diagnóstica, con estos resultados se definió como grupo experimental a los alumnos de Curuguaty y como grupo de control a los de Salto del Guairá, ya que los alumnos de Curuguaty han presentado resultados inferiores y de esta manera se pudo evitar cualquier tipo de ventaja para el grupo experimental.

Se aseguró la compatibilidad entre dichos grupos pues están compuestos por individuos en iguales condiciones sociales e institucionales.

III.3 Procedimientos, técnicas e instrumentos de recolección de datos

La investigación se procedió en tres fases. En la primera, se seleccionaron los grupos experimental y de control, en este punto se destaca que los alumnos que cursaron Matemática III en Salto del Guairá fueron considerados como un grupo y los que cursaron en Curuguaty como otro grupo. En la segunda, se desarrollaron clases con los grupos. En la tercera, se evaluaron el aprendizaje y las actitudes de los alumnos. Estas fases se pueden apreciar en la Figura 4.

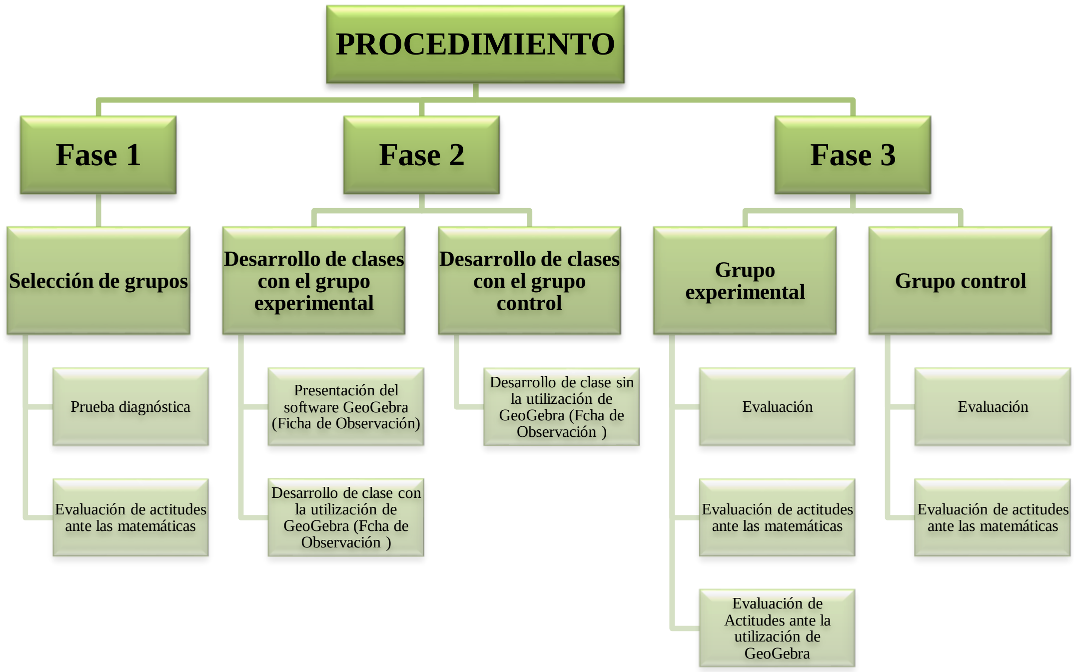


Figura 4. Fases del desarrollo del trabajo de campo

III.4 Fase 1 – Selección de grupos

En la Fase 1 se aplicó una prueba diagnóstica (ver Apéndice 1) a los alumnos de Salto del Guairá y Curuguaty con el fin de evaluar el nivel de sus conocimientos previos para, posteriormente, iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones. Los conocimientos requeridos son sobre aritmética, álgebra, geometría y funciones, tal como lo indican Fiallo & Parada (2014). Con los resultados de la prueba diagnóstica se precedió a determinar como grupo experimental al grupo con menor rendimiento y como grupo de control al grupo con mejor rendimiento.

Posteriormente, se aplicó a ambos grupos el test de actitudes para evaluar las actitudes de estos hacia las matemáticas (ver Apéndice 2). Con este se logró valorar el nivel de motivación intrínseca y extrínseca hacia el aprendizaje de las Matemáticas en sí como un precedente del tema específico derivadas, en la que se diferenciaron tres niveles definidos por (Bazán G. & Sotero, 1998): cognitivo, afectivo y conductual, a priori. La distribución de las preguntas según niveles se puede observar en las Tablas 3, 4 y 5, en la cual se utilizó una escala de valoración tipo Likert del uno al cinco, con la siguiente referencia:

1: Muy en desacuerdo
2: en desacuerdo
3: indeciso
4: de acuerdo
5: Muy de acuerdo

Dicho método fue creado por Rensis Likert y sirven para calificar al objeto de actitud:

> Consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios ante los cuales se pide la reacción de los sujetos a los que se les administra. Es decir, se presenta cada afirmación y se pide al sujeto que externe su reacción eligiendo uno de los cinco puntos de la escala. A cada punto se le asigna un valor numérico. Así, el sujeto obtiene una puntuación respecto a la afirmación y al final se obtiene su puntuación total sumando las puntuaciones obtenidas en relación a todas las afirmaciones (Sampieri et al., 2010, p. 148) .

Tabla 3. Ítems del Nivel Afectivo.

Nivel Afectivo	
Nº	*Item*
1	A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles.
8	Disfruto resolver los problemas en clase de matemáticas.
10	El área de matemática es mi favorita.
11	En las clases de matemáticas me entran ganas de “salir corriendo”.
21	Las matemáticas son fáciles para mí.
26	Me cuesta mucho motivarme a estudiar matemáticas.
27	Me desanimo cuando veo todo lo que tengo que estudiar para el examen de matemáticas.
30	Me entiendo bien con mi profesor de matemáticas.
31	Me gusta participar en clase de matemáticas.
32	Me gusta resolver problemas de matemáticas en grupo.
33	Me gustaría tener más horas de matemáticas.
37	Me siento seguro en las clases de matemáticas.
40	Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.
41	Para mis profesores soy un buen alumno de matemáticas.
42	Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles.
43	Prefiero estudiar cualquier otra materia antes que estudiar matemáticas.
48	Soy feliz el día que no tenemos matemáticas pues no me interesan, ni me atraen.
49	Soy un buen alumno en matemáticas y me siento valorado y admirado por mis compañeros.

Tabla 4. Ítem del nivel cognitivo.

	Nivel Cognitivo
Nº	*Item*
7	Cuando leo los ejercicios del examen de matemáticas, si la primera impresión es que no sé hacerlo, me desanimo en seguida.
4	Ante un fracaso en matemáticas, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más.
5	Aprender matemáticas me va a ser muy útil.
6	Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas.
13	En los exámenes de matemáticas procuro presentar con limpieza y orden los ejercicios.
15	En matemáticas me conformo con aprobar.
19	Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas.
20	Las matemáticas sirven para aprender a pensar.
22	Las matemáticas son valiosas y necesarias.
24	Me considero muy capaz y hábil en matemáticas.
39	No me gustan las matemáticas porque me cuesta entender los ejercicios y problemas.
44	Puedo aprender cualquier ejercicio de matemáticas si me lo explican bien.
46	Repaso con cuidado cada pregunta del examen antes de entregarlo.

Tabla 5. Ítems del Nivel Conductual.

	Nivel Conductual
Nº	*Ítem*
2	Al resolver problemas mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar con claridad.
3	Anoto todas las explicaciones y recomendaciones del profesor en clase.
9	Durante las explicaciones de clase mantengo la atención sin que me distraigan otros asuntos.
12	En los exámenes cuando tengo alguna duda pido aclaraciones al profesor.
14	En los exámenes voy con todos los materiales necesarios para no tener que pedir nada prestado.
16	En vez de estudiar matemáticas en casa me dedico a estudiar otras asignaturas o a descansar.
17	Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.
18	Las matemáticas las estudio a diario, aunque no tenga tarea de casa o exámenes.
23	Me angustio cuando el profesor me saca por sorpresa a la pizarra para resolver un problema.
25	Me cuesta mucho concentrarme en estudiar matemáticas.
28	Me distraigo con facilidad cuando estudio en casa matemáticas.
29	Me distraigo con facilidad en la clase de matemáticas.
34	Me preocupo mucho por seguir las indicaciones del profesor.
35	Me preparo con tiempo suficiente para los exámenes de matemáticas.
36	Me siento mal cuando tengo que explicar al profesor/a cómo he resuelto un ejercicio.
38	No le doy importancia a las matemáticas, sólo estudio para aprobar.
45	Realizo las tareas de matemáticas inmediatamente después de las clases del profesor.
47	Reviso mis apuntes de matemáticas y los comparo con compañeros para comprobar que están completos.

III.5 Fase 2 – Desarrollo de clase

En la Fase 2 se desarrolló clase durante 120 minutos. Esta fue diseñada bajo un enfoque constructivista (ver Apéndice 3), con el fin de lograr que los alumnos sean capaces de: comprender la idea de variación de las funciones, generalizar conceptos de variación de las funciones, comprender el concepto de límite como razón incremental y comprender el concepto de derivada de una función en un punto. Se desarrolló el mismo plan de clase con el grupo de control y con el experimental, además. La diferencia radicó en que con el grupo experimental se usó GeoGebra como potenciador de la fase pictórica o icónica y simbólica.

Durante el desarrollo de la clase se realizó una observación cuyos indicadores se describen en la lista de cotejo del plan de clase (ver Apéndice 3), con el cual se ha indicado las capacidades propuestas.

Con el grupo experimental se desarrolló un taller previo sobre manejo de GeoGebra, en este proceso se han realizado constantemente las observaciones (ver Apéndice 4) para registrar los logros o falencias de aspectos tales como: capacidades previas para el uso de GeoGebra, formas de utilización de los recursos del software GeoGebra en el proceso, comprensión de la definición de derivadas y sus aplicaciones para el análisis de funciones y uso efectivo del tiempo destinado al desarrollo del tema derivadas planificados para el logro de aprendizaje.

III.6 Fase 3 – Evaluación

Después de concluir la clase desarrollada se aplicó nuevamente, a los grupos de control y experimental, el test de actitudes para evaluar las actitudes hacia las matemáticas (ver Apéndice 2), con el cual se consiguió valorar el nivel de motivación intrínseca y extrínseca hacia el aprendizaje de las Matemáticas en sí como un precedente del tema específico derivadas, en la que se han diferenciado tres niveles: cognitivo, afectivo y conductual, a posteriori. Al grupo experimental, además, se aplicó el test de actitudes hacia la utilización del software GeoGebra (ver Apéndice 5), con el que se analizó el grado de motivación intrínseca y extrínseca hacia el uso de GeoGebra en clase de Matemáticas.

En el test de actitudes hacia la utilización del software GeoGebra, se diferenciaron tres dimensiones: la aprobación del uso, el conocimiento de la importancia del uso y la adaptación a la utilización de GeoGebra como se puede apreciar en la Tabla 6, se utilizó una escala de valoración tipo Likert del uno al cinco, con la siguiente referencia:

1: Muy en desacuerdo
2: en desacuerdo
3: indeciso
4: de acuerdo
5: Muy de acuerdo

Además se aplicó una evaluación escrita de 10 (Ver Apéndice 6) puntos sobre la derivada donde se consideraron cuatro niveles: derivadas por definición, problemas de aplicación, cálculo de tasa de variación media, preguntas sobre conceptos básicos.

Tabla 6. Actitudes ante la utilización de GeoGebra

	Aprobación del uso de GeoGebra
1	GeoGebra es un es un software fácil de usar.
2	Creo que es fácil de entender la utilización de GeoGebra.
3	GeoGebra me ayuda para aprender mejor el cálculo.
4	Con GeoGebra es más difícil de resolver los ejercicios de derivadas.
5	Me gusta trabajar con GeoGebra.
6	Me siento más seguro estudiando con GeoGebra.
7	Es divertido trabajar con GeoGebra.
8	Es siento perdido trabajando con GeoGebra.
	Conocimiento de la importancia del uso GeoGebra
9	El software GeoGebra me auxilia a comprender las funciones.
10	No comprendo en qué se relacionan los ejercicios realizados con GeoGebra y el significado de razones y proporciones.
11	El software GeoGebra me ayuda a visualizar el significado de los incrementos de las variables.
12	Sin la ayuda de GeoGebra me resultaría difícil interpretar la diferencia entre una recta tangente y una recta secante.
13	Con la vista gráfica puedo identificar la pendiente de una recta tangente a una curva.
14	No entiendo como las animaciones de GeoGebra retratan la tasa de variación media.
	Adaptación al uso de GeoGebra
15	Usar GeoGebra me resulta muy práctico.
16	Aprendí a utilizar GeoGebra con suma facilidad.
17	Cuento con computadora o dispositivo móvil para acceder a GeoGebra.
18	No tengo celular ni computadora para acceder a GeoGebra.
19	Me dificulta tener que aprender a utilizar un software nuevo y los ejercicios a la vez.
20	Es muy complicado utilizar GeoGebra.

III.7 Pruebas de Validez y Confiabilidad

Para evaluar la validez y la confiabilidad del test de Evaluación de actitudes hacia las matemáticas, se lo aplicó a una submuestra de 7 alumnos del cuarto semestre de la misma carrera. Se utilizó el criterio del Alfa de Cronbach teniendo en cuenta la escala establecida por los siguientes autores:

Como criterio general, George y Mallery (2003, p. 231) sugieren las recomendaciones siguientes para evaluar los coeficientes de Alfa de Cronbach:

- Coeficiente alfa > 0.9 es excelente.
- Coeficiente alfa > 0.8 es bueno.
- Coeficiente alfa > 0.7 es aceptable.
- Coeficiente alfa > 0.6 es cuestionable.
- Coeficiente alfa > 0.5 es pobre.
- Coeficiente alfa < 0.5 es inaceptable.

Huh, Delorme & Reid (2006) indican que el valor de fiabilidad en investigación exploratoria debe ser igual o mayor a 0.6; en estudios confirmatorios debe estar entre 0.7 y 0.8.

Los análisis estadísticos de las respuestas aportadas por esta submuestra indicaron un valor de Alfa de Cronbach de 0,739, lo que respalda la utilización del test mencionado, como se puede observar en la Tabla 7.

Tabla 7. Alfa de Cronbach

Alfa de Cronbach	*Nº de elementos*
0,739	48

Se asegura además, la validez, confiabilidad y objetividad de los instrumentos utilizados para recoger los datos que respondan a las preguntas de la investigación mediante la validación por expertos (ver Anexo A).

III.8 Análisis de los resultados

Las pruebas diagnósticas y de evaluación de derivadas, arrojaron puntajes considerados como datos cuantitativos. Para el análisis de estos se utilizó la estadística descriptiva mediante SPSS y Excel.

Las evaluaciones sobre actitudes ante las matemáticas y utilización de GeoGebra, elaboradas en escala de Likert, fueron analizadas mediante Estadística Inferencial, aplicando un contraste de hipótesis suponiendo medias iguales, mediante la prueba T de

Student (Ver Apéndice 8), procesados en Excel y SPSS. El software SPSS fue utilizado para el procesamiento.

Según Sampieri et al. (2010), los niveles de medición de la variable de comparación, con la prueba T son el intervalos o la razón, además señala que los datos en escala de Likert pueden ser analizados como intervalos. Antes de realizar la prueba T todos los datos fueron sometidos a una prueba de normalidad de Shapiro Wilk, donde resultó que no existe evidencia estadística para rechazar la normalidad. Lo resultados se pueden ver en el Apéndice 7.

La ficha de observaciones de la utilización de GeoGebra arrojó datos cualitativos cuyos resultados fueron analizados mediante criterios establecidos y verificados por expertos, mediante registros individuales para cada alumno.

III.9 Matriz de definición y operacionalización de las variables o categorías de análisis

III.9.1 Variable independiente

La utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral, específicamente en el tema Derivadas.

III.9.2 Variables dependientes

Niveles de comprensión y aplicación de las derivadas de funciones, por parte de los alumnos de la materia Matemática III de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú.

A continuación de detalla la operacionalización de las variables de la investigación en la siguiente Tabla 8.

Tabla 8. Operacionalización de variables

Variable	***Definición Conceptual***	***Definición Operacional***	***Dimensiones***	***Indicadores***	***Instrumento***
Conocimientos previos sobre el tema derivadas.	Nociones previas sobre temas relacionados al tema derivadas.	El nivel de los conocimientos previos que tienen los alumnos para iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones.	Comprensión de concepto básicos. Dominio de los principios aritméticos. Manejo de las reglas algebraicas. Conocimiento de concepto de funciones. Interpretación geométrica.	Evaluación de la comprensión de concepto básicos. Evaluación del dominio de los principios aritméticos. Evaluación del manejo de las reglas algebraicas. Evaluación del conocimiento de concepto de funciones. Evaluación de la iinterpretación geométrica.	Prueba diagnóstica.
Capacidades previas para el uso de GeoGebra	**Las destrezas**, **habilidades** previas para el uso de GeoGebra para la deducción del concepto de derivadas.	**Tipos de Capacidades** previas para el uso de GeoGebra para la deducción del concepto de derivadas.	Uso básico de hardware. Uso básico de software. Conocimiento de símbolos matemáticos.	Logro del uso básico de hardware. Logro del uso básico de software. Logro del uso de símbolos matemáticos.	Ficha de observación de la utilización de GeoGebra.
Actitudes hacia el uso de GeoGebra	Tendencia psicológica que se expresa por una evaluación de una entidad particular	Grado de tendencia psicológica que se expresa el alumno hacia el uso de GeoGebra en clase de Matemáticas	Conocimiento de la importancia del uso GeoGebra Adaptación al uso de GeoGebra Aprobación del uso de GeoGebra	Autoevaluación de relevancia de uso de GeoGebra Autoevaluación de adaptación al uso de GeoGebra Autoevaluación de la aprobación del uso de GeoGebra	Evaluación de actitudes ante la utilización de GeoGebra

Aprendizaje de las derivadas.	Comprensión de la definición de derivadas y sus aplicaciones para el análisis de funciones.	Diferencia de comprensión de las derivadas y sus aplicaciones entre el grupo de control y el experimental.	Nivel de Comprensión de la definición de la derivada en el grupo de control. Nivel de Comprensión de la definición de la derivada en el grupo de experimental. Nivel de aplicaciones correctas de la derivada para el análisis de funciones en el grupo de control. Nivel de aplicaciones correctas de la derivada para el análisis de funciones en el grupo de experimental.	Porcentaje de Comprensión de la definición de la derivada en el grupo de control. Porcentaje de Comprensión de la definición de la derivada en el grupo de experimental. Porcentaje de aplicaciones correctas de la derivada para el análisis de funciones en el grupo de control. Porcentaje de aplicaciones correctas de la derivada para el análisis de funciones en el grupo de experimental.	Evaluación durante y pos desarrollo del tema derivadas.
Actitud hacia el aprendizaje de las derivadas.	Tendencia psicológica que se expresa por una evaluación de una entidad particular	Grado de tendencia psicológica del alumno hacia el aprendizaje de las Matemáticas en sí como un precedente del tema específico derivadas.	Nivel cognitivo: Conocimiento de la importancia de las matemáticas Nivel Conductual: Adaptación adaptación al con los procesos realizados para consolidar el aprendizaje de las matemáticas Nivel Afectivo: Aprobación de los procesos realizados para consolidar el aprendizaje de las matemáticas	Autoevaluación de la importancia del aprendizaje de las Matemáticas y por consiguiente las derivadas. Autoevaluación de adaptación al con los procesos realizados para consolidar el aprendizaje de las derivadas. Autoevaluación de la aprobación de los procesos realizados para consolidar el aprendizaje de las derivadas.	Evaluación de las actitudes ante las matemáticas.

CAPÍTULO IV. **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

IV.1 Conocimientos previos de los estudiantes para iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de derivada como razón de cambio

Los alumnos que conformaron la muestra de esta investigación tenían entre 19 y 34 años de edad, la distribución de edades fue mayormente homogénea en Curuguaty. El 70% de los participantes eran del género masculino, la distribución de género presentó mayor homogeneidad en Salto del Guairá.

En la prueba diagnóstica (ver Apéndice 1) aplicada a los alumnos de Curuguaty se observó una media de 2.67 puntos, para una prueba de 10 puntos. Esto reflejó un bajo nivel en los conocimientos básicos previos necesarios para la introducción al cálculo diferencial. Mientras que, la misma prueba aplicada a los alumnos de Salto del Guiará presentó una media de 5.33 puntos, un mejor desempeño respecto al grupo de alumnos de Curuguaty. En la Figura 5 pueden verse las medias respectivas.

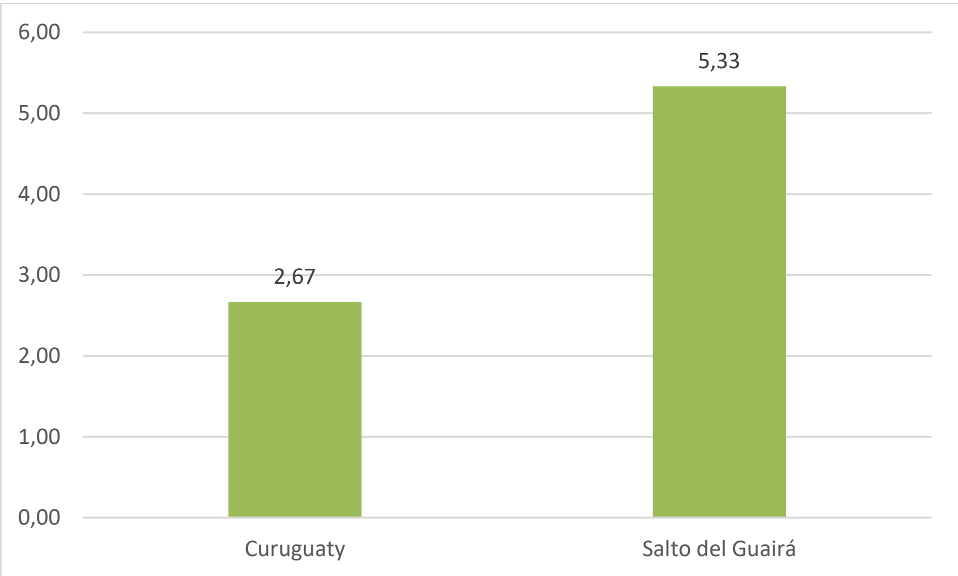


Figura 5. Media de puntajes en la prueba diagnóstica

Con estos resultados se determinó como grupo experimental a los alumnos de Curuguaty y como grupo de control a los de Salto del Guairá.

En este instrumento fueron considerados conocimientos básicos para la introducción al Cálculo Diferencial, mencionados por Fiallo & Parada (2014): conocimiento de concepto, aritméticos, algebraicos, geométricos y de funciones, el grupo de experimental ha respondido correctamente, cuestiones sobre aritmética; sin embargo, el grupo de control ha respondido correctamente cuestiones sobre aritmética y algebra. Analizando cada dimensión se observó un mejor rendimiento del grupo de control en la dimensión Algebra, desempeños identicos en Aritmética y una diferencia a favor del grupo experimental en cuanto a Geometría y funciones. En la Figura 6 se pueden ver los resultados de la prueba diagnóstica por dimensiones.

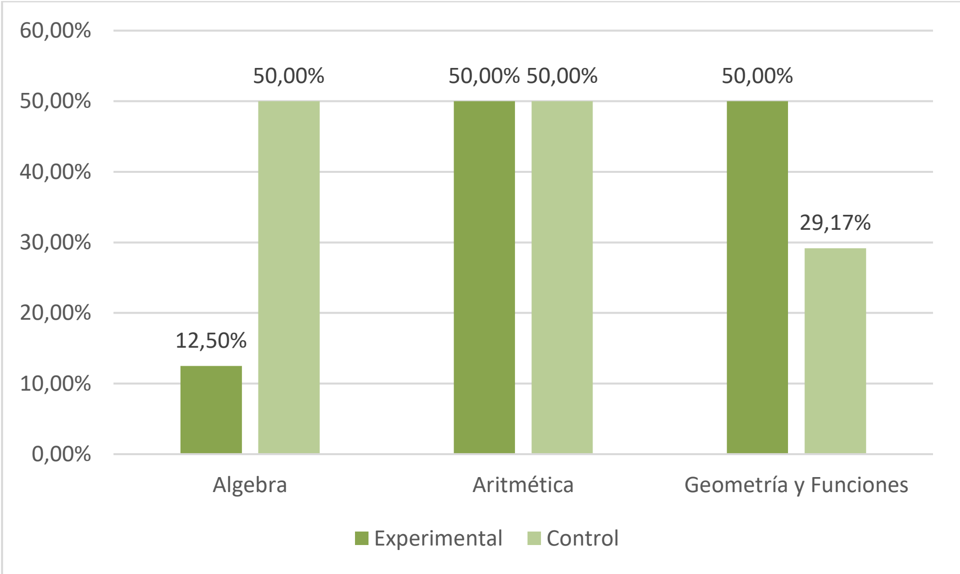


Figura 6. Prueba diagnóstica por dimensiones

Se realizó contraste de hipótesis de medias iguales, a través del estadístico T Student que arrojó una diferencia significativa entre ambos promedios que, a juzgar por los valores de las medias obtenidas, la diferencia es a favor del grupo de control (ver Apéndice 8).

Los estudiantes de Curuguaty presentaron mayores inconvenientes en cuanto a los conocimientos previos requeridos para el normal desarrollo de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral, juzgados a partir de las tres dimensiones recomendadas por Fiallo & Parada (2014): Álgebra, Aritmética y Geometría y Funciones. Por ello, pareció interesante seleccionar a este grupo para llevar a cabo la experiencia del uso del software GeoGebra y evaluar los efectos en el aprendizaje del capítulo de derivadas, de modo que el grupo que tuvo mayor puntaje en la prueba diagnóstica no presente ventajas en la comparación sobre el que presentó menor.

IV.2 Capacidades que tienen los estudiantes para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada

Al grupo experimental se le aplicó la ficha de observación de la utilización de GeoGebra (ver Apéndice 4). En esta ficha se registraron los logros o falencias de aspectos tales como: capacidades previas para el uso de GeoGebra, es decir, la forma de utilización de los recursos del software en el proceso, tales como: instalación correcta en PC o smartphone, utilización correcta la barra de entrada, la barra de funciones, inserción correcta de los elementos en la vista gráfica y la manipulación correctamente los deslizadores.

Los resultados demostraron que el 100 % de los alumnos lograron las capacidades observadas, dicho logro podría deberse tanto al carácter intuitivo del software planteado por Lopez & Cerezo (2013), como a que son estudiantes de una carrera de tecnología que ya están a un año en contacto constante con varios softwares en otras asignaturas de la carrera y que eso podría influenciar en su capacidad de aprendizaje en el uso de GeoGebra.

IV.3 Actitudes ante las matemáticas entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en el aprendizaje de derivada y los que no lo han utilizado

IV.3.1 Test de actitudes ante las matemáticas a priori

Se aplicó un test de actitudes hacia las matemáticas (ver Apéndice 2) a ambos grupos, experimental y de control, en el que se consideraron tres dimensiones: nivel cognitivo, conductual y afectivo, cada uno de ellos en sus aspectos positivos y negativos. Se obtuvieron las medias que se pueden visualizar en las Tablas 9 y 10.

Tabla 9. Nivel Afectivo (aspecto positivo) a priori

Nivel Afectivo (aspecto positivo)		***Media***	***Media***
Nº	Ítem	Experimental	Control
8	Disfruto resolver los problemas en clase de matemáticas.	4,33	3,50
10	**El área de matemática es mi favorita.**	**3,00**	**3,00**
30	Me entiendo bien con mi profesor de matemáticas	4,33	4,13
31	Me gusta participar en clase de matemáticas.	3,33	2,88
32	Me gusta resolver problemas de matemáticas en grupo	3,83	3,25
33	Me gustaría tener más horas de matemáticas.	1,83	2,25
37	Me siento seguro en las clases de matemáticas	3,17	2,88
41	Para mis profesores soy un buen alumno de matemáticas.	2,17	2,38
42	Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles.	3,33	3,38
49	**Soy un buen alumno en matemáticas y me siento valorado y admirado por mis compañeros.**	**3,00**	**3,00**

En cuanto a los aspectos positivos del Nivel Afectivo, a priori, los resultados promedios de las apreciaciones de los estudiantes se muestran en la Tabla 9.

Se destaca que los estudiantes del Grupo Experimental y el Grupo Control asignaron la misma puntuación promedio al aspecto de “El área de matemática es mi favorito”, así como el aspecto “Soy buen alumno en matemática . . . ”.

Las mayores diferencias en promedios se dan en “Me siento seguro en clases de matemática” a favor del Grupo Experimental y “Me gustaría tener más horas de matemática” a favor del Grupo Control.

En los ítems 10 (El área de matemática es mi favorita) y 49 (Soy un buen alumno en matemáticas y me siento valorado y admirado por mis compañeros) se pueden observar resultados idénticos.

Tabla 10. Nivel Afectivo (aspecto negativo) a priori

Nivel Afectivo (aspecto negativo)		***Media***	***Media***
Nº	Ítem	Experimental	Control
1	A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles.	2,33	3,75
11	En las clases de matemáticas me entran ganas de “salir corriendo”.	1,67	2,38
21	Las matemáticas son fáciles para mí.	2,50	2,88
26	Me cuesta mucho motivarme a estudiar matemáticas.	2,50	2,75
27	Me desanimo cuando veo todo lo que tengo que estudiar para el examen de matemáticas	2,33	3,25
40	Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.	2,67	2,63
43	Prefiero estudiar cualquier otra materia antes que estudiar matemáticas.	2,33	3,75
48	Soy feliz el día que no tenemos matemáticas pues no me interesan, ni me atraen.	4,33	3,50

En cuanto al nivel afectivo, en los aspectos considerados negativos, no se observaron diferencias significativas entre los grupos.

Pero cabe resaltar que el Grupo Experimental obtuvo mayor puntuación promedio en los siguientes aspectos:

- Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.
- Soy feliz el día que no tenemos matemáticas.

Esto evidencia que el Grupo Experimental muestra aversión hacia las matemáticas y por lo tanto se hace oportuna una intervención pedagógica que establezca un giro en el desarrollo de las clases de matemática, para lograr motivar a los estudiantes y que ellos sean partícipes activos del proceso de aprendizaje, tal como sugiere Hidalgo et al. (2004) quienes describen al aspecto afectivo como trascendental pues si el estudiante no demuestra apertura al aprendizaje difícilmente este puede llegar a surgir.

De acuerdo a la puntuación promedio obtenido en el Test de Actitudes, desde la percepción de los estudiantes tampoco se apreciaron diferencias significativas entre los grupos en cuanto al nivel cognitivo, como se pueden ver en las Tablas 11 y 12.

Tabla 11. Nivel Cognitivo (aspecto positivo) a priori

	Nivel Cognitivo (aspecto positivo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
7	Cuando leo los ejercicios del examen de matemáticas, si la primera impresión es que no sé hacerlo, me desanimo en seguida.	4,17	4,63
5	Aprender matemáticas me va a ser muy útil	3,67	3,50
6	Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas.	2,00	2,13
13	En los exámenes de matemáticas procuro presentar con limpieza y orden los ejercicios.	4,00	3,75
19	**Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas.**	**4,00**	**3,13**
20	Las matemáticas sirven para aprender a pensar.	4,33	4,50
22	Las matemáticas son valiosas y necesarias.	4,17	4,00
24	Me considero muy capaz y hábil en matemáticas.	3,17	3,00
44	Puedo aprender cualquier ejercicio de matemáticas si me lo explican bien.	4,67	4,38
46	Repaso con cuidado cada pregunta del examen antes de entregarlo.	4,17	4,00

Bazán G. & Sotero (1998) se refieren al aspecto cognitivo de la actitud como la importancia que tiene la matemática para el alumno, en este sentido para la filosofía constructivista el docente debe garantizar al alumno un ambiente contextualizado y colaborativo, a medida que asiente su aprendizaje en situaciones reales, lo cual le preparar para futuros retos.

La mayor diferencia entre respuestas en este apartado fue en el ítem 19 (Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas).

Los aspectos positivos del Nivel Cognitivo muestran resultados alentadores en el Grupo Experimental, puesto que en la mayoría de ellos se obtuvo un resultado promedio de 4 o más en una escala de 5.

En el Grupo Experimental se evidencia que un punto a trabajar es la confianza de los estudiantes a la hora de utilizar los conocimientos matemáticos para la resolución de problemas. En el aspecto "Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas" el promedio es de solo 2 puntos. También se destaca que esté último punto promedia 2,13 en el Grupo Control.

También es importante resaltar que los estudiantes de los grupos control y experimental consideran que "las matemáticas son valiosas y necesarias". Las puntuaciones en este ítem son 4 y 4,17 respectivamente.

En resumen, los estudiantes son conscientes de la importancia de la Matemática, pero evidencian disgusto hacia la misma y por ello la importancia de establecer mecanismos de acción que asocien la importancia de la matemática y su aplicabilidad en resolución de problemas del entorno del estudiante, esto fomentado con la inclusión de herramientas tecnológicas al alcance de los educandos y toda la comunidad educativa.

Tabla 12. Nivel Cognitivo (aspecto negativo) a priori

	Nivel Cognitivo (aspecto negativo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
4	Ante un fracaso en matemáticas, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más.	4,83	4,50
15	En matemáticas me conformo con aprobar.	2,50	2,25
39	No me gustan las matemáticas porque me cuesta entender los ejercicios y problemas	2,50	2,13

En la Tabla 12 se asientan los aspectos negativos del Nivel Cognitivo y se puede evidenciar la alta puntuación promedio según percepción de los estudiantes en el ítem

“Ante un fracaso en matemática, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más”, tanto en el Grupo Control como en el Grupo Experimental.

Bajo la percepción de los estudiantes no se puede evidenciar que en matemáticas solo importa aprobar y tampoco se puede concluir si a los alumnos les cuesta entender los ejercicios y problemas. En ambos aspectos los puntajes promediaron de 2,13 a 2,5 puntos en ambos grupos.

En el nivel conductual las respuestas fueron homogéneas en ambos grupos como pueden visualizarse en las Tablas 13 y 14.

Tabla 13. Nivel Conductual aspecto positivo a priori

	Nivel Conductual (aspecto positivo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
3	Anoto todas las explicaciones y recomendaciones del profesor en clase	4,25	3,33
9	Durante las explicaciones de clase mantengo la atención sin que me distraigan otros asuntos.	4,25	4,17
12	En los exámenes cuando tengo alguna duda pido aclaraciones al profesor.	4,25	4,00
14	En los exámenes voy con todos los materiales necesarios para no tener que pedir nada prestado	3,88	4,17
18	Las matemáticas las estudio a diario, aunque no tenga tarea de casa o exámenes	2,88	3,17
34	Me preocupo mucho por seguir las indicaciones del profesor.	4,13	3,33
35	Me preparo con tiempo suficiente para los exámenes de matemáticas	4,38	3,67
45	Realizo las tareas de matemáticas inmediatamente después de las clases del profesor	3,63	2,67
47	Reviso mis apuntes de matemáticas y los comparo con compañeros para comprobar que están completos.	4,13	3,50

Nuevamente se resalta el hecho de que en los aspectos positivos del Nivel Conductual, los estudiantes del Grupo Experimental obtuvieron puntuación promedio por encima de 4 en el 67% de los ítems. La puntuación más baja fue de 3,63 y se dio en el ítem “Realizo las tareas de matemáticas inmediatamente después de las clases del profesor”.

En el Grupo Control, en el 33% de los ítems de este nivel obtuvieron puntuación promedio de 4 o más puntos.

Tabla 14. Nivel Conductual aspecto negativo a priori

	Nivel Conductual (aspecto negativo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
2	**Al resolver problemas mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar con claridad**	**2,88**	**1,83**
16	En vez de estudiar matemáticas en casa me dedico a estudiar otras asignaturas o a descansar.	2,38	3,00
17	Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.	3,25	3,50
23	Me angustio cuando el profesor me saca por sorpresa a la pizarra para resolver un problema	3,88	2,50
25	**Me cuesta mucho concentrarme en estudiar matemáticas.**	**3,00**	**2,33**
28	Me distraigo con facilidad cuando estudio en casa matemáticas.	3,13	3,17
29	Me distraigo con facilidad en la clase de matemáticas.	3,00	3,00
36	**Me siento mal cuando tengo que explicar al profesor/a cómo he resuelto un ejercicio.**	**3,00**	**2,50**
38	No le doy importancia a las matemáticas, sólo estudio para aprobar	1,88	1,50

En los ítems 2 (Al resolver problemas mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar con claridad), 25 (Me cuesta mucho concentrarme en estudiar matemáticas) y 36 (Me siento mal cuando tengo que explicar al profesor/a cómo he resuelto un ejercicio) se pueden observar el mayor grado de heterogeneidad entre los grupos, donde el grupo experimental se inclina hacia la respuesta “indeciso” y el grupo de control a la respuesta “en desacuerdo”.

Además, se realizó el contraste de hipótesis de medias iguales, entre el grupo de experimental y de control, mediante el estadístico T Student que no arrojó diferencia significativa entre ambos promedios (ver apéndice 8).

Pero se destaca la puntuación obtenida por ambos grupos en el ítem “No le doy importancia a las matemáticas, solo estudio para aprobar”, inferior a 2 puntos. Esto sustenta la conclusión de que los estudiantes reafirman la importancia que tiene la matemática en su formación integral y por lo tanto es un aspecto a tener en cuenta al momento de planificar las actividades de clase.

IV.3.2 Resultado de las observaciones de clase

Durante el desarrollo de la clase “La Derivada como razón de cambio” se tuvo en cuenta los tres momentos del desarrollo de una clase, distribuida de la siguiente forma:

- **Inicio:**

Tuvo una duración de 30 minutos. En este momento se realizó con los estudiantes el juego batalla de los números como motivación y como anclaje de los saberes previos requeridos para la adquisición de los nuevos conocimientos propuestos en la clase. Posterior a ello se proyectó el video “Troncho y Poncho – Las Funciones” para introducir al tema a desarrollar, de manera que los estudiantes vayan acomodando nuevas estructuras a los saberes aprendidos en asignaturas anteriores.

- **Desarrollo:**

Durante el desarrollo de la clase se utilizó la técnica de resolución de problemas siguiendo las fases que sugieren Amarilis y Badith (2013), para la aplicación de dicho método en la aproximación a la noción de variaciones de las funciones, donde el docente presentó problemas cuya solución requerían del análisis del problema para formular la hipótesis y el reconocimiento de la información necesaria para comprobarla por parte de los alumnos y con intervenciones propicias por parte del docente y finalmente, una vez obtenida la solución, se realizó la presentación acompañada de una retroalimentación final sobre los resultados obtenidos y el aprendizaje desarrollado.

Para el desarrollo se propuso la utilización del software GeoGebra, en la notebook o el teléfono celular según disponibilidad de los alumnos, pues este reúne geometría, álgebra y hoja de cálculo en un solo programa fácil de usar, herramientas útiles en el proceso, asimismo, se utilizó posteriormente para la generalización de conceptos de variación de las funciones aprovechando la posibilidad de animación de objetos proporcionado por el mismo.

- **Cierre:**

Para evaluar la comprensión de los conceptos estudiados el docente presentó a los alumnos una secuencia de ejercicios y problemas sobre razón incremental y la derivada de una función en un punto que trabajaron en pareja o grupo, utilizando GeoGebra.

Posteriormente las respuestas y conclusiones fueron socializadas y el docente pudo evidenciar los aprendizajes adquiridos.

Durante la socialización, el docente pudo observar los siguientes aspectos y los resultados que se detallan en la siguiente Tabla 15:

Tabla 15. Indicadores de las observaciones de clase

N°	***Indicadores***	***Porcentaje de estudiantes que lograron***
1	Comprende la idea de variación de las funciones.	80%
2	Identifica y aplica estrategias para resolver problemas mediante los conceptos de variación de las funciones.	80%
3	Identifica el concepto de límite como razón incremental.	75%
4	Examina lo realizado para aproximarse al concepto de derivada de una función en un punto.	80%
5	Demuestra interés por las actividades realizadas	100%
6	Sigue correctamente los pasos indicados	80%
7	Colabora con la resolución de las actividades propuestas	80%

Se resalta el hecho de que el 100% de los estudiantes demostraron interés por las actividades desarrolladas. Principalmente en las aquellas que incluyeron específicamente la utilización de tecnología como la notebook o el teléfono celular con el software GeoGebra.

También se destaca que más del 70% de los estudiantes lograron, al culmino de la clase, evidenciar contar con los aprendizajes esperados; esto según la observación realizada por el docente a cargo.

En consonancia con las descripciones del software GeoGebra que apuntan la facilidad de acceso al mismo, las múltiples funcionalidades en una sola herramienta y su carácter dinámico que mediante la manipulación permiten facilitar la internalización de nociones más abstractas.

IV.3.3 Test de actitudes ante las matemáticas a posteriori

Posteriormente al desarrollo de las clases sobre derivadas se volvió a aplicar la evaluación de las actitudes ante las matemáticas (ver Apéndice 2), tanto al grupo experimental como al grupo de control. Los resultados pueden ser apreciados a continuación diferenciados en tablas por dimensión y según su aspecto positivo o negativo.

Tabla 16. Nivel Afectivo (aspectos positivos) a posteriori

Nivel Afectivo (aspecto positivo)		***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
8	Disfruto resolver los problemas en clase de matemáticas.	4,00	3,17
10	El área de matemática es mi favorita.	3,40	3,17
30	Me entiendo bien con mi profesor de matemáticas	3,80	4,50
31	Me gusta participar en clase de matemáticas.	3,00	3,33
32	Me gusta resolver problemas de matemáticas en grupo	3,80	3,17
33	Me gustaría tener más horas de matemáticas.	3,80	3,00
37	Me siento seguro en las clases de matemáticas	3,60	3,50
41	Para mis profesores soy un buen alumno de matemáticas.	3,80	3,17
42	Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles.	4,20	3,17
49	Soy un buen alumno en matemáticas y me siento valorado y admirado por mis compañeros	4,00	3,33

Según el contraste de hipótesis de medias iguales, entre el grupo experimental y de control, mediante el estadístico T Student entre ambos promedios, que arrojó diferencia significativa para el nivel afectivo en su aspecto positivo, en favor del grupo experimental, como puede observarse en la Figura 7.

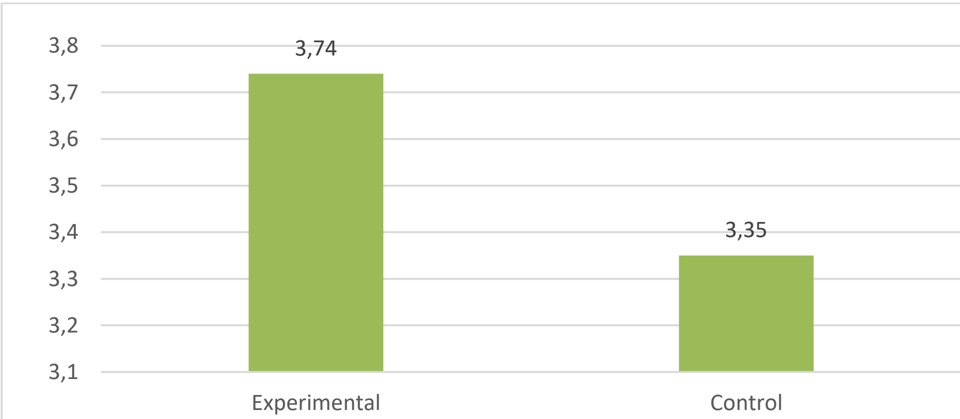


Figura 7. Medias de la dimensión afectiva en su aspecto positivo

La prueba no arrojó diferencias significativas para la dimensión afectiva en su aspecto negativo. Como puede verse en la Tabla 17, en el ítem 1 (A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles) incluso se observan respuestas idénticas entre ambos grupos.

Tabla 17. Nivel Afectivo (aspectos negativos) a posteriori

Nivel Afectivo (aspecto negativo)		*Media*	*Media*
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
1	**A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles.**	**3,00**	**3,00**
11	En las clases de matemáticas me entran ganas de "salir corriendo".	1,40	2,00
21	Las matemáticas son fáciles para mí.	3,80	2,67
26	Me cuesta mucho motivarme a estudiar matemáticas.	2,60	2,33
27	Me desanimo cuando veo todo lo que tengo que estudiar para el examen de matemáticas	2,80	2,83
40	Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.	1,60	1,67
43	Prefiero estudiar cualquier otra materia antes que estudiar matemáticas.	2,00	2,17
48	Soy feliz el día que no tenemos matemáticas pues no me interesan, ni me atraen.	2,20	1,83

Para el nivel cognitivo se mantuvo la homogeneidad de respuestas entre los dos grupos, como pueden verse en las Tablas 18 y 19.

Tabla 18. Nivel Cognitivo (aspectos positivos) a posteriori

	Nivel Cognitivo (aspecto positivo)	*Media*	*Media*
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
7	Cuando leo los ejercicios del examen de matemáticas, si la primera impresión es que no sé hacerlo, me desanimo en seguida.	2,4	2,50
5	Aprender matemáticas me va a ser muy útil	4,6	4,17
6	Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas.	3,8	3,33
13	En los exámenes de matemáticas procuro presentar con limpieza y orden los ejercicios.	4,4	3,83
19	Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas.	4	3,17
20	Las matemáticas sirven para aprender a pensar.	4,2	4,67
22	Las matemáticas son valiosas y necesarias.	3,8	3,67
24	Me considero muy capaz y hábil en matemáticas.	3,2	3,17
44	Puedo aprender cualquier ejercicio de matemáticas si me lo explican bien.	4	4,50
46	Repaso con cuidado cada pregunta del examen antes de entregarlo.	3,8	3,83

Tabla 19. Nivel Cognitivo (aspectos negativos) a posteriori

	Nivel Cognitivo (aspecto negativo)	*Media*	*Media*
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
4	Ante un fracaso en matemáticas, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más.	4,83	4,5
15	En matemáticas me conformo con aprobar.	2,5	2,25
39	No me gustan las matemáticas porque me cuesta entender los ejercicios y problemas	2,5	2,13

Las respuestas para el nivel conductual, tanto en su aspecto positivo como en su aspecto negativo, pueden observarse en las Tablas 20 y 21.

Tabla 20. Nivel Conductual (aspectos positivos) a posteriori

	Nivel Conductual (aspecto positivo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
3	Anoto todas las explicaciones y recomendaciones del profesor en clase	2,88	1,83
9	Durante las explicaciones de clase mantengo la atención sin que me distraigan otros asuntos.	2,38	3
12	En los exámenes cuando tengo alguna duda pido aclaraciones al profesor.	3,25	3,5
14	En los exámenes voy con todos los materiales necesarios para no tener que pedir nada prestado	3,88	2,5
18	Las matemáticas las estudio a diario, aunque no tenga tarea de casa o exámenes	3	2,33
34	Me preocupo mucho por seguir las indicaciones del profesor.	3,13	3,17
35	Me preparo con tiempo suficiente para los exámenes de matemáticas	3	3
45	Realizo las tareas de matemáticas inmediatamente después de las clases del profesor	3	2,5
47	Reviso mis apuntes de matemáticas y los comparo con compañeros para comprobar que están completos.	1,88	1,5

Tabla 21. Nivel Conductual (aspectos negativos) a posteriori

	Nivel Conductual (aspecto negativo)	***Media***	***Media***
Nº	*Ítem*	*Experimental*	*Control*
2	Al resolver problemas mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar con claridad	2,40	2,83
16	En vez de estudiar matemáticas en casa me dedico a estudiar otras asignaturas o a descansar.	2,60	2,67
17	Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.	2,80	2,67
23	Me angustio cuando el profesor me saca por sorpresa a la pizarra para resolver un problema	2,40	3,50
25	Me cuesta mucho concentrarme en estudiar matemáticas.	2,80	2,50
28	Me distraigo con facilidad cuando estudio en casa matemáticas.	2,80	3,17
29	Me distraigo con facilidad en la clase de matemáticas.	2,80	2,17
36	Me siento mal cuando tengo que explicar al profesor/a cómo he resuelto un ejercicio.	2,20	3,67
38	No le doy importancia a las matemáticas, sólo estudio para aprobar	1,40	1,50

La prueba de contraste de hipótesis, suponiendo medias iguales, arrojó una diferencia significativa a favor del grupo experimental en el nivel conductual en su aspecto positivo, como se puede visualizar en la Figura 8.

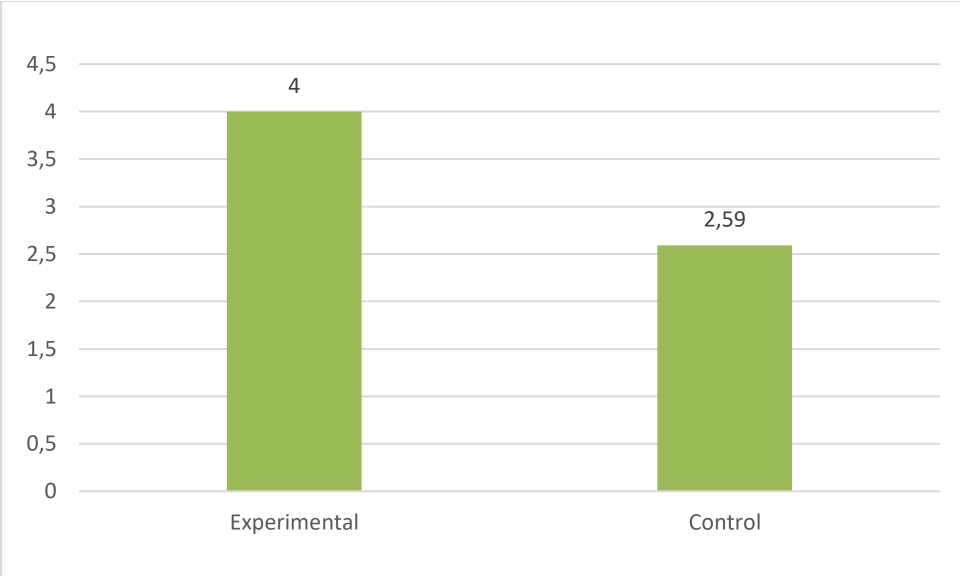


Figura 8. Medias de la dimensión conductual en su aspecto positivo

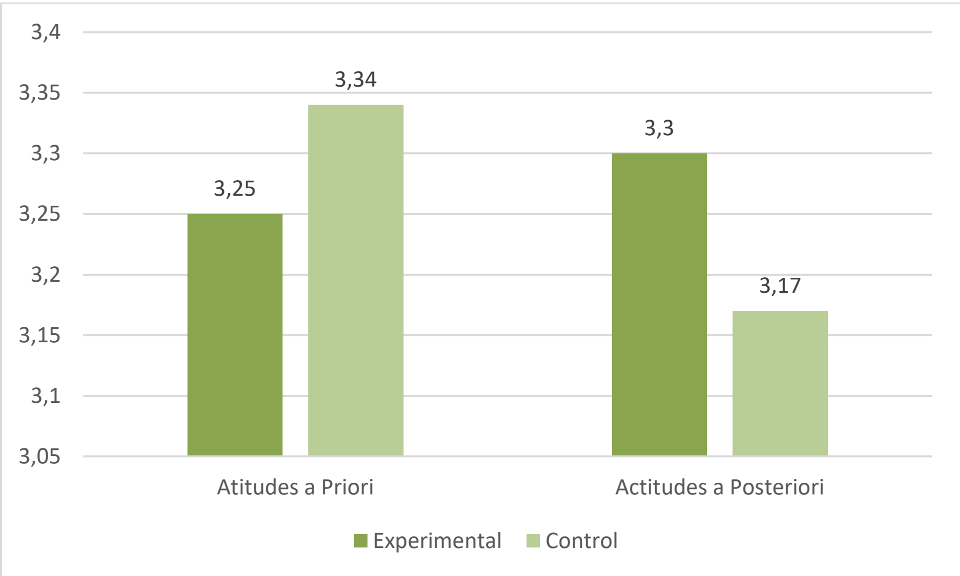


Figura 9. Comparación de Actitudes ante las Matemáticas

En cuanto al Nivel Afectivo se puede resaltar que se observó una diferencia significativa en el aspecto positivo de parte del grupo experimental después la utilización del software en el proceso didáctico en el cual se abordó el objeto matemático Derivada como razón de cambio, lo que indica una buena aceptación del recurso.

Para el Nivel Cognitivo no se notó diferencia significativa en ninguno de los grupos después del experimento, pero cabe destacar que se observó un incremento en la puntuación para el ítem “Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas”, cuyo promedio presentado antes del experimento fue de 2 puntos y 3.8 después, el aumento en esta puntuación refleja que se ha fortalecido la confianza de los estudiantes.

Mientras que para el Nivel Conductual se observó una deferencia significativa entre ambos grupos después del experimento, se resalta que las puntuaciones en el aspecto negativo fueron menores en el grupo experimental después del desarrollo de la clase con GeoGebra, esto revela que el grupo presenta mayor interés hacia las Matemáticas.

En términos generales se notó una actitud más positiva en todos los niveles en el grupo que ha utilizado GeoGebra (experimental) y una actitud menos positiva en el grupo de control, es decir, se mejoró la aceptación, se fortaleció la confianza y se optimizó el interés hacia la materia, una vez que aportan mayor riqueza al desarrollo de ciertas actividades pues materializan algunos conceptos que sin su utilización solo serían abstractos y que permiten además entender los procesos y los cambios que se dan de manera dinámica, afianzando así los conocimientos teóricos adquiridos como lo mencionan Gomes et al. (2002)

IV.4 Diferencias que se observan en los niveles de comprensión y aplicación de derivada, entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en su proceso de aprendizaje y los que no lo han utilizado

Para analizar los resultados de la evaluación de derivadas, se procedió a analizar los estadísticos descriptivos. En la Tabla 22 se observa la comparación de medias de puntajes obtenidos en cada ítem separados por grupo.

Tabla 22. Evaluación de derivadas

Evaluación del tema derivadas		
Ítem	Experimental	Control
Ítem 1 - Derivada por definición	0,80	1,00
Ítem 2 - Derivada por definición	0,60	1,00
Ítem 3 - Derivada por definición	0,80	0,80
Ítem 4 – Problema de aplicación de la derivada	0,80	0,60
Ítem 5 – Problema de aplicación de la derivada	1,00	0,60
Ítem 6 – Problema de aplicación de la derivada	1,00	0,60
Ítem 7 – Cálculo de tasa de variación media	0,40	0,60
Ítem 8 – Cálculo de tasa de variación media	0,80	0,60
Ítem 9 – Cálculo de tasa de variación media	0,80	0,60
Ítem 10 – Preguntas sobre conceptos básicos	0,60	0,60
Ítem 11 – Preguntas sobre conceptos básicos	0,60	0,80
Ítem 12 – Preguntas sobre conceptos básicos	1,00	0,60
Ítem 13 – Preguntas sobre conceptos básicos	0,60	0,60
TOTAL	9,80	9,00

Se percibió una diferencia significativa entre las medias del grupo experimental y control, según la prueba T Student, en favor del grupo de experimental, en nivel general. La diferencia se puede apreciar en la Figura 10.

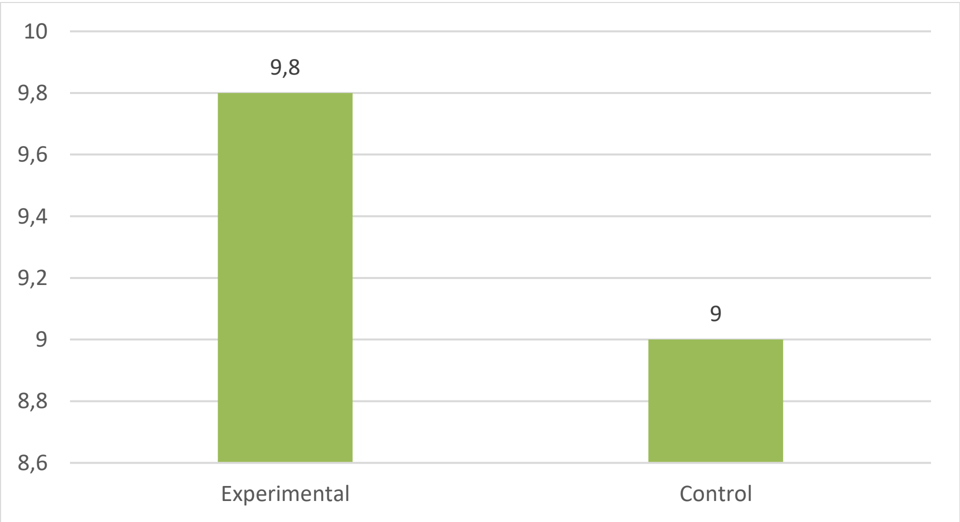


Figura 10. Medias de puntajes de la evaluación del tema derivadas

En el análisis de cada dimensión, se notó una diferencia significativa en favor del grupo control para la dimensión "derivada por definición", como se puede ver en la Figura 11.

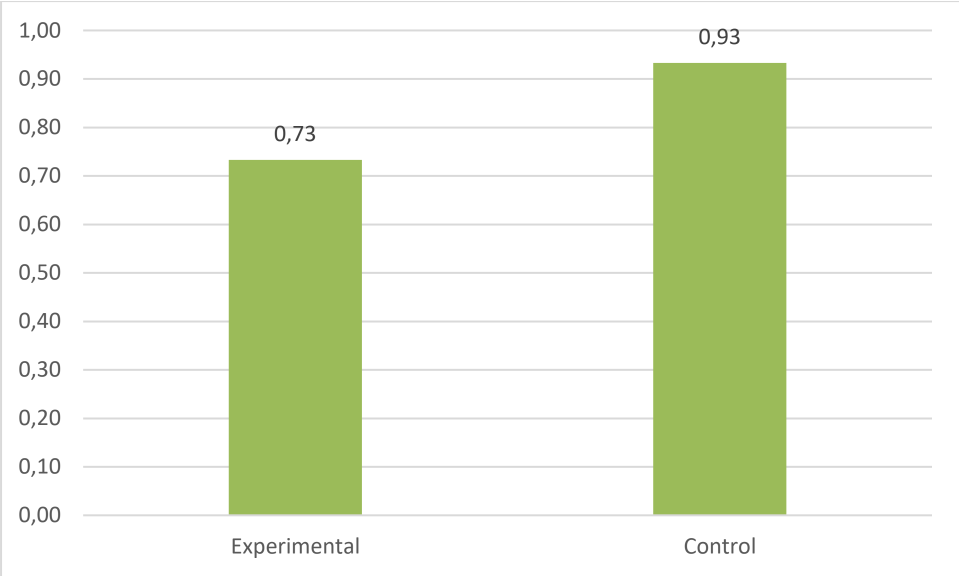


Figura 11. Dimensión - Derivadas por definición

En cuanto a la dimensión “problemas de aplicación de la derivada” se encontró una diferencia significativa en favor del grupo experimental, como se puede observar en la Figura 12.

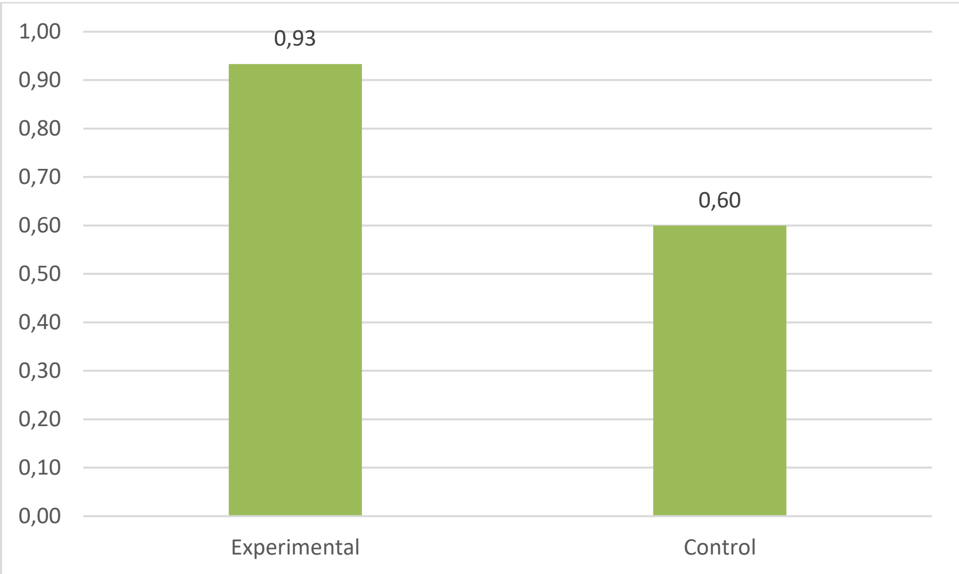


Figura 12. Dimensión - Problemas de aplicación de derivadas

En la dimensión “cálculo de la tasa de variación media”, también se puede apreciar una diferencia a favor del grupo experimentar, aunque según la prueba T dicha diferencia no es significativa.

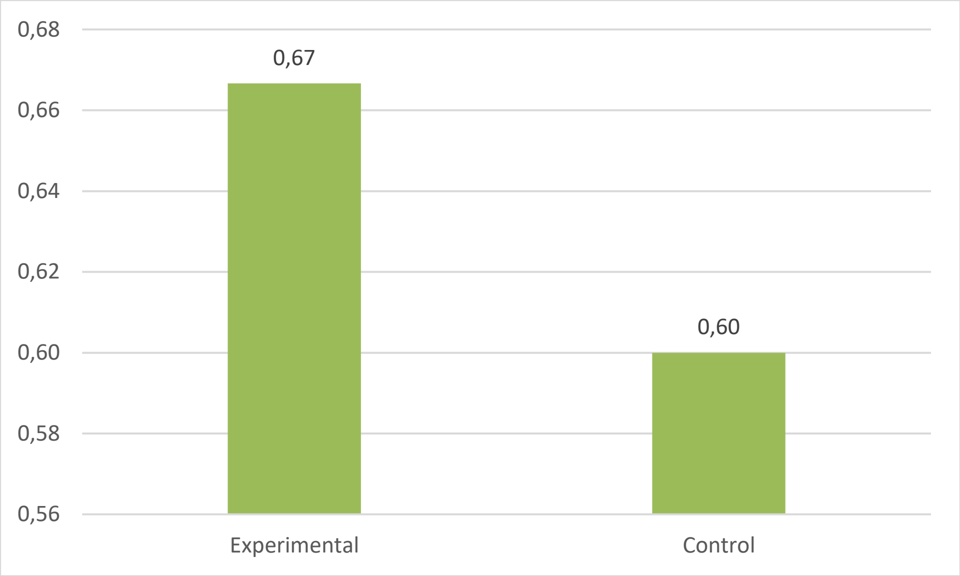


Figura 13. Dimensión - Calculo de la tasa de variación media

Para las preguntas de la dimensión "teórica" se notó una diferencia en favor del grupo experimental, pero que según la prueba T dicha diferencia no es significativa.

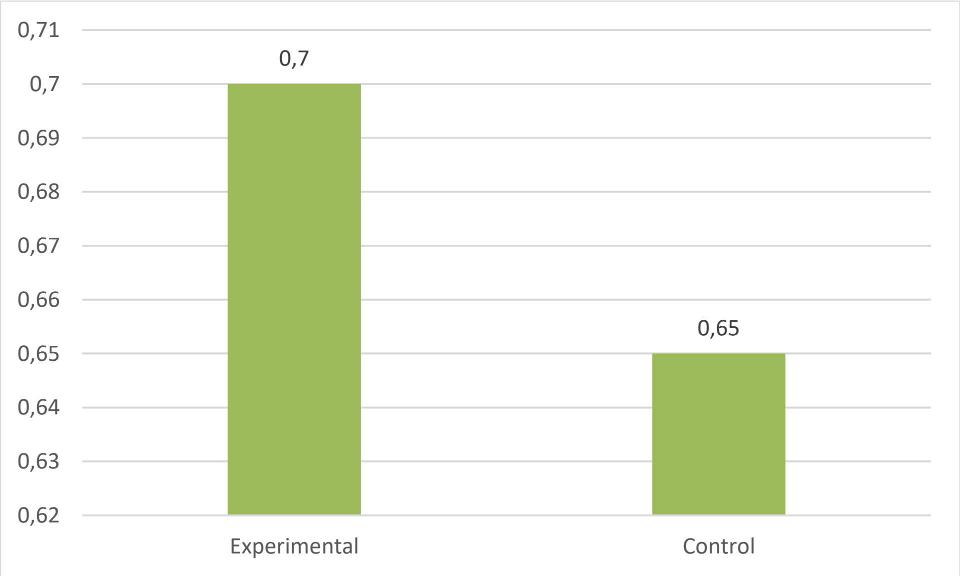


Figura 14. Dimensión Teórica

Se notó amplia diferencia entre las medias a favor del grupo experimental, quienes presentaron mejor desempeño en tres de las cuatro dimensiones, esto indica que el grupo que utilizó GeoGebra en el desarrollo del tema derivada presentaron una mayor comprensión de la misma, pues pudieron responder favorablemente a preguntas sobre conceptos teóricos, ejercicios de tasa de variación media y pudieron resolver mayormente los problemas de aplicación de derivadas.

En este sentido Vence Pájaro (2014) menciona que la inserción de softwares educativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje lograron cambios a nivel cognitivo asociados a tres particularidades de estos recursos: la facilidad de tener a la mano diversas representaciones de un mismo concepto matemático, poder relacionarlas activamente unas con otras y la manipulación de objetos matemáticos y sus relaciones.

Además no se puede restar importancia al aspecto pedagógico del tema, pues para la investigación se primó la recomendación de Fiallo & Parada (2014), y se optó por una propuesta basada en problemas donde se parte de la aplicación práctica de la derivada en problemas, para la posterior conceptualización y generalización del tema aprendido.

IV.5 Actitud de los estudiantes que han utilizado GeoGebra en su proceso de aprendizaje

Para analizar los resultados de la evaluación de las actitudes ante la utilización de GeoGebra, aplicó exclusivamente al grupo experimental, se consideraron los estadísticos descriptivos, que llevaron a la elaboración de la Tabla 23.

Tabla 23. Evaluación de actitudes ante la utilización de GeoGebra

Nº	Ítem	Medias
1	GeoGebra es un es un software fácil de usar	4,40
2	Creo que es fácil de entender la utilización de GeoGebra	4,00
3	GeoGebra me ayuda para aprender mejor el cálculo	3,80
4	Con GeoGebra es más difícil de resolver los ejercicios de derivadas	2,40
5	Me gusta trabajar con GeoGebra	4,00
6	Me siento más seguro estudiando con GeoGebra	3,20
7	Es divertido trabajar con GeoGebra	4,00
8	Es siento perdido trabajando con GeoGebra	1,80
9	El software GeoGebra me ayuda a comprender las funciones	3,80
10	No comprendo en qué se relacionan los ejercicios realizados con GeoGebra y el significado de razones y proporciones	2,40
11	El software GeoGebra me ayuda a visualizar el significado de los incrementos de las variables	3,80
12	Sin la ayuda de GeoGebra me resultaría difícil interpretar la diferencia entre una recta tangente y una recta secante	3,20
13	Con la vista gráfica de GeoGebra puedo identificar la pendiente de una recta tangente a una curva	4,20
14	No entiendo como las animaciones de GeoGebra retratan la tasa de variación media	2,20
15	Usar GeoGebra me resulta muy práctico	3,80
16	Aprendí a utilizar GeoGebra con suma facilidad	3,80
17	Cuento con computadora o dispositivo móvil para acceder a GeoGebra	3,80
18	No tengo celular ni computadora para acceder a GeoGebra	2,00
19	Me dificulta tener que aprender a utilizar un software nuevo y los ejercicios a la vez	2,20
20	Es muy complicado utilizar GeoGebra	2,00

En este punto se pudo observar que en todas las dimensiones las medias obtenidas fueron considerablemente mayores para los aspectos positivos que para los aspectos negativos.

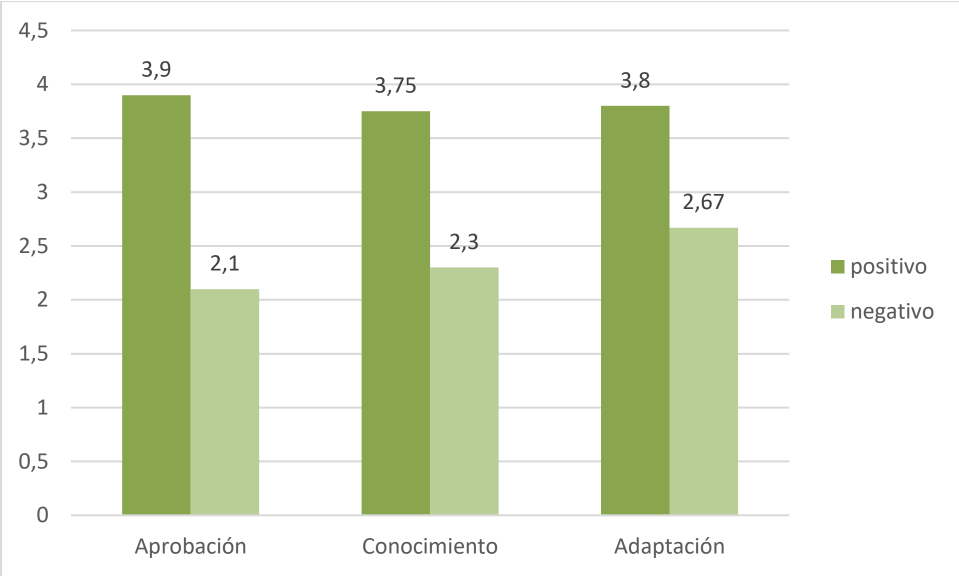


Figura 15. Media de actitudes ante la utilización de GeoGebra según dimensiones

En cuanto a la dimensión Aprobación se nota una puntuación mayormente positiva, lo cual indica que los estudiantes que estuvieron en contacto con el recurso se sintieron a gusto con la utilización del software.

Para la dimensión Conocimiento se observó igualmente respuestas más favorables en cuanto al aspecto positivo, lo que refleja el gran potencial de GeoGebra para facilitar la comprensión de procesos complejos que conllevan el aprendizaje de la derivada.

Asimismo, en la dimensión Adaptación las puntuaciones fueron bastante altas para el aspecto positivo y bajas para el aspecto negativo, reforzando la idea de que GeoGebra es un software de carácter intuitivo y fácil de usar.

Martínez Tamayo (2013) resalta que debido a las características de GeoGebra, que permite a los alumnos explorar funciones complejas de manera interactiva, con eficiencia y precisión, docentes y alumnos pueden utilizarlo de varias maneras, no excluyentes entre sí, solamente relacionada con el nivel de adiestramiento que se tenga del programa.

Se puede por lo tanto afirmar que en este experimento, la utilización del software GeoGebra en el desarrollo del contenido derivada tuvo la aprobación de los estudiantes, éstos manifestaron que les facilitó la comprensión del tema y que su utilización es bastante intuitiva.

CAPÍTULO V. **CONCLUSIÓN**

Conforme al objetivo de la presente investigación, con la cual se busca estudiar los efectos de la utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada y la hipótesis formulada con la que se presume que la utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje, mejora los niveles de comprensión del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú, luego del procesamiento y análisis de los resultados obtenidos en el trabajo de campo, se puede establecer las conclusiones siguientes:

V.1 Conocimientos previos de los estudiantes para iniciar el estudio del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio.

Se observó que los alumnos poseen deficiencia de conceptos previos necesarios para la comprensión del concepto y la aplicación de la derivada, se presentó especial dificultad con respecto al tema Álgebra que podría indicar el exceso en el rigor y la falta de discusión sobre la comprensión de dichos conceptos, relatados por Fiallo & Parada (2014), quienes recomiendan la profundización en el conocimiento matemático y pedagógico del contenido

V.1 Capacidades que tienen los estudiantes para el uso del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada como razón de cambio.

Todos los alumnos que participaron del experimento demostraron ser capaces de utilizar el software GeoGebra en las actividades propuestas para el desarrollo de la sesión didáctica planeada para el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada, que podría deberse tanto al carácter intuitivo del software indicado por Lopez & Cerezo (2013), como al acercamiento constante de los alumnos con varios software, por cursar una una carrera de tecnología.

V.2 Diferencias de actitudes ante las matemáticas entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en el aprendizaje de derivada como razón de cambio y los que no lo han utilizado.

Se comparó las actitudes ante las matemáticas entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en el aprendizaje de derivada como razón de cambio y los que no lo han utilizado mediante a la aplicación de una evaluación de actitudes que se suministró tanto al grupo experimental como al grupo de control, antes, durante y después del desarrollo de dicha propuesta didáctica. De acuerdo a los resultados obtenidos se podría afirmar que la utilización del recurso: los alumnos que utilizaron el software mantuvieron una actitud positiva hacia dicha materia, mientras que los alumnos que no utilizaron dicha herramienta presentaron una actitud menos favorable durante y después del desarrollo del tema derivada.

Se resalta una diferencia significativa una diferencia significativa a favor del grupo experimental en el nivel conductual, lo cual podría indicar que los individuos del experimento optimizaron el interés hacia la materia destacando su aplicabilidad en resolución de problemas y fortalecieron su confianza con respecto al aprendizaje de la materia ya que se enfatiza la importancia de la matemática.

En términos generales se observó mejor actitud positiva en el grupo que ha utilizado GeoGebra y una actitud menos positiva en el grupo que no utilizó el software, coherentemente con Cotic (2014), quien expresa ha notado una gran entusiasmo de parte de los alumnos al tratar de resolver las actividades propuestas utilizando GeoGebra como medio de aprendizaje significativo.

V.3 Diferencias en los niveles de comprensión y aplicación de derivada como razón de cambio, entre los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra en su proceso de aprendizaje y los que no lo han utilizado.

En cuanto a los niveles de comprensión y aplicación de las derivadas de funciones, se ha notado un mejor rendimiento en el grupo que ha utilizado GeoGebra, comprobando las conclusiones de Lopez y Cerezo (2013), quienes afirman que se trata de “ una herramienta útil para el desarrollo de competencias en el alumnado, por el carácter intuitivo del software y por las intervención llevada a cabo con él”. Además, el grupo experimental ha demostrado medias superiores para las dimensiones problemas de aplicación de las derivadas, cálculo de tasa de variación media y en el aspecto teórico, que podría indicar que la utilización de GeoGebra en el desarrollo de derivadas optimiza la comprensión de la misma.

V.4 Actitudes de los estudiantes que han utilizado el software GeoGebra durante el experimento hacia su aplicabilidad en el aprendizaje del concepto de derivada como razón de cambio y sus aplicaciones

Se pudo describir la actitud de los estudiantes que han utilizado GeoGebra en su proceso de aprendizaje ante dicho software por medio de la aplicación al grupo experimental de una evaluación de la utilización de GeoGebra, del cual se podría afirmar que para este estudio los alumnos que estuvieron en contacto con el recurso demostraron gran interés por el mismo, manifestaron que el software facilita la comprensión de procesos complejos que conllevan el aprendizaje de la derivada y resaltan la facilidad de su uso, reforzando la idea de que GeoGebra es un software de carácter intuitivo y fácil de usar.

V.5 Efectos de la utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú, durante el periodo 2017.

Finalmente se podría generalizar, que la utilización del software GeoGebra en el aprendizaje del concepto y las aplicaciones de derivada como razón de cambio tuvo efectos positivos sobre el grupo experimental, se destaca la actitud positiva entre los alumnos que utilizaron el recurso, un rendimiento superior de los estudiantes que utilizaron GeoGebra ante aquellos que no utilizaron, además de una aceptación y aprobación del grupo experimental hacia el software. No obstante, cabe destacar que la mera utilización de dicho recurso no podría generar buenos resultados sin una buena propuesta didáctica, tal como lo describe Gomes et al. (2002), se resalta que la secuencia didáctica utilizada se elaboró bajo el enfoque de resolución de problemas donde se buscó el aprendizaje por descubrimiento.

Por lo tanto, este experimento confirma la hipótesis de la investigación y afirma que utilización del software GeoGebra en los procesos de enseñanza-aprendizaje, mejoró los niveles de comprensión del concepto y las aplicaciones de la derivada como razón de cambio en estudiantes del tercer semestre de la carrera de Análisis de Sistemas de la Facultad de Ciencias y Tecnologías de la Universidad Nacional de Canindeyú.

V.6 Limitaciones de la investigación

Las limitaciones que tuvo la investigación se exponen en tres ejes fundamentales:

- El tiempo de aplicación, limitado a un semestre.
- El contenido, ajustado solamente al contenido de Derivadas.
- La homogeneidad de la muestra, considerando solamente estudiantes de una sola universidad y de un mismo curso, además de no considerar la diversidad en torno a la posible participación con discapacidades.

V.7 Recomendaciones para futuras investigaciones.

Como sugerencia para futuras investigaciones se podría indicar la experimentación por un plazo mayor de tiempo, pues extender el procedimiento por un periodo académico, por ejemplo, arrojaría resultados más contundentes en cuanto al logro de competencias. Además, otra sugerencia para futuras investigaciones podría ser la profundización en cuanto a competencias potencializadas con el uso de GeoGebra.

Referencias

Ahumada, M. (2013). Las TIC en la formación basada en competencias. *Revista de La Universidad de Sale*, *6*, 141–157.

Amarilis Leal, I., & Badith Chenche, F. (2013). El aprendizaje basado en problemas. *Revista Ciencia Y Tecnología de Guayaquil*, *5*, 66–76. Retrieved from http://www.ibe.unesco.org/publications/Prospects/ProspectsPdf/123s/igless.pdf

ANEAES. (2014). Modelo Nacional de Acreditación de la Educación Superior: Parte 5 Criterios de calidad para carreras de licenciatura del área informática. Asunsión.

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. In Grupo Editorial Iberoamérica (Ed.), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática* (1ª, pp. 97–140). Bogotá. Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf

Ausubel, D. (1978). Significado y aprendizaje significativo. In *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (Vol. 1, p. 733). Retrieved from http://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/ausubel02.pdf

Ballester, A. (2002). El aprendizaje significativo en la práctica. Palma.

Bazán G., J. L., & Sotero, H. (1998). Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la UNALM. *Anales Científicos UNALM*, 60–72. Retrieved from http://www.ime.usp.br/~jbazan/download/1998_62.pdf

Boscán, M. M., & Klever, K. L. (2012). Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios, 10*(2), 7–19. Retrieved from http://ojs.uac.edu.co/index.php/escenarios/article/viewFile/214/198

Bosco, A. (2007). Profesores y estudiantes haciéndose competentes con las TIC: una visión global. *Tecnologías Informáticas En La Educación a Principios Del Siglo XXI*, 1–22.

Brumer, J. (1991). Actos de Significado. (Alianza, Ed.). Madrid.

Calzadilla, M. E. (2002). Aprendizaje Colaborativo y TIC. *Revista Iberiamericana de Educación*, *1*(ISSN: 1681-5653), 1–10.

Camacho, L. (2015). Nuevos roles de los docentes en la Educación Superior: hacia un nuevo perfil y modelo de competencias con integración de las TIC. *Ciencia Y Sociedad*, *1*(4), 601–640. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Carrera, B., & Mazzarella, C. (2001). Vygotsky : Enfoque Sociocultural. *Educere*, *5*(ISSN: 1316-4910), 41–44. Retrieved from http://www.redalyc.org/pdf/356/35601309.pdf

Carrillo de Albornoz, A. (2010). GeoGebra . Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *23*, 201–210.

Carro, L. (2000). Métodos de Investigación Educativa. In F. Sypal (Ed.), *Metodología de lainvestigación holística* (pp. 221–247). Caracas.

Constitución de la República de Paraguay ,. (1992).

Contreras, J. (1994). Enseñanza, curriculum y profesorado. In Akal (Ed.), *Enseñanza, curriculum y profesorado* (pp. 182–187). Madrid.

Cotic, N. S. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemática. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación Y Educación GeoGebra*, 1–9.

Díaz Barriga, F. (2002). Capítulo 2 Constructivismo y Aprendizaje Significativo. In Mc Graw Hill (Ed.), *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: una interpretación costructivistas* (2ª Edición, pp. 24–62). Mexico.

Eagly, A., & Chaiken, S. (2005). Investigaciones En Actitudes En El Siglo XXl: El Estado Del Arte. *The Hanbook of Attitudes*, (2005), 743–767. Retrieved from https://psicologiaexperimental.files.wordpress.com/2011/03/investigaciones-en-actitudes-en-el-siglo-xxi-el-estado-del-arte-1eagly-y-chaiken-2005.pdf

Educación Superior Ley Nº 4995. (2013).

Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J., & Márquez, F. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad En La Educación*, *17*(45), 90–131. https://doi.org/10.4067/S0718-45652016000200004

Fernández Cruz, F. J., & Fernández Díaz, M. J. (2016). Los docentes de la Generación Z y sus competencias digitales. *Comunicar*, *24*(46), 97–105. https://doi.org/10.3916/C46-2016-10

Ferreiro Gravié, R. (2007). Una visión de conjunto a una de las alternativas educativas más impactante de los últimos años: El aprendizaje cooperativo. *Revista Electronica de Investigacion Educativa*, *9*(2), 1–9. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/pdf/redie/v9n2/v9n2a13.pdf

Fiallo, J., & Parada, S. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Recvista Científica*, *20*(ISSN 0124 2253), 56–71.

Fonseca, J., & Neto, B. (1994). *Questões básicas do ensino do cálculo*. Ceará. Retrieved from http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/pre-print/JairoHBN.pdf

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2012). *Fundamentos de la enseñanza y elaprendizaje de las Matemáticas para maestros*. (ReproDigital, Ed.), *Actualidades en Psicología* (Vol. 13). Granada. https://doi.org/10.15517/ap.v29i119.18693

Gomes, A. S., Aires, J., Filho, C., Gitirana, V., Spinillo, A., Alves, M., … Ximenes, J. (2002). Avaliação de software educativo para o ensino de matemática. *Informática Educativa*, 1–8. Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.70.5764&rep=rep1&type=pdf

González Mariño, J. C. (2006). B-Learning utilizando software libre, una alternativa viable en Educación Superior. *Revista Complutense de Educación*, *17*(ISSN 1130-2496), 121–133. https://doi.org/-

Gros, B. (2000). Del software educativo a educar con software. *Revista Quaderns Digitals*, *24*, 1–17. Retrieved from https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5858996

Guilar, M. (2009). Las ideas de Bruner : “ de la revolución cognitiva ” a la “ revolución cultural .” *Revista Venezolana de Educación*, *13*(ISSN: 1316-4910), 235–241.

Hernández, V. M., & Villalba, M. C. (1994). George Pólya: El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas. Retrieved from http://fractus.uson.mx/Papers/Polya/Polya.pdf

Hidalgo Alonso, S. ., Maroto Sáez, A. ., & Palacios Picos, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las Matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las Matemáticas. *Revista de Educación*, *334*, 75–95. Retrieved from http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=EBYHyvYa-C4C&oi=fnd&pg=PA75&dq

Instituto GeoGebra Internacional. (2018). Retrieved January 29, 2018, from http://community.geogebra.org/es/

Ley Nº 1264 General de Educación. (1998).

Ley Nº 1328 de Derecho de Autor y Derechos Conexos. (1998).

Lombardo, G., Caronía, S., Operuk, R. V., & Abildgaard, E. G. (2012). La enseñanza de la Matemática con GeoGebra. In *1ª Conferencia Latino Americana de la GeoGebra* (pp. 115–128). Sao Paulo.

López, N. R., & Cerezo, S. A. (2013). Influencia del nivel de competencia digital en la adquisición de competencias geométricas en un entorno GeoGebra. *Iberian Conference on Information Systems and Technologies, CISTI*, *1*, 1008–1013. Retrieved from http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84887869886&partnerID=tZOtx3y1

Martínez Tamayo, E. D. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra para el tratamiento de los tipos de funciones en estudiantes del último grado de secundaria. *Apertura: Revista de Innovación Educativa*. Antioquia. Retrieved from http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=sso&db=eue&AN=102486101&lang=es&site=eds-live

Mato, M. D., & De la Torre Fernández, E. (2009). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico. *Investigación En Educación Matemática XIII*, 285–300. Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/1654/

Menese, G. (2007). El proceso de enseñanza- aprendizaje: el acto didáctico. *Interacción Y Aprendizaje En La Universidad*. https://doi.org/T.2183-2007

Ministerio de Educación y Cultura. (2009). Plan Nacional de Educación 2024. Asunción. Retrieved from https://www.mec.gov.py/talento/planes/MEC_plan-educacional-2024.pdf

Moreira, M. A. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? *Revista Qurriculum*, *25*(ISSN: 1130-5371), 29–56. Retrieved from http://moreira.if.ufrgs.br/alfinal.pdf

Observatorio Tecnológico. (2012). Geogebra: panorama actual y futuro. Retrieved February 1, 2018, from http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/gl/software/software-educativo/1082-geogebra-panorama-actual-y-futuro

Parra, C., Saiz, I. [Comps], Santaló, L. A., Gálvez, G., Charnay, R., Brousseau, G., … Sadovsky, P. (1994). Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones. In Paidós Ecuador (Ed.) (1ª, p. 299). Buenos Aires.

Pérez, F. (2009). *Cálculo diferencial e integral de funciones de una variable*. (U. de Granada, Ed.) (Vol. 3). Granada. Retrieved from http://www.ugr.es/~fjperez/textos/calculo_diferencial_integral_func_una_var.pdf

Restrepo, K., Asprilla, Y., & Rendón, C. (2014). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. In *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* (pp. 1–22). Buenos Aires.

Ruiz, A. B. M., García Sánchez, F., & Hernández Pina, F. (2015). Cuestionario para el estudio de la actitud, el conocimiento y el uso de TIC (ACUTIC) en Educación Superior. Estudio de fiabilidad y validez. *Revista Interuniversitaria de Formación Del Profesorado*, *83*(ISSN 0213-8646), 75–89.

Ruíz, H., Ávila, P., & Villa Ochoa, J. A. (2008). Uso de geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas. *Desarrollo Y Uso Didáctico de GeoGebra*, *14*, 446–454.

Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. (M.-H. /Interamericana E. SA, Ed.) (5ta ed.). Mexico.

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del Aprendizaje*. (Pearson, Ed.) (6º). Mexico.

Vence Pájaro, L. M. (2014). Uso pedagógico de las TIC para el fortalecimiento de estrategias didácticas del Programa Todos a Aprender. In *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* (p. 21). Buenos Aires. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Villa Sánchez, A., & Villa Leicea, O. (2007). El aprendizaje basado en competencias y el desarrollo de la dimensión social en las universidades. *Educar*, *40*, 15–48. Retrieved from http://www.uh.cu/static/documents/TD/El aprendizaje basado competencias.pdf

Zill, D., & Wrigth, W. (2011). *Cálculo Trascendentes tempranas*. (M. G. Hill, Ed.) (4ta ed.). México.

Apéndice

Apéndice 1

TEST DE CONOCIMIENTOS PREVIOS AL CÁLCULO

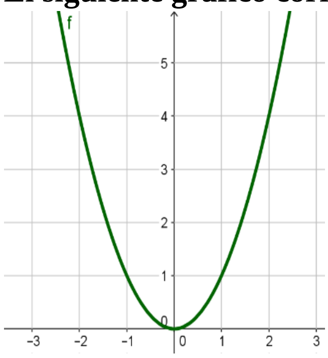
Estimado alumno/a, este test tiene fines meramente diagnósticos y sus resultados no influenciarán en la evaluación de esta asignatura, respondiendo con honestidad usted estará colaborando con la adaptación del plan de clases. Marca señalando la opción que responda correctamente a cada uno de los siguientes enunciados:

1. **La expresión $a^2 + 2a - 3a^2 + 6a - 5b$ es igual a:**
   a) a^6b
   b) $-2a^2 + 8a - 5b$
   c) $-2a^4 + 8a^2 - 5b$
   d) $6a^6 - 5b$

2. **La siguiente expresión 2x + 3 < 9 – x,es igual a**
   a) $x = 2$
   b) $x > 2$
   c) $x < 2$
   d) $x < 4$

3. **Al resolver la operación $2 \cdot 3 + 5 - 8 \div 2 - 2$ se obtiene:**
   a) 2
   b) 8
   c) 12
   d) 5

4. **El siguiente gráfico corresponde a la función:**



   a) $f(x) = x$
   b) $f(x) = x^2$
   c) $f(x) = \frac{1}{x}$
   d) $f(x) = \ln x$

5. **La expresión $m^3n^2 + mn^5$ es igual a:**
   a) m^4n^7
   b) $mn^2(m^2 + n^2)$

c) m^3n^{10}
d) $m^2n^5(mn^3 + mn^2)$

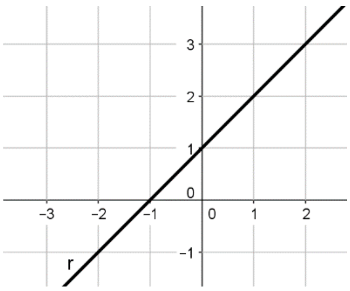
6. La tangente de un ángulo de 90º es:
a) 0
b) 1
c) -1
d) ∞

7. La siguiente expresión e^{3x} , es igual a:
a) $e^x + e^3$
b) $e^x \cdot e^x \cdot e^x$
c) $3e^x$
d) $e^x \cdot e^3$

8. La siguiente expresión $ln\,(x) + 3ln\,(\,y)$ es igual a:
a) $\ln(x + 3y)$
b) $\ln(x + y^3)$
c) $\ln(3xy)$
d) $ln\,(xy^3)$

9. La siguiente expresión $2x^2 + 4x - 6$, es igual a:
a) $2(x + 1)(x + 3)$
b) $2(x - 1)(x + 3)$
c) $(x + 1)(x + 3)$
d) $(x + 1)(x - 3)$

10. La pendiente de la recta observada en la figura 1, es:



a) $m > 0$
b) $m < 0$
c) $m = 0$
d) $m = \infty$

Tabla de respuestas										
Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Respuesta	b	c	d	b	b	d	b	b	b	a

Apéndice 2

EVALUACIÓN DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS

Este instrumento permitirá conocer sus actitudes hacia el aprendizaje de las Matemáticas. Los datos proporcionados serán de gran utilidad para el diagnóstico y el mejoramiento de dicho proceso; los mismos serán utilizados exclusivamente por confines investigativos, y serán totalmente confidenciales.

DATOS PERSONALES

Nombres y Apellidos:..

Edad: .... **Género:**.....................

Carrera: .... **Semestre:** ....

Sede: .... **Regular:** ***Si***............ ***No***.....

Trabajas: ***No***.................. ***Si***........ *(A tiempo completo*....... *Media jornada*............*)*

A continuación, encontrarás una serie de afirmaciones a las cuales se ruega responda con la mayor sinceridad posible. Escriba una X en la opción que más se ajuste a su forma de pensar o de sentir. Elija solamente una opción, las opciones están enumeradas en una escala del 1 al 5; donde:

1: Muy en desacuerdo 4: de acuerdo
2: en desacuerdo 5: Muy de acuerdo
3: indeciso

Nº	**Item**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	A pesar de que estudio, las matemáticas me parecen difíciles.					
2	Al resolver problemas mi mente se pone en blanco y soy incapaz de pensar con claridad					
3	Anoto todas las explicaciones y recomendaciones del profesor en clase					
4	Ante un fracaso en matemáticas, no me desanimo, me esfuerzo y estudio más.					
5	Aprender matemáticas me va a ser muy útil					
6	Confío en mí cuando tengo que resolver un problema de matemáticas.					
7	Cuando leo los ejercicios del examen de matemáticas, si la primera impresión es que no sé hacerlo, me desanimo en seguida.					
8	Disfruto resolver los problemas en clase de matemáticas.					
9	Durante las explicaciones de clase mantengo la atención sin que me distraigan otros asuntos.					
10	El área de matemática es mi favorita.					
11	En las clases de matemáticas me entran ganas de “salir corriendo”.					
12	En los exámenes cuando tengo alguna duda pido aclaraciones al profesor.					

13	En los exámenes de matemáticas procuro presentar con limpieza y orden los ejercicios.					
14	En los exámenes voy con todos los materiales necesarios para no tener que pedir nada prestado					
15	En matemáticas me conformo con aprobar.					
16	En vez de estudiar matemáticas en casa me dedico a estudiar otras asignaturas o a descansar.					
17	Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.					
18	Las matemáticas las estudio a diario aunque no tenga tarea de casa o exámenes					
19	Las matemáticas me resultan útiles para entender las demás áreas.					
20	Las matemáticas sirven para aprender a pensar.					
21	Las matemáticas son fáciles para mí.					
22	Las matemáticas son valiosas y necesarias.					
23	Me angustio cuando el profesor me saca por sorpresa a la pizarra para resolver un problema					
24	Me considero muy capaz y hábil en matemáticas.					
25	Me cuesta mucho concentrarme en estudiar matemáticas.					
26	Me cuesta mucho motivarme a estudiar matemáticas.					
27	Me desanimo cuando veo todo lo que tengo que estudiar para el examen de matemáticas					
28	Me distraigo con facilidad cuando estudio en casa matemáticas.					
29	Me distraigo con facilidad en la clase de matemáticas.					
30	Me entiendo bien con mi profesor de matemáticas					
31	Me gusta participar en clase de matemáticas.					
32	Me gusta resolver problemas de matemáticas en grupo					
33	Me gustaría tener más horas de matemáticas.					
34	Me preocupo mucho por seguir las indicaciones del profesor.					
35	Me preparo con tiempo suficiente para los exámenes de matemáticas					
36	Me siento mal cuando tengo que explicar al profesor/a cómo he resuelto un ejercicio.					
37	Me siento seguro en las clases de matemáticas					

38	No le doy importancia a las matemáticas, sólo estudio para aprobar					
39	No me gustan las matemáticas porque me cuesta entender los ejercicios y problemas					
40	Ojalá nunca hubieran inventado las matemáticas.					
41	Para mis profesores soy un buen alumno de matemáticas.					
42	Pienso que podría estudiar matemáticas más difíciles.					
43	Prefiero estudiar cualquier otra materia antes que estudiar matemáticas.					
44	Puedo aprender cualquier ejercicio de matemáticas si me lo explican bien.					
45	Realizo las tareas de matemáticas inmediatamente después de las clases del profesor					
46	Repaso con cuidado cada pregunta del examen antes de entregarlo.					
47	Reviso mis apuntes de matemáticas y los comparo con compañeros para comprobar que están completos.					
48	Soy feliz el día que no tenemos matemáticas pues no me interesan, ni me atraen.					
49	Soy un buen alumno en matemáticas y me siento valorado y admirado por mis compañeros					

Apéndice 3

PLAN DE CLASE

IDENTIFICACIÓN

1- **Institución:** Universidad Nacional de Canindeyú – Facultad de Ciencias y Tecnología

2- **Carera:** Análisis de Sistemas

3- **Asignatura:** Matemática III

4- **Curso:** Tercer Semestre

5- **Turno:** Noche

6- **Cantidad de Alumnos:** 5

7- **Profesora:** Lic. Zunilda Leiva

8- **Tiempo:** 120 minutos

CONTENIDO

La Derivada como Razón de Cambio

CAPACIDADES

Con el desarrollo de esta clase se pretende que el alumno sea capaz de:
- Comprender la idea de variación de funciones y el concepto de límite como razón incremental.
- Identificar el concepto de derivada de una función en un punto
- Aplicar el concepto de la derivada como razón de cambio para resolver problemas

ACTIVIDADES

1. **Inicio:** (30 minutos)
- Realizar el juego batalla de los números como motivación
- Proyección del video "Troncho y Poncho – Las Funciones" para introducir al tema a desarrollar

2. **Desarrollo:**
- Resolución de problemas para la aproximación a la noción de variaciones de las funciones.

- Generalización de conceptos de variación de las funciones con la utilización del software GeoGebra.
- Resolución de problemas para la aproximación a la noción de límite de la razón incremental.
- Generalización de conceptos de límite de la razón incremental y la derivada de una función en un punto con la utilización del software GeoGebra.

3. **Cierre:**

   Para evaluar la comprensión de los conceptos estudiados el docente presenta a los alumnos una secuencia de ejercicios y problemas sobre razón incremental y la derivada de una función en un punto que trabajarán en pareja o grupo y posteriormente será socializado.

EVALUACIÓN

Durante la socialización del trabajo realizado el docente indica el logro de los indicadores en la siguiente ficha de observación:

Nro	Indicadores	A1	A2	A3	A4	A5
1	Comprende la idea de variación de las funciones.					
2	Identifica y aplica estrategias para resolver problemas mediante los conceptos de variación de las funciones.					
3	Identifica el concepto de límite como razón incremental.					
4	Examina lo realizado para aproximarse al concepto de derivada de una función en un punto.					
5	Demuestra interés por las actividades realizadas					
6	Sigue correctamente los pasos indicados					
7	Comprende la idea de variación de las funciones.					

MATERIAL

LA DERIVADA COMO RAZÓN DE CAMBIO

Resuelve:

1. **En un supermercado de Curuguaty, 5 kilos de papa cuestan Gs 28.000. ¿Cuál el precio por cada kilo?**

- Representa la función del precio en forma de ecuación, tabla y gráfico
- Completa la siguiente tabla:

x_i	$f(x_i)$	$x_i - x_0$	$f(x_i) - f(x_0)$	$\frac{f(x_i) - f(x_0)}{x_i - x_0}$
1				
2				
3				
4				
5				
5.5				
5.6				

2. **La familia González recibió la factura de la luz y quieren revisar, cuanto le toca pagar. De la observación de las facturas anteriores se sabe que para el estrato 2, hay que pagar un cargo fijo de $ 5000 y que cada kWh (kilovatio por hora) cuesta $ 400. Estos valores incluyen el IVA y otros impuestos. ¿Cuánto pagarán si el consumo x kWh?**

- Representa la función del precio en forma de ecuación, tabla y gráfico
- Completa la siguiente tabla:

x_i	$f(x_i)$	$x_i - x_0$	$f(x_i) - f(x_0)$	$\frac{f(x_i) - f(x_0)}{x_i - x_0}$
100				
200				
300				
400				
500				
550				
560				

3. Representa gráficamente la función $f(x) = x^2$

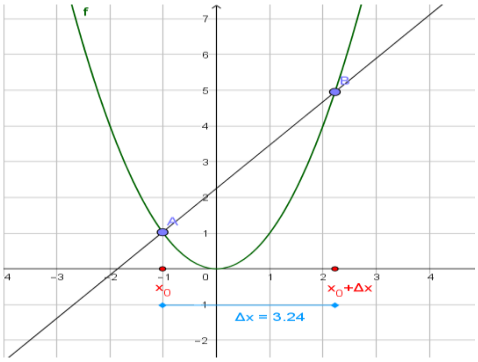
- Completa la siguiente tabla:

x_i	$f(x_i)$	$x_i - x_0$	$f(x_i) - f(x_0)$	$\frac{f(x_i) - f(x_0)}{x_i - x_0}$
1				
2				
2.5				
3				
3.1				
3.01				
3.001				

Un poco de teoría…

Incrementos:

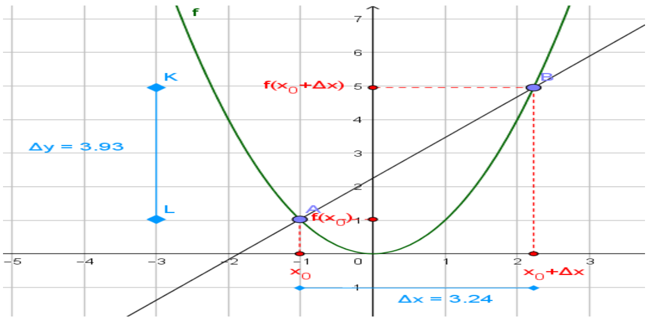
Considerando una función $y = f(x)$, dos puntos cercanos sobre el eje de abscisas "x_0" y "x_0+h", siendo "h" un número real que corresponde al incremento de x (Δx).



Tasa de Variación:

A la diferencia entre las ordenadas correspondientes a los puntos de abscisa "x_0" y "x_0+h", se le llama tasa de variación de la función en el intervalo $[x_0 , x_0+h]$:

$$\Delta y = [f(x_0+h) - f(x_0)]$$



Tasa de Variación Media:

Al cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intérvalo considerado en el eje de abscisas, h o Δx, se le llama **tasa de variación media** y se representa por:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ o } \frac{\Delta y}{h}$$

En símbolos:

$$\Delta y = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Resuelve:

1. **Calcula la tasa de variación media de la función $f(x) = x^2 - x$ en el intervalo [1,4]**

2. **Un auto escolar se mueve describiendo esta trayectoria $f(x) = x^3 + 2x$, al cabo de 1 hora presenta una velocidad de 3km/h. A partir de allí comienza acelerar alcanzando una velocidad de 33 km/h al cabo de 2 horas. Calcula la tasa de variación media en dicho intervalo.**

3. **Qué sucede si en el ejercicio 1 se calcula la tasa de variación media en el punto 2. Completa el cuadro:**

Δx	1	0.5	0.1	0.05	0.01	0.001
$x_1 = 2 + \Delta x$						
Δy						
$\frac{\Delta y}{\Delta x}$						

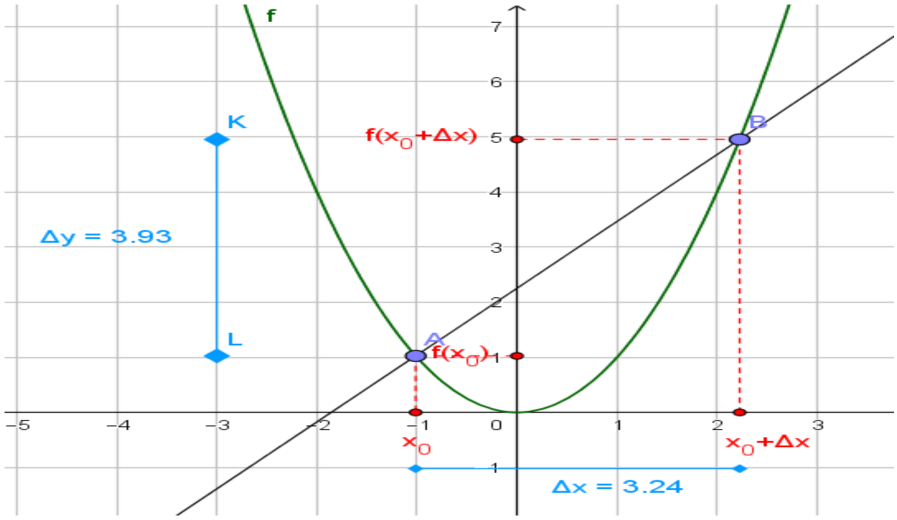
Un poco de teoría…

Límite de la Razón incremental

Como la la función $f(x) = x^2$ es continua, a valores de Δx cada vez más pequeños, le corresponden valores de Δy también cada vez más pequeños, lo que implica que el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tiende a tomar la forma indeterminada $\frac{0}{0}$ cuando Δx tiende a cero, sin embargo el límite del cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ tiende a un valor perfectamente determinado.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Derivada de la función en un punto



Es importante notar que la recta secante a la curva que pasa por los puntos A y B no representan la pendiente de la curva en el punto A ya que al variar la posición del punto B el valor de la Δx aumenta o disminuye y de ese modo la pendiente aumenta o disminuye

Cuando $\Delta x \to 0$ el punto B tiende al punto A y la posición de límite de la recta secante AB es la recta tangente r, que forma un ángulo $\propto$ con el eje de abscisas.

Llamamos Derivada de un función $y = f(x)$ en un punto $P(x_0, y_0)$ al límite de la razón incrementada $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ cuando $x \to 0$ que en símbolos escribimos:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Resuelve:

1. **Calcula la derivada mediante su definición de la función $f(x) = x^2 - x$ cuando x = 4.**
2. **Calcula la derivada mediante su definición de la función $f(x) = x^3 - 5$ cuando x = 1.**
3. **Un auto escolar se mueve describiendo esta trayectoria $f(x) = x^3 + 2x$, al cabo de 1 hora presenta una velocidad de 3km/h. A partir de allí comienza acelerar alcanzando una velocidad de 33 km/h al cabo de 2 horas. Calcula la derivada de la función de la trayectoria mediante la definición de la derivada y su valor en el segundo instante.**

Apéndice 4

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA UTILIZACIÓN DE GEOGEBRA

En este instrumento se registra si los alumnos utilizan el software GeoGebra y si conocen las distintas utilidades de los recursos básicos del software GeoGebra.

En cada columna se diferencian los estudiantes, el docente debe indicar 0 (si no ha logrado el indicador) o 1 (si ha logrado el indicador):

Nº	Indicadores	E1	E2	E3	E4	E5
1	Instala correctamente el software en su PC o smartphone					
2	Utiliza correctamente la barra de entrada					
3	Utiliza correctamente la barra de funciones					
4	Inserta correctamente los elementos en la vista gráfica					
5	Manipula correctamente los deslizadores					
6	Diferencia la utilización de cada vista					

Referencia:
0 = No logrado
1 = Logrado

Apéndice 5

EVALUACIÓN DE ACTITUD ANTE LA UTILIZACIÓN DE GEOGEBRA

Este instrumento permitirá conocer sus actitudes hacia el aprendizaje de las Matemáticas. Los datos proporcionados serán de gran utilidad para el diagnóstico y el mejoramiento de dicho proceso; los mismos serán utilizados exclusivamente por confines investigativos, y serán totalmente confidenciales.

DATOS PERSONALES

Nombres y Apellidos:..

Edad: .... **Género:**.........................

Carrera: .... **Semestre:** ....

Sede: .... **Regular:** ***Si***...... ***No***..............

Trabajas: ***No***........... ***Si***........ *(A tiempo completo*...... *Media jornada*............. *)*

A continuación, encontrarás una serie de afirmaciones a las cuales se ruega responda con la mayor sinceridad posible. Escriba una X en la opción que más se ajuste a su forma de pensar o de sentir. Elija solamente una opción, las opciones están enumeradas en una escala del 1 al 5; donde:

1: Muy en desacuerdo
2: en desacuerdo
3: indeciso
4: de acuerdo
5: Muy de acuerdo

Nº	Item	1	2	3	4	5
1	GeoGebra es un es un software fácil de usar					
2	Creo que es fácil de entender la utilización de GeoGebra					
3	GeoGebra me ayuda para aprender mejor el cálculo					
4	Con GeoGebra es más difícil de resolver los ejercicios de derivadas					
5	Me gusta trabajar con GeoGebra					
6	Me siento más seguro estudiando con GeoGebra					
7	Es divertido trabajar con GeoGebra					
8	Es siento perdido trabajando con GeoGebra					
9	El software GeoGebra me ayuda a comprender las funciones					
10	No comprendo en qué se relacionan los ejercicios realizados con GeoGebra y el significado de razones y proporciones					
11	El software GeoGebra me ayuda a visualizar el significado de los incrementos de las variables					
12	Sin la ayuda de GeoGebra me resultaría difícil interpretar la diferencia entre una recta tangente y una recta secante					

13	Con la vista gráfica de GeoGebra puedo identificar la pendiente de una recta tangente a una curva					
14	No entiendo como las animaciones de GeoGebra retratan la tasa de variación media					
15	Usar GeoGebra me resulta muy práctico					
16	Aprendí a utilizar GeoGebra con suma facilidad					
17	Cuento con computadora o dispositivo móvil para acceder a GeoGebra					
18	No tengo celular ni computadora para acceder a GeoGebra					
19	Me dificulta tener que aprender a utilizar un software nuevo y los ejercicios a la vez					
20	Es muy complicado utilizar GeoGebra					

Apéndice 6

EVALUACIÓN SOBRE DERIVADAS

Alumno:……………………………………………………………………………

A continuación, se dan algunos ejercicios, todos los cálculos del proceso pueden estar a lápiz con letra legible y los resultados deben estar a bolígrafo encerrados en recuadros.

1. **Calcula la derivada, mediante su definición de las siguientes funciones:**

   a) $f(x) = x^3$

   b) $f(x) = x^2 + 2x$

   c) $f(x) = x - 5$

2. **Un auto escolar se mueve describiendo esta trayectoria $f(x) = x^3 + 2x$, al cabo de 1 hora presenta una velocidad de 3km/h. A partir de allí comienza acelerar alcanzando una velocidad de 33 km/h al cabo de 2 horas. Calcula la velocidad instantánea en ese momento.**

3. **Una canilla vierte 25 litros de agua a cada minuto, formula la ecuación apropiada para representar la función "capacidad" en función del tiempo. ¿Cuál será la Tasa de variación instantánea en t=60 minutos?**

4. **Una compañía de telefonía móvil cobra a sus clientes una cantidad fija al mes de 15.000 Gs más 1.250 Gs por cada minuto de llamada. ¿cuál será el monto de la factura si el consumo en un mes fue de 85 minutos? ¿cuál es la tasa de variación instantánea en ese momento?**

5. **Calcula la Tasa de Variación media para las siguientes funciones:**

   a) $f(x) = x^3 - x^2 + 4x - 2$ **en [-3,2]**

   b) $f(x) = x^3 - 5x$ **en [0,4]**

   c) $f(x) = x^2 - 10x + 24$ **en [3,7]**

A continuación se dan algunas preguntas de selección múltiple, debes responder con la mayor precisión y síntesis posible.

6. ¿Cómo es la recta secante a una curva?

____

____

7. ¿Cómo es una recta tangente a una curva?

____

____

8. ¿A que llamamos Tasa de variación media?

____

____

9. ¿A que llamamos Derivada?

____

____

Apéndice 7

Pruebas de Normalidad

Pruebas de normalidad – Actitudes grupo experimental a priori

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
P1	,407	5	,002	,640	5	,001
P2	,492	5	,000	,496	5	,000
P3	,376	5	,008	,666	5	,003
P4	,302	5	,094	,775	5	,035
P5	,492	5	,000	,496	5	,000
P6	,293	5	,117	,915	5	,473
P7	,202	5	,200*	,853	5	,167
P8	,407	5	,002	,640	5	,001
P9	,492	5	,000	,496	5	,000
P10	,333	5	,036	,814	5	,078
P11	,293	5	,117	,822	5	,091
P12	,333	5	,036	,827	5	,101
P13	,202	5	,200*	,853	5	,167
P14	,254	5	,200*	,866	5	,212
P15	,325	5	,047	,827	5	,101
P16	,202	5	,200*	,853	5	,167
P17	,325	5	,047	,827	5	,101
P18	,223	5	,200*	,908	5	,421
P19	,202	5	,200*	,853	5	,167
P20	,376	5	,008	,666	5	,003
P21	,392	5	,004	,701	5	,006
P22	,302	5	,094	,775	5	,035
P23	,195	5	,200*	,861	5	,191
P24	,492	5	,000	,496	5	,000
P25	,492	5	,000	,496	5	,000
P26	,195	5	,200*	,861	5	,191
P27	,254	5	,200*	,866	5	,212
P28	,310	5	,074	,805	5	,065
P29	,285	5	,138	,831	5	,110
P30	,319	5	,056	,683	5	,004
P31	,407	5	,002	,640	5	,001
P32	,293	5	,117	,822	5	,091
P33	,407	5	,002	,640	5	,001
P34	,237	5	,200*	,927	5	,554
P35	,293	5	,117	,915	5	,473
P36	,183	5	,200*	,960	5	,820
P37	,492	5	,000	,496	5	,000
P38	,319	5	,056	,683	5	,004
P39	,183	5	,200*	,960	5	,820
P40	,365	5	,012	,634	5	,001
P41	,392	5	,004	,701	5	,006
P42	,302	5	,094	,775	5	,035
P43	,237	5	,200*	,927	5	,554
P44	,407	5	,002	,640	5	,001
P45	,263	5	,200*	,823	5	,093
P46	,254	5	,200*	,866	5	,212
P47	,286	5	,136	,863	5	,201
P48	,223	5	,200*	,908	5	,421
P49	,293	5	,117	,915	5	,473

a. Corrección de la significación de Lilliefors
*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Pruebas de normalidad – Prueba diagnóstica grupo de experimental

	Kolmogorov-Smirnov[a]			*Shapiro-Wilk*		
	Estadístico	*gl*	*Sig.*	*Estadístico*	*gl*	*Sig.*
TOTAL	*,293*	*6*	*,117*	*,915*	*6*	*,473*

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Pruebas de normalidad[b,c,d] – Actitud ante el uso de GeoGebra

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
P1	,367	5	,026	,684	5	,006
P3	,473	5	,001	,552	5	,000
P4	,473	5	,001	,552	5	,000
P6	,231	5	,200*	,881	5	,314
P8	,473	5	,001	,552	5	,000
P9	,473	5	,001	,552	5	,000
P10	,473	5	,001	,552	5	,000
P11	,231	5	,200*	,881	5	,314
P12	,246	5	,200*	,956	5	,777
P13	,231	5	,200*	,881	5	,314
P14	,473	5	,001	,552	5	,000
P15	,473	5	,001	,552	5	,000
P16	,473	5	,001	,552	5	,000
P17	,372	5	,022	,828	5	,135
P18	,300	5	,161	,833	5	,146
P19	,473	5	,001	,552	5	,000
P20	,300	5	,161	,883	5	,325

a. Corrección de la significación de Lilliefors
*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.
b. P2 es una constante y se ha desestimado.
c. P5 es una constante y se ha desestimado.
d. P7 es una constante y se ha desestimado.

Pruebas de normalidad – Evaluación de Derivadas grupo experimental

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
TOTAL	,141	5	,200*	,979	5	,928

a. Corrección de la significación de Lilliefors
*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Pruebas de normalidad[b] – Actitudes grupo de experimental a posteriori

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
P1	,241	5	,200*	,821	5	,119
P2	,404	5	,008	,768	5	,044
P3	,473	5	,001	,552	5	,000
P4	,367	5	,026	,684	5	,006
P5	,367	5	,026	,684	5	,006
P6	,473	5	,001	,552	5	,000
P7	,473	5	,001	,552	5	,000
P8	,300	5	,161	,883	5	,325
P9	,349	5	,046	,771	5	,046
P10	,349	5	,046	,771	5	,046
P11	,367	5	,026	,684	5	,006
P12	,367	5	,026	,684	5	,006
P13	,367	5	,026	,684	5	,006
P14	,231	5	,200*	,881	5	,314
P15	,372	5	,022	,828	5	,135
P16	,349	5	,046	,771	5	,046
P17	,231	5	,200*	,881	5	,314
P18	,231	5	,200*	,881	5	,314
P19	,300	5	,161	,883	5	,325
P20	,231	5	,200*	,881	5	,314
P21	,231	5	,200*	,881	5	,314
P22	,348	5	,047	,779	5	,054
P23	,349	5	,046	,771	5	,046
P24	,231	5	,200*	,881	5	,314
P25	,367	5	,026	,684	5	,006
P26	,349	5	,046	,771	5	,046
P27	,231	5	,200*	,881	5	,314
P28	,231	5	,200*	,881	5	,314
P29	,231	5	,200*	,881	5	,314
P30	,473	5	,001	,552	5	,000
P31	,473	5	,001	,552	5	,000

P33	,300	5	,161	,883	5	,325
P34	,231	5	,200*	,881	5	,314
P35	,473	5	,001	,552	5	,000
P36	,473	5	,001	,552	5	,000
P37	,473	5	,001	,552	5	,000
P38	,367	5	,026	,684	5	,006
P39	,231	5	,200*	,881	5	,314
P40	,367	5	,026	,684	5	,006
P41	,473	5	,001	,552	5	,000
P42	,231	5	,200*	,881	5	,314
P43	,300	5	,161	,883	5	,325
P44	,241	5	,200*	,821	5	,119
P45	,462	5	,001	,595	5	,001
P46	,231	5	,200*	,881	5	,314
P47	,473	5	,001	,552	5	,000
P48	,473	5	,001	,552	5	,000
P49	,367	5	,026	,684	5	,006

a. Corrección de la significación de Lilliefors
*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.
b. P32 es una constante y se ha desestimado.

Pruebas de normalidad[b] – Actitudes ante las matemáticas grupo control a priori

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
P1	,263	5	,109	,827	5	,056
P2	,300	5	,032	,872	5	,156
P3	,263	5	,109	,827	5	,056
P4	,443	5	,000	,601	5	,000
P5	,371	5	,002	,724	5	,004
P6	,305	5	,027	,860	5	,120
P7	,216	5	,200*	,882	5	,197
P8	,205	5	,200*	,931	5	,522
P9	,301	5	,031	,782	5	,018
P10	,152	5	,200*	,965	5	,857
P11	,222	5	,200*	,912	5	,366
P12	,263	5	,109	,827	5	,056
P13	,300	5	,033	,722	5	,004
P14	,378	5	,001	,733	5	,005
P15	,263	5	,109	,827	5	,056
P16	,326	5	,013	,793	5	,024
P17	,220	5	,200*	,917	5	,408
P18	,241	5	,193	,930	5	,512
P19	,281	5	,062	,809	5	,036
P20	,371	5	,002	,724	5	,004
P21	,159	5	,200*	,930	5	,516
P22	,375	5	,001	,706	5	,003
P23	,216	5	,200*	,882	5	,197
P24	,260	5	,118	,883	5	,201
P25	,250	5	,150	,932	5	,534
P26	,196	5	,200*	,931	5	,521
P27	,187	5	,200*	,877	5	,175
P28	,290	5	,046	,794	5	,025
P29	,250	5	,150	,860	5	,120
P30	,241	5	,189	,814	5	,041
P31	,228	5	,200*	,835	5	,067
P32	,371	5	,002	,724	5	,004
P33	,300	5	,032	,872	5	,156
P34	,228	5	,200*	,835	5	,067
P35	,300	5	,033	,798	5	,027
P36	,250	5	,150	,932	5	,534
P37	,263	5	,109	,827	5	,056
P38	,228	5	,200*	,835	5	,067
P39	,287	5	,052	,809	5	,036
P40	,285	5	,054	,815	5	,041
P41	,388	5	,001	,761	5	,011
P42	,241	5	,193	,930	5	,512
P43	,262	5	,114	,877	5	,178
P44	,300	5	,033	,798	5	,027
P45	,222	5	,200*	,912	5	,366
P46	,250	5	,150	,860	5	,120
P47	,338	5	,008	,684	5	,001
P48	,222	5	,200*	,912	5	,366
P49	,284	5	,057	,906	5	,324

a. Corrección de la significación de Lilliefors

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Pruebas de normalidad - Actitudes ante las matemáticas grupo control a prosteriori

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
P1	,263	5	,109	,827	5	,056
P2	,300	5	,032	,872	5	,156
P3	,263	5	,109	,827	5	,056
P4	,443	5	,000	,601	5	,000
P5	,371	5	,002	,724	5	,004
P6	,305	5	,027	,860	5	,120
P7	,216	5	,200*	,882	5	,197
P8	,205	5	,200*	,931	5	,522
P9	,301	5	,031	,782	5	,018
P10	,152	5	,200*	,965	5	,857
P11	,222	5	,200*	,912	5	,366
P12	,263	5	,109	,827	5	,056
P13	,300	5	,033	,722	5	,004
P14	,378	5	,001	,733	5	,005
P15	,263	5	,109	,827	5	,056
P16	,326	5	,013	,793	5	,024
P17	,220	5	,200*	,917	5	,408
P18	,241	5	,193	,930	5	,512
P19	,281	5	,062	,809	5	,036
P20	,371	5	,002	,724	5	,004
P21	,159	5	,200*	,930	5	,516
P22	,375	5	,001	,706	5	,003
P23	,216	5	,200*	,882	5	,197
P24	,260	5	,118	,883	5	,201
P25	,250	5	,150	,932	5	,534
P26	,196	5	,200*	,931	5	,521
P27	,187	5	,200*	,877	5	,175
P28	,290	5	,046	,794	5	,025
P29	,250	5	,150	,860	5	,120
P30	,241	5	,189	,814	5	,041
P31	,228	5	,200*	,835	5	,067
P32	,371	5	,002	,724	5	,004
P33	,300	5	,032	,872	5	,156
P34	,228	5	,200*	,835	5	,067
P35	,300	5	,033	,798	5	,027
P36	,250	5	,150	,932	5	,534
P37	,263	5	,109	,827	5	,056
P38	,228	5	,200*	,835	5	,067
P39	,287	5	,052	,809	5	,036
P40	,285	5	,054	,815	5	,041
P41	,388	5	,001	,761	5	,011
P42	,241	5	,193	,930	5	,512
P43	,262	5	,114	,877	5	,178
P44	,300	5	,033	,798	5	,027
P45	,222	5	,200*	,912	5	,366
P46	,250	5	,150	,860	5	,120
P47	,338	5	,008	,684	5	,001
P48	,222	5	,200*	,912	5	,366
P49	,284	5	,057	,906	5	,324

a. Corrección de la significación de Lilliefors

*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Pruebas de normalidad – Prueba diagnóstica grupo de control

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
TOTAL	,248	5	,159	,922	5	,450

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Pruebas de normalidad – Evaluación de Derivadas grupo control

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
TOTAL	,248	5	,159	,922	5	,450

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Apéndice 8

Contraste de hipótesis por Pruebas T de Student

Evaluación de Actitudes ante las matemáticas

Nivel Afectivo (+) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales para

	Experimental	*Control*
Media	3,232	3,065
Varianza	0,665884444	0,29636111
Observaciones	10	10
Varianza agrupada	0,481122778	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	18	
Estadístico t	0,538360905	
P(T<=t) una cola	0,298461573	
Valor crítico de t (una cola)	1,734063607	
P(T<=t) dos colas	0,596923146	
Valor crítico de t (dos colas)	2,10092204	

Nivel Afectivo (-) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,5825	3,11125
Varianza	0,585564286	0,27666964
Observaciones	8	8
Varianza agrupada	0,431116964	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	14	
Estadístico t	-1,610581921	
P(T<=t) una cola	0,064789957	
Valor crítico de t (una cola)	1,761310136	
P(T<=t) dos colas	0,129579914	
Valor crítico de t (dos colas)	2,144786688	

Nivel Afectivo (+) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	3,74	3,35
Varianza	0,116	0,18179012
Observaciones	10	10
Varianza agrupada	0,148895062	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	18	
Estadístico t	2,260005323	
P(T<=t) una cola	0,018227283	
Valor crítico de t (una cola)	1,734063607	
P(T<=t) dos colas	0,036454565	
Valor crítico de t (dos colas)	2,10092204	

Nivel Afectivo (-) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,425	2,3125
Varianza	0,622142857	0,23363095
Observaciones	8	8
Varianza agrupada	0,427886905	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	14	
Estadístico t	0,343967984	
P(T<=t) una cola	0,36799096	
Valor crítico de t (una cola)	1,761310136	
P(T<=t) dos colas	0,73598192	
Valor crítico de t (dos colas)	2,144786688	

Nivel Cognitivo (+) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	3,835	3,702
Varianza	0,57445	0,60772889
Observaciones	10	10
Varianza agrupada	0,59108944	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	18	
Estadístico t	0,386821	
P(T<=t) una cola	0,35171189	
Valor crítico de t (una cola)	1,73406361	
P(T<=t) dos colas	0,70342377	
Valor crítico de t (dos colas)	2,10092204	

Nivel Cognitivo (-) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	3,27666667	2,96
Varianza	1,80963333	1,7823
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	1,79596667	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	0,28940021	
P(T<=t) una cola	0,3933278	
Valor crítico de t (una cola)	2,13184679	
P(T<=t) dos colas	0,78665559	
Valor crítico de t (dos colas)	2,77644511	

Nivel Cognitivo (+) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	3,82	3,68333333
Varianza	0,39511111	0,44104938
Observaciones	10	10
Varianza agrupada	0,41808025	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	18	
Estadístico t	0,47262619	
P(T<=t) una cola	0,32107996	
Valor crítico de t (una cola)	1,73406361	
P(T<=t) dos colas	0,64215992	
Valor crítico de t (dos colas)	2,10092204	

Nivel Cognitivo (-) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,86666667	2,61111111
Varianza	2,29333333	0,84259259
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	1,56796296	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	0,24995571	
P(T<=t) una cola	0,40746698	
Valor crítico de t (una cola)	2,13184679	
P(T<=t) dos colas	0,81493397	
Valor crítico de t (dos colas)	2,77644511	

Nivel Conductual (+) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	3,97555556	3,55666667
Varianza	0,22075278	0,250425
Observaciones	9	9
Varianza agrupada	0,23558889	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	1,83074432	
P(T<=t) una cola	0,04291376	
Valor crítico de t (una cola)	1,74588368	
P(T<=t) dos colas	0,08582752	
Valor crítico de t (dos colas)	2,1199053	

Nivel Conductual (-) a priori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,93333333	2,59222222
Varianza	0,308375	0,41876944
Observaciones	9	9
Varianza agrupada	0,36357222	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	1,20007054	
P(T<=t) una cola	0,12379008	
Valor crítico de t (una cola)	1,74588368	
P(T<=t) dos colas	0,24758015	
Valor crítico de t (dos colas)	2,1199053	

Nivel Conductual (+) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	4	2,59
Varianza	1,12	0,41876944
Observaciones	9	9
Varianza agrupada	0,76938472	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	3,40461951	
P(T<=t) una cola	0,00181233	
Valor crítico de t (una cola)	1,74588368	
P(T<=t) dos colas	0,00362466	
Valor crítico de t (dos colas)	2,1199053	

Nivel Conductual (-) a posteriori

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,46666667	2,74074074
Varianza	0,21	0,44521605
Observaciones	9	9
Varianza agrupada	0,32760802	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	16	
Estadístico t	-1,0157737	
P(T<=t) una cola	0,16242612	
Valor crítico de t (una cola)	1,74588368	
P(T<=t) dos colas	0,32485224	
Valor crítico de t (dos colas)	2,1199053	

Prueba diagnóstica
Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	2,67	5,33
Varianza	1,06666667	1,06666667
Observaciones	6	6
Varianza agrupada	1,06666667	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	10	
Estadístico t	-4,47213595	
P(T<=t) una cola	0,00059673	
Valor crítico de t (una cola)	1,81246112	
P(T<=t) dos colas	0,00119347	
Valor crítico de t (dos colas)	2,22813885	

Evaluación de Derivadas
Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	9,8	9
Varianza	3,7	23,5
Observaciones	5	5
Varianza agrupada	13,6	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	8	
Estadístico t	0,34299717	
P(T<=t) una cola	0,37021973	
Valor crítico de t (una cola)	1,85954804	
P(T<=t) dos colas	0,74043945	
Valor crítico de t (dos colas)	2,30600414	

Dimensión – Derivadas por Definición

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	0,73	0,93
Varianza	0,01333333	0,01333333
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	0,01333333	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	-2,12132034	
P(T<=t) una cola	0,05059575	
Valor crítico de t (una cola)	2,13184679	
P(T<=t) dos colas	0,10119151	
Valor crítico de t (dos colas)	2,77644511	

Dimensión – Resolución de problemas

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	0,93	0,60
Varianza	0,01333333	0
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	0,00666667	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	5	
P(T<=t) una cola	0,00374522	
Valor crítico de t (una cola)	2,13184679	
P(T<=t) dos colas	0,00749043	
Valor crítico de t (dos colas)	2,77644511	

Dimensión – Tasa de variación media

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	0,67	0,60
Varianza	0,05333333	0
Observaciones	3	3
Varianza agrupada	0,02666667	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	4	
Estadístico t	0,5	
P(T<=t) una cola	0,32166498	
Valor crítico de t (una cola)	2,13184679	
P(T<=t) dos colas	0,64332996	
Valor crítico de t (dos colas)	2,77644511	

Dimensión – Teórica

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	Experimental	*Control*
Media	0,7	0,65
Varianza	0,04	0,01
Observaciones	4	4
Varianza agrupada	0,025	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	6	
Estadístico t	0,4472136	
P(T<=t) una cola	0,33520606	
Valor crítico de t (una cola)	1,94318028	
P(T<=t) dos colas	0,67041212	
Valor crítico de t (dos colas)	2,44691185	

Anexo

Anexo A- Validación de encuestas

Universidad Nacional de Concepción
Creada por Ley N° 3201/07
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

San Lorenzo, 17 de julio de 2017

MSc. Lorena Leticia González

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Docente – Departamento de Estadística

La presente tiene por finalidad solicitar su colaboración para determinar la validez de contenido de los instrumentos de recolección de datos a ser aplicados en el estudio denominado **"El uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones a estudiantes universitarios".**

Su valiosa ayuda consistirá en la evaluación de la pertinencia de cada una de las preguntas con los objetivos, variables, dimensiones, indicadores, y la redacción de las mismas.

Para ello se adjunta el Protocolo de Investigación aprobado por la Comisión Académica y los siguientes instrumentos a ser validados:

- Cuestionario de Evaluación de actitudes hacia la Matemática
- Cuestionario de Evaluación de actitud ante la utilización de GeoGebra

Agradeciendo de antemano su valiosa colaboración, se despide de Usted,

Atentamente.

Zunilda María Leiva Cáceres

Firma Estudiante

PLANILLA DE REVISIÓN

FECHA: 24 de Julio de 2017

TÍTULO DEL TRABAJO:

"El uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones a estudiantes universitarios"

IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Cuestionario de Evaluación de actitudes hacia la Matemática

REVISIÓN No.: 1

Favor completar el siguiente cuadro valorativo

CRITERIOS	VALORACIÓN		
	Suficiente	Medianamente suficiente	Insuficiente
Pertinencia de las preguntas con los objetivos	x		
Pertinencia de las preguntas con la(s) Variable(s)	x		
Pertinencia de las preguntas con las dimensiones	x		

OBSERVACIONES Y/O RECOMENDACIONES:

En una submuestra de 7 estudiantes de la misma institución educativa al cual pertenecen los individuos objeto de análisis se aplicó el Cuestionario "Evaluación de actitudes hacia las Matemáticas" para establecer la vialidad del mismo. Para ello se utilizó el criterio del Alfa de Cronbach teniendo en cuenta la escala establecida por los siguientes autores:

Como criterio general, George y Mallery (2003, p. 231) sugieren las recomendaciones siguientes para evaluar los coeficientes de alfa de Cronbach:

- Coeficiente alfa > 0.9 es excelente
- Coeficiente alfa > 0.8 es bueno
- Coeficiente alfa > 0.7 es aceptable
- Coeficiente alfa > 0.6 es cuestionable
- Coeficiente alfa > 0.5 es pobre
- Coeficiente alfa < 0.5 es inaceptable

Huh, Delorme & Reid (2006) indican que el valor de fiabilidad en investigación exploratoria debe ser igual o mayor a 0.6; en estudios confirmatorios debe estar entre 0.7 y 0.8.

El análisis estadístico de las respuestas aportadas por esta submuestra indican un valor de alfa de Cronbach de 0,739, lo que respalda la utilización del Cuestionario mencionado.

Alfa de Cronbach	N de elementos
0,739	48

DATOS DE IDENTIFICACIÓN DEL REVISOR: MSc. Lorena Leticia González

lorenleti@gmail.com

Magíster en Estadística y Licenciada en Ciencias Mención Matemática Estadística, egresada de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (FACEN), UNA.
Ha realizado cursos de: Didáctica Universitaria; Introducción a la Plataforma Moodle, Tutoría Virtual, entre otros.

Se desempeña como encargada de cátedra de la asignatura Probabilidad y Estadística I en el Departamento de Estadística, en la modalidad presencial y profesora virtual de la asignatura Procesos Estocásticos en la carrera Estadística de la modalidad semipresencial. Además es funcionaria administrativa en la Dirección de Prestación de Servicios de la FACEN-UNA.

FIRMA DEL REVISOR: Lorena L. González

PLANILLA DE REVISIÓN

FECHA: 24 de Julio de 2017

TÍTULO DEL TRABAJO:

"El uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones a estudiantes universitarios"

IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Cuestionario de Evaluación de actitud ante la utilización de GeoGebra

REVISIÓN No.: 1

Favor completar el siguiente cuadro valorativo

CRITERIOS	VALORACIÓN		
	Suficiente	Medianamente suficiente	Insuficiente
Pertinencia de las preguntas con los objetivos	x		
Pertinencia de las preguntas con la(s) Variable(s)	x		
Pertinencia de las preguntas con las dimensiones	x		

OBSERVACIONES Y/O RECOMENDACIONES:

Se recomienda la aplicación del cuestionario a una muestra paralela de iguales características socioculturales a la de la muestra de investigación para establecer el nivel de fiabilidad de la prueba.

DATOS DE IDENTIFICACIÓN DEL REVISOR: MSc. Lorena Leticia González

lorenleti@gmail.com

Magíster en Estadística y Licenciada en Ciencias Mención Matemática Estadística, egresada de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (FACEN), UNA.
Ha realizado cursos de: Didáctica Universitaria; Introducción a la Plataforma Moodle, Tutoría Virtual, entre otros.

Se desempeña como encargada de cátedra de la asignatura Probabilidad y Estadística I en el Departamento de Estadística, en la modalidad presencial y profesora virtual de la asignatura Procesos Estocásticos en la carrera Estadística de la modalidad semipresencial. Además es funcionaria administrativa en la Dirección de Prestación de Servicios de la FACEN-UNA.

FIRMA DEL REVISOR: Lorena L. González

Anexo B – Validación Pruebas y Ficha de observación

Universidad Nacional de Concepción
Creada por Ley N° 3201/07
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

Salto del Guairá, 15 de julio de 2017

Lic. Gloria Ayala

Facultad de Ciencias y Tecnología

Docente – Área de Matemáticas

La presente tiene por finalidad solicitar su colaboración para determinar la validez de contenido de los instrumentos de recolección de datos a ser aplicados en el estudio denominado "**El uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones a estudiantes universitarios".**

Su valiosa ayuda consistirá en la evaluación de la pertinencia de cada una de las preguntas con los objetivos, variables, dimensiones, indicadores, y la redacción de las mismas.

Para ello se adjunta el Protocolo de Investigación aprobado por la Comisión Académica y los siguientes instrumentos a ser validados:

- Prueba Diagnóstica
- Ficha de observación de la utilización de GeoGebra
- Evaluación pos desarrollo del tema derivada

Agradeciendo de antemano su valiosa colaboración, se despide de Usted,

Atentamente.

....

Estudiante
Zunilda Leiva

PLANILLA DE REVISIÓN

FECHA: 30 de Julio de 2017

TÍTULO DEL TRABAJO:

"El uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje del concepto y las aplicaciones de las derivadas de funciones a estudiantes universitarios"

IDENTIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO:

- Prueba Diagnóstica
- Ficha de observación de la utilización de GeoGebra
- Evaluación pos desarrollo del tema derivada

REVISIÓN No.: 1

Favor completar el siguiente cuadro valorativo

CRITERIOS	**VALORACIÓN**		
	Suficiente	**Medianamente suficiente**	**Insuficiente**
Pertinencia de las preguntas con los objetivos	x		
Pertinencia de las preguntas con la(s) Variable(s)	x		
Pertinencia de las preguntas con las dimensiones	x		

Universidad Nacional de Concepción
Creada por Ley N° 3201/07
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas

OBSERVACIONES Y/O RECOMENDACIONES:

Los indicadores son adecuados para a los objetivos y variables de la investigación, además son suficientemente apropiados a las dimensiones que se pretenden diferenciar.

DATOS DE IDENTIFICACIÓN DEL REVISOR: MSc. Lorena Leticia González

fatiayala@hotmail.com

Licenciada en Matemática, egresada de la Facultad de Filosofía (FAFI), de la Universidad Nacional del Este (UNE).
Ha realizado cursos de: Didáctica Universitaria, Metodología de la Investigación, entre otros.

Se desempeña como encargada de cátedra de la asignatura de área de Matemáticas, Probabilidad y Estadística y Metodología en distintas facultades de la Universidad Nacional de Canindeyú (UNICAN).

FIRMA DEL REVISOR: Lic. Gloria Fátima Ayala Godoy.